УДК 532.526:533.6.011.5

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТАБИЛИЗАЦИИ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НА ПОВЕРХНОСТИ С ПОРИСТЫМ ПОКРЫТИЕМ ПРИ СВЕРХЗВУКОВОМ ОТРЫВНОМ ТЕЧЕНИИ

И. В. Егоров, А. В. Новиков\*, А. В. Федоров\*

Центральный аэрогидродинамический институт им. Н. Е. Жуковского, 140180 Жуковский Московской области

\* Московский физико-технический институт, 140180 Жуковский Московской области E-mails: ivan\_egorov@falt.ru, AndrewNovikov@yandex.ru, fedorov@falt.ru

На основе численного решения двумерных уравнений Навье — Стокса исследована устойчивость сверхзвукового ( $M_{\infty} = 5,373$ ) пограничного слоя при наличии локального отрыва в угле сжатия с пассивным пористым покрытием, частично поглощающим возмущения потока. Показано, что за точкой присоединения пограничного слоя наиболее существенна вторая мода возмущений сверхзвукового пограничного слоя. Подтверждена возможность эффективной стабилизации этих возмущений за точкой присоединения с помощью пористых покрытий.

Ключевые слова: уравнения Навье — Стокса, сверхзвуковые течения, пограничный слой, устойчивость, численное моделирование, пористые покрытия.

Введение. При малых возмущениях набегающего потока ламинарно-турбулентный переход на аэродинамически гладкой поверхности обтекаемого тела происходит из-за роста различных неустойчивых мод пограничного слоя. Теория устойчивости и эксперимент показывают, что в высокоскоростном двумерном пограничном слое доминирует первая или вторая мода возмущений. Первая мода соответствует волнам Толлмина — Шлихтинга и может быть подавлена, например, охлаждением поверхности, отсосом, благоприятным градиентом давления [1]. Вторая мода принадлежит семейству акустических мод, предсказанных теоретически [2] и зарегистрированных экспериментально [3–5]. При достаточно больших местных числах Маха (для безградиентного пограничного слоя на теплоизолированной поверхности  $M_e > 4$ ) вторая мода возмущений становится доминирующей, поэтому для ламинаризации обтекания ее необходимо стабилизировать в первую очередь. Это утверждение справедливо для плоской пластины. На криволинейной поверхности значительную роль могут играть также возмущения других типов, например существенно трехмерные вихри Гертлера. В данной работе трехмерные возмущения не моделируются, рассматривается двумерный случай.

В [6] сделано предположение о возможности стабилизации второй моды с помощью пористого покрытия, частично поглощающего акустические возмущения. Эта гипотеза подтверждена расчетами [7], выполненными на основе линейной теории устойчивости и косвенно подтвержденными, в свою очередь, экспериментами [8], проведенными на модели

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 06-08-01214).

острого конуса в высокоэнтальпийной ударной трубе при числе Маха набегающего потока  $M_{\infty} = 5 \div 6$ . В ходе этих экспериментов установлено, что покрытие с равномерно распределенными вертикальными порами в виде глухих цилиндрических отверстий значительно затягивает ламинарно-турбулентный переход.

Экспериментальные исследования [9, 10] устойчивости пограничного слоя на остром конусе в аэродинамической трубе Т-326 Института теоретической и прикладной механики СО РАН при  $M_{\infty} \approx 6$  показали, что пористое покрытие с хаотичной микроструктурой (металлический фетр) подавляет вторую моду и незначительно влияет на первую. В экспериментах [11] испытывался конус с покрытием, имеющим регулярную микроструктуру (перфорированный тонкий лист, аналогичный использовавшемуся в [8]). Установлено, что данное покрытие также стабилизирует вторую моду и слабо влияет на первую. Измеренные фазовые скорости и амплитуды возмущений удовлетворительно согласуются с линейной теорией устойчивости.

В названных выше работах расчеты устойчивости выполнялись либо в локальнопараллельном приближении, либо с частичным учетом эффектов непараллельности, при этом вязко-невязкое взаимодействие и нелинейные эффекты не учитывались. Взаимодействие внешних возмущений (акустических, вихревых, энтропийных) набегающего потока с пористым покрытием также не моделировалось. Для того чтобы учесть влияние этих факторов, необходимо проведение прямого численного моделирования рассматриваемых эффектов с помощью методов, развитых в [12–14] для задач устойчивости высокоскоростных пристенных течений. Отметим, что метод прямого численного моделирования позволяет оценить эффективность пористого покрытия в сильно неоднородных потоках, таких как течения в зонах отрыва и присоединения пограничного слоя. В этих условиях классическая теория устойчивости неприменима.

В настоящей работе с помощью TVD-схемы (total variation diminishing) второго порядка аппроксимации по пространству и времени численно решаются уравнения Навье — Стокса для нестационарных двумерных сжимаемых течений. Исследуется устойчивость сверхзвукового пограничного слоя с локальным отрывом в угле сжатия при числе Маха набегающего потока  $M_{\infty} = 5,373$ . Расчеты выполнены для двумерных возмущений, развивающихся на сплошной поверхности и пористом покрытии с регулярной микроструктурой и различной пористостью.

Постановка задачи и численный метод. Численно решаются уравнения Навье — Стокса для двумерных вязких сжимаемых нестационарных течений. В безразмерном виде система уравнений приведена, например, в [13]. Зависимые переменные отнесены к соответствующим параметрам набегающего потока: давление — к удвоенному скоростному напору  $\rho_{\infty}^{*}(U_{\infty}^{*})^{2}$  ( $\rho_{\infty}^{*}$  — плотность;  $U_{\infty}^{*}$  — скорость в набегающем потоке), координаты — к характерному линейному размеру  $L^{*}$  — расстоянию от передней кромки пластины до точки излома (рис. 1); время обезразмерено величиной  $L^{*}/U_{\infty}^{*}$ . Использованы следующие параметры подобия:  $\text{Re}_{\infty} = L^{*}U_{\infty}^{*}\rho_{\infty}^{*}/\mu_{\infty}^{*}$  — число Рейнольдса;  $M_{\infty}$  — число Маха набегающего потока;  $\gamma$  — отношение удельных теплоемкостей совершенного газа; Pr — число Прандтля; звездочки означают размерные величины; индекс  $\infty$  соответствует параметрам набегающего потока. Обсуждаемые ниже результаты получены при  $M_{\infty} = 5,373$ ,  $\text{Re}_{\infty} = 5,667 \cdot 10^{6}$ ,  $\gamma = 1,4$ , Pr = 0,72,  $T_{\infty}^{*} = 74,194$  К. Динамическая вязкость  $\mu$  вычисляется ся по формуле Сазерленда  $\mu = T^{3/2}(T_{\mu} + 1)/(T_{\mu} + T)$ , где  $T_{\mu}^{*} = 110$  К.

Для численного решения задачи применялся неявный метод конечного объема второго порядка аппроксимации по пространству и времени. Использовалась квазимонотонная схема типа схемы Годунова (TVD-схема), наиболее эффективная в случаях, когда расчетная область содержит ударные волны и другие сильные пространственные неоднородности течения, такие как отрыв пограничного слоя. В [13] рассчитано нестационарное поле воз-



Рис. 1. Расчетная область и сетка задачи (угол сжатия  $\alpha=5,5^\circ)$ 

мущений на плоской пластине с острой передней кромкой и показано, что данная схема может применяться для задач устойчивости сверхзвукового пограничного слоя.

На рис. 1 показана расчетная область задачи. На нижней границе области ставились условия прилипания (вертикальная и горизонтальная компоненты скорости равны нулю: u = v = 0), на левой и верхней границах — условия набегающего потока, на правой границе использовалась линейная экстраполяция зависимых переменных u, v, p, T ("мягкие" граничные условия). Поверхность пластины полагалась изотермической с температурой  $T_w^* = 300$  K ( $T_w = 4,043$ ). Расчеты проводились на криволинейной ортогональной сетке с 2801 × 221 узлами (на рис. 1 показана каждая 20-я линия), полученной конформным отображением верхней полуплоскости на расчетную область:

$$\begin{aligned} x &= -(\xi^2 + \eta^2)^{(1-\varphi)/2} \cos\left((1-\varphi) \operatorname{arctg}\left(\xi,\eta\right)\right) + 1, \\ y &= (\xi^2 + \eta^2)^{(1-\varphi)/2} \sin\left((1-\varphi) \operatorname{arctg}\left(\xi,\eta\right)\right), \\ \varphi &= \alpha/\pi. \end{aligned}$$

Вблизи обтекаемой поверхности сетка сгущалась таким образом, что 55 % узлов попадало в пограничный слой и отрывную область со слоем смешения.

Задача решалась в три этапа. Сначала методом установления вычислялось стационарное поле течения. Затем для исследования устойчивости пограничного слоя на стационарное решение накладывались нестационарные возмущения: на стенке вводился локальный периодический вдув-отсос, моделируемый с помощью неоднородного граничного условия, налагаемого на возмущение массового расхода:

$$q_w(x,t) = \frac{\rho_w^* v_w^*}{\rho_\infty^* U_\infty^*} = \varepsilon \sin\left(2\pi \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}\right) \sin\left(\omega t\right), \qquad x_1 \leqslant x \leqslant x_2$$

Здесь  $x = x^*/L^*$  — безразмерная продольная координата;  $x_1 = 0.0358$ ,  $x_2 = 0.0521$  — границы области вдува-отсоса;  $\omega = \omega^*L^*/U_{\infty}^* = 450$  — безразмерная частота, соответствующая частотному параметру  $F = \omega/\text{Re}_{\infty} = 7.94 \cdot 10^{-5}$ ; индекс w соответствует условиям на стенке (обтекаемой поверхности). Для того чтобы обеспечить линейный режим развития возмущений до отрыва и, следовательно, возможность сравнения с линейной теорией, выбиралась достаточно малая амплитуда воздействия  $\varepsilon = 10^{-3}$ . Расчет по времени нестационарной задачи выполнялся до тех пор, пока не устанавливалось периодическое поле возмущений ( $t \approx 1.75$ ).

На третьем этапе расчета для исследования эффекта пористого покрытия в решение нестационарной задачи вводились граничные условия, моделирующие взаимодействие возмущений с пористым слоем на наклонной поверхности (ниже по потоку от точки излома).





При этом расчет по времени продолжался с момента  $t \approx 1,75$  до тех пор, пока вновь не устанавливалось периодическое поле возмущений ( $t \approx 2,25$ ). На пористой стенке (x > 1,0) ставилось нестационарное граничное условие в соответствии с теоретической моделью, разработанной в [15] и распространенной в [7] на случай возмущений второй моды. После перехода от комплексных величин, используемых в [7], к действительным величинам данное граничное условие принимает вид

$$u_w(x,t) = -V_w^n(x,t)\sin\alpha, \qquad v_w(x,t) = V_w^n(x,t)\cos\alpha,$$
$$V_w^n(x,t) = p'_w(x,t)\operatorname{Real}(A) - \frac{1}{\omega}\frac{\partial p'_w(x,t)}{\partial t}\operatorname{Imag}(A),$$

где  $V_w^n(x,t)$  — нормальная к стенке компонента скорости;  $p'_w(x,t) = p_w(x,t) - p_w(x,0)$  возмущение давления на стенке (различие между мгновенным значением давления и давлением, соответствующим решению стационарной задачи до введения возмущений);  $A = \phi \operatorname{th}(\Lambda h)/Z_0$  — коэффициент проницаемости пористого слоя [15];  $\phi$  — пористость (отношение объема пор к общему объему пористого слоя);  $Z_0$ ,  $\Lambda$  — характеристический импеданс и константа распространения для отдельной поры.

В расчетах исследовалась модель покрытия с равномерно распределенными вертикальными цилиндрическими глухими порами. На рис. 2 показана схема пористого слоя (безразмерный радиус поры  $r_0 = 1.5 \cdot 10^{-4}$ , толщина слоя  $h = 10r_0 = 1.5 \cdot 10^{-3}$ ). Для такого покрытия величины  $Z_0$ ,  $\Lambda$  вычисляются по алгоритму [7].

Результаты расчетов. На рис. 3 показано рассчитанное стационарное поле плотности. Вязко-невязкое взаимодействие приводит к формированию ударной волны в окрестности передней кромки. Ниже по потоку угол сжатия индуцирует наклонный скачок, взаимодействие которого с пограничным слоем в окрестности угловой точки приводит к образованию рециркуляционной зоны. Верхняя граница отрывной области представляет собой почти прямую линию, что характерно для сверхзвуковых течений. В окрестностях точки отрыва и точки присоединения образуются две волны сжатия. Полученное стационарное поле хорошо согласуется с результатами работы [14], в которой рассчитывался такой же режим течения, но использовалась численная схема WENO пятого порядка точности дискретизации по пространству.

На рис. 4 показано поле возмущений давления в области отрыва. В данных расчетах и далее оно получается вычитанием из мгновенного нестационарного поля начального стационарного поля. На поверхности до отрыва видны вынужденные пульсации от вибратора. Над пограничным слоем и слоем смешения наблюдаются быстрые акустические



Рис. 4. Изолинии возмущений давления в области отрыва для задач со сплошной и пористой стенками:

штриховая линия — граница слоя смешения; сплошная — нулевая линия тока

волны, излучаемые источником вдува-отсоса. В отрывной зоне в виде характерных ячеистых структур по вертикали проявляются акустические возмущения, генерируемые в окрестности точки излома.

Расчеты для пористой поверхности проводились при значениях  $\phi = \pi/9$ ,  $\pi/16$ , соответствующих расстояниям между центрами соседних пор  $s = 3r_0$ ,  $4r_0$ . Параметры выбраны таким образом, что на расстояние, равное длине волны второй моды (при частоте возмущений  $\omega = 450$  значение  $\lambda \approx 0,012$ ), приходилось приблизительно 20 пор в продольном направлении. При такой высокой концентрации пор и их малом радиусе шероховатость покрытия, по-видимому, пренебрежимо мала, однако пористый слой способен эффективно поглощать проникающие в него возмущения [6, 7, 11].

Полученная в результате численного моделирования структура поля возмущений в задаче с пористой поверхностью аналогична структуре возмущений в задаче со сплошной поверхностью (различаются лишь амплитуды пульсаций), поэтому, в частности, рис. 4 справедлив для обеих задач. Для интерпретации эффекта пористого покрытия это свойство позволяет ограничиться рассмотрением пульсаций на поверхности. На рис. 5 приведены распределения возмущений давления на сплошной стенке и пористой поверхности. Видно, что на выходе из расчетной области ( $\phi = \pi/16$ ) пористое покрытие приводит к уменьшению амплитуды возмущений приблизительно в 9 раз. Для пористости  $\phi = \pi/9$ 



Рис. 5. Пульсации давления на поверхности: a — сплошная стенка;  $\delta$  — пористая стенка при x > 1,  $\phi = \pi/16$ 

эффект еще сильнее: амплитуда уменьшается в 12 раз. При этом в области 1,0 < x < 1,2 (до точки присоединения  $x \approx 1,136$ ) амплитуды на пористой и сплошной поверхностях практически одинаковы.

Представляет интерес вопрос, на какой тип возмущений пористое покрытие влияет наиболее сильно. По распределению пульсаций на обтекаемой поверхности (см. рис. 5) был вычислен дискретный набор локальных длин волн возмущений  $\lambda(x_c) = x_{\max 2} - x_{\max 1}$ , где  $x_{\max 1}, x_{\max 2}$  — координаты соседних максимумов на графике;  $x_c = (x_{\max 1} + x_{\max 2})/2$ . Затем с помощью пятиточечного сглаживающего фильтра на основе быстрого преобразования Фурье были получены непрерывные зависимости от координаты x волнового числа:  $k(x) = 2\pi/\lambda(x)$  и фазовой скорости:  $c(x) = \omega/k(x)$  (рис. 6). (На рис. 6 вертикальные линии проведены через точки отрыва, излома угла и присоединения.) К точке отрыва возмущения подходят с фазовой скоростью c = 0,9, и в этой точке наблюдается экспоненциальный рост амплитуды (см. рис. 5). Проведенное в [13] сравнение с линейной теорией, применимой до отрыва как для плоской пластины, показало, что подобный рост соответствует выделению второй моды с характерной фазовой скоростью c = 0,9. За точкой присоединения фазовая скорость возмущений вновь приближается к значению 0,9 и наблюдается экспоненциальный рост амплитуды, который, как и в случае плоской пластины, может быть обусловлен неустойчивостью второй моды. Это подтверждается топологией поля пульсаций температуры в пограничном слое, показанной на рис. 7 (такая картина наблюдается как на пористой, так и на сплошной стенке). Хорошо видна веретенообразная структура, характерная именно для второй моды возмущений. Таким образом, в рассматриваемой задаче



Рис. 7. Изолинии возмущений температуры вблизи точки присоединения

доминируют возмущения второй моды, которые эффективно стабилизируются пористым покрытием.

Следует отметить, что в зоне отрыва фазовая скорость волны (см. рис. 6) далека от значения c = 0,9. Также видно различие фазовых скоростей для пористой и сплошной стенок, обусловленное тем, что кривые на рис. 6 соответствуют различным моментам времени. Такое поведение фазовой скорости, обусловленное, вероятно, наличием бегущей волны, и результаты анализа возмущений, представленных на рис. 4, позволяют утверждать, что в зоне отрыва преобладают длинноволновые (распространяющиеся в поперечном направлении) акустические возмущения, вызванные, по-видимому, переотражением вынужденных возмущений от излома. Заметим, что на эти акустические возмущения пористое покрытие практически не влияет (см. рис. 5), т. е. побочные эффекты, которые могли бы привести, например, к усилению акустических колебаний в области отрыва, отсутствуют.

Влияние пористого покрытия на скорость роста возмущений  $\sigma = d[\ln p'_w(x)]/dx$  показано на рис. 8 (вертикальные линии проведены через точки присоединения и отрыва). На полномасштабном рис. 8, *a* из-за больших колебаний инкремента в зоне отрыва эффект стабилизации виден плохо, но при увеличении интересующей области за точкой присоединения (рис. 8,  $\delta$ ) отчетливо видно, что пористое покрытие уменьшает скорость роста возмущений более чем в два раза. Как и следовало ожидать, до точки присоединения инкременты роста для сплошной и пористой стенок не различаются (рис. 8, *a*).



Рис. 8. Скорость роста амплитуды пульсаций на сплошной поверхности (сплошные линии) и пористой поверхности при  $\phi = \pi/16$  (штриховые линии): a — полный масштаб по координате x;  $\delta$  — область за точкой присоединения в зоне роста второй моды возмущений

Заключение. С помощью численного интегрирования двумерных уравнений Навье — Стокса выполнено моделирование устойчивости сверхзвукового пограничного слоя в угле сжатия со сплошной поверхностью и поверхностью, покрытой пористым слоем. Для этого в пограничный слой вводились локальные по пространству и гармонические по времени возмущения типа вдува-отсоса. Показано, что модель покрытия с равноудаленными цилиндрическими глухими порами значительно уменьшает инкременты роста второй моды. В частности, при пористости, приблизительно равной 20 %, амплитуда второй моды на выходной границе расчетной области уменьшается в девять раз.

Следует отметить, что пористый слой слабо влияет на акустическую составляющую возмущения в пограничном слое, т. е. пористое покрытие не вызывает неблагоприятных эффектов переотражения акустических волн в области отрыва. Такие эффекты могли бы привести к резонансному усилению возмущений и как следствие к раннему переходу в пограничном слое. Однако остается открытым вопрос об имеющей место в реальности шероховатости пористой поверхности, которая не моделируется в данной работе. Кроме того, при выводе граничных условий для пористого покрытия в [7] не учитываются краевые эффекты на срезе поры. Наконец, в данной работе не рассмотрены трехмерные возмущения, такие как вихри Гертлера, которые могут оказывать существенное влияние на изучаемое явление. Все эти явления требуют дальнейшего исследования.

Проведенное численное моделирование подтверждает концепцию стабилизации возмущений пограничного слоя с помощью пассивного пористого покрытия при достаточно больших числах Maxa набегающего потока.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. Гапонов С. А. Развитие возмущений в сжимаемых потоках / С. А. Гапонов, А. А. Маслов. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1980.
- 2. Mack L. M. Boundary layer stability theory // JPL Rep. 1969. № 900-277. Pt B.
- Kendall J. M. Wind tunnel experiments relating to supersonic and hypersonic boundary-layer transition // AIAA J. 1975. V. 13, N 3. P. 290–299.
- Demetriades A. Hypersonic viscous flow over a slender cone. Pt 3. Laminar instability and transition. N. Y., 1974. (Paper / AIAA; N 74-535).
- Stetson K. F., Thompson E. R., Donaldson J. C., Siler L. G. Laminar boundary layer stability experiments on a cone at Mach 8. Pt 1. Sharp cone. N. Y., 1983. (Paper / AIAA; N 83-1761).
- Malmuth N. D., Fedorov A. V., Shalaev V. I., et al. Problems in high speed flow prediction relevant to control. N. Y., 1998. (Paper / AIAA; N 98-2695).
- Fedorov A. V., Malmuth N. D., Rasheed A., Hornung H. G. Stabilization of hypersonic boundary layers by porous coatings // AIAA J. 2001. V. 39, N 4. P. 605–610.
- Rasheed A., Hornung H. G., Fedorov A. V., Malmuth N. D. Experiments on passive hypervelocity boundary layer control using an ultrasonically absorptive surface // AIAA J. 2002. V. 40, N 3. P. 481–489.
- Фомин В. М., Федоров А. В., Шиплюк А. Н. и др. Стабилизация гиперзвукового пограничного слоя покрытиями, поглощающими ультразвук // Докл. РАН. 2002. Т. 384, № 2. С. 1–5.
- Fedorov A. V., Shiplyuk A. N., Maslov A. A., et al. Stabilization of a hypersonic boundary layer using an ultrasonically absorptive coating // J. Fluid Mech. 2003. V. 479. P. 99–124.
- 11. Fedorov A. V., Kozlov V. F., Shiplyuk A. N., et al. Stability of hypersonic boundary layer on porous wall with regular microstructure. N. Y., 2003. (Paper / AIAA; N 2003-4147).
- Zhong X. Leading-edge receptivity to free-stream disturbance waves for hypersonic flow over parabola // J. Fluid Mech. 2001. V. 441. P. 315–367.
- 13. Егоров И. В., Судаков В. Г., Федоров А. В. Численное моделирование распространения возмущений в сверхзвуковом пограничном слое // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2004. № 6. С. 33–44.
- 14. Balakumar P., Zhao H., Atkins H. Stability of hypersonic boundary-layers over a compression corner. N. Y., 2002. (Paper / AIAA; N 2002-2848).
- 15. Гапонов С. А. Влияние сжимаемости газа на устойчивость пограничного слоя над проницаемой поверхностью при дозвуковых скоростях // ПМТФ. 1975. № 1. С. 121–125.

Поступила в редакцию 7/II 2006 г., в окончательном варианте — 15/V 2006 г.