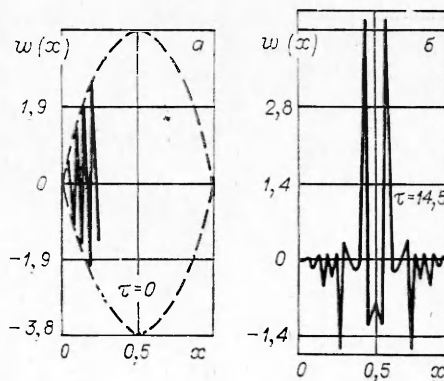


При этом может быть использовано длинноволновое приближение (1.3), но без пренебрежения величиной r^2 по сравнению с единицей. Если же связь вдоль цепи слаба, а локализация сильно выражена (случай ударного взаимодействия), то общий временной период с хорошей точностью определяется по уравнению движения основной массы, совершающей пилообразные колебания.

Остановимся теперь кратко на влиянии демпфирования. В случае «чистого» солитона сравнительно малое вязкое трение приводит к плавному затуханию процесса с сохранением на определенное время основных его особенностей. При некотором отклонении от начальных условий, соответствующих «чистому» солитону, наблюдается перекачка энергии от основной массы к соседним, так что амплитуды последних на начальной стадии движения могут даже существенно возрастать.

Описанные выше черты солитона огибающей полностью сохраняются и в случае, когда ударное взаимодействие сосредоточено в ряде поясов вдоль цепи. Начальные условия и здесь задавались в соответствии с аналитическим решением для солитона огибающей. Пространственные и временные зависимости перемещений, а также усилий ударного взаимодействия отражают синхронное движение масс и сильно выраженную локализацию процесса.

До сих пор шла речь об эволюции начального возмущения, близкого по форме к солитону либо многосолитонному решению. Другим крайним случаем является возбуждение по нелокализованным формам, например по пространственной гармонике со сравнительно небольшим числом полуволи. Исследование развития начальных возмущений по первой, третьей и десятой гармоникам свидетельствует о стремлении системы к конфигурации, близкой к «пилообразной». О последующей трансформации колебательного процесса (случай первой гармоники) можно судить по фиг. 5, на которой видна тенденция к разрушению «пилы» с последующей локализацией.



Ф и г. 5

Поступила 10 IX 1982

ЛИТЕРАТУРА

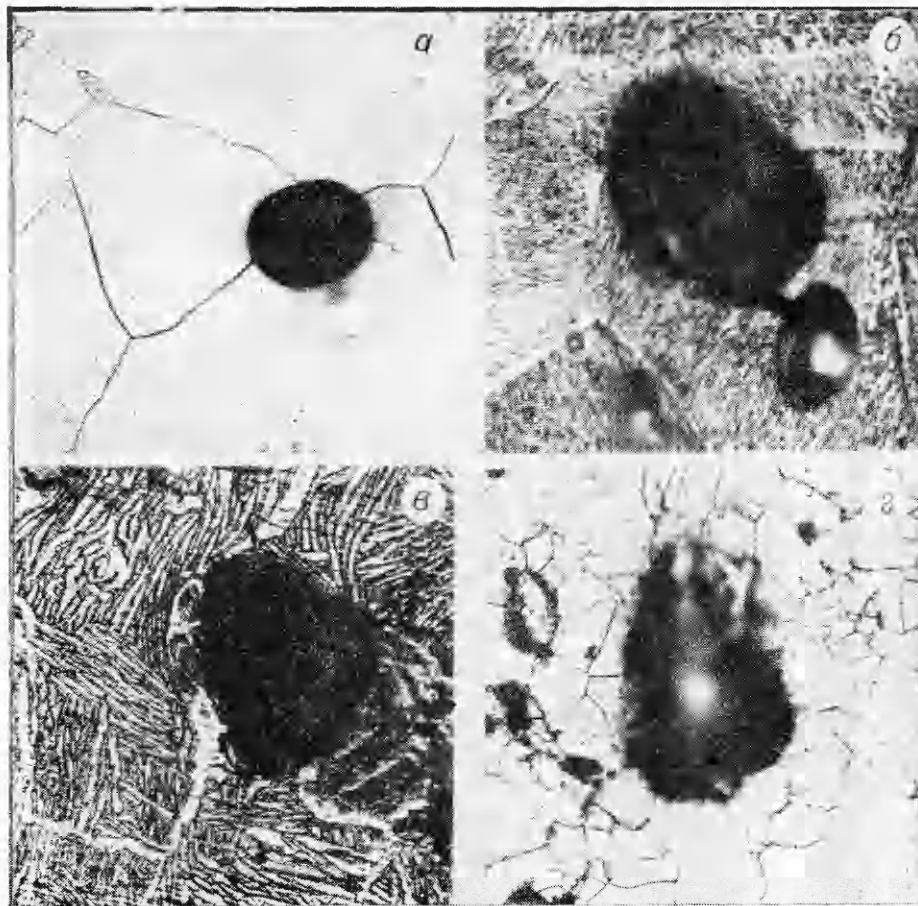
1. Rogers R. J., Pick R. J. On the dynamic spatial response of a heat exchanger tube with intermittent baffle contacts. — Nuclear Eng. and Design, 1976, N 36.
2. Rogers R. J., Pick R. J. Factors associated with support plate forces due to heat-exchanger tube vibratory contact. — Nuclear Eng. and Design, 1977, N 44.
3. Бабицкий В. И. Теория виброударных систем. М.: Наука, 1978.
4. Веденова Е. Г., Маневич Л. И. Периодические и локализованные волны в виброударных системах регулярной структуры. — Машиноведение, 1981, № 4.
5. Toda M. Development of the theory of a nonlinear lattice. — Supplement of the Progr. of Theor. Phys., 1976, N 59.
6. Уизем Д. Линейные и нелинейные волны. М.: Мир, 1977.
7. Косевич А. М., Ковалев А. С. Самолокализация колебаний в одномерной ангармонической цепочке. — ЖЭТФ, 1974, т. 67, № 5.

УДК 539.374

О РАСШИРЕНИИ ПОР В ПЛАСТИЧНЫХ МЕТАЛЛАХ ПРИ ОТКОЛЕ

В. К. ГОЛУБЕВ
(Москва)

Необходимость построения адекватных моделей разрушения материалов при интенсивных динамических нагрузках ударно-волнового характера требует более полного понимания закономерностей зарождения и роста индивидуальных повреждений в процессе разрушения. Показано [1], что в случае пластичных металлов, таких как алюминий и медь, образующиеся при отколе повреждения имеют вид пор, форма которых близка к сферической. На основании экспериментальных наблюдений в [1] предложена эмпирическая закономерность, описывающая рост индивидуальной поры, так называемый закон вязкого роста. В [2] сделаны оценки для поры, расширяющейся в пластической среде, а в [3] для описания роста поры предложена кинематическая



Ф и г. 1

модель, основанная на механике дислокаций. В [4] для моделирования откольного разрушения меди использована модель вязкопластической среды, причем показано, что удовлетворительное согласие результатов эксперимента и расчета достигается при чрезвычайно низком значении вязкости.

В [5] проводилось экспериментальное исследование откольного разрушения ряда металлов в широком температурном диапазоне. Результаты металлографического анализа испытанных образцов, приведенные в [6] и в последующих работах, показали, что если вязкий характер откольного разрушения свойствен для пластичных металлов с гранецентрированной решеткой во всем исследованном температурном диапазоне, то для металлов с другими типами кристаллической структуры вязкий характер разрушения наблюдается в условиях повышенных температур испытания. Для примера на фиг. 1 приведены характерные откольные повреждения в некоторых металлах: *a* — свинец, $T = 0^\circ\text{C}$, $P = 0,69$ ГПа, $\times 200$; *б* — никель, $T = 0^\circ\text{C}$, $P = 3,14$ ГПа, $\times 800$; *в* — титановый сплав ВТ14, $T = 800^\circ\text{C}$, $P = 4,25$ ГПа, $\times 500$; *г* — железо Армко, $T = 800^\circ\text{C}$, $P = 2,74$ ГПа, $\times 500$.

Поведение пластичных металлов в условиях интенсивной высокоскоростной пластической деформации наиболее корректно описывается в рамках модели вязкопластической среды. В данной работе поставлена задача рассмотреть расширение изолированной поры в вязкопластической среде при воздействии короткого импульса растяжения, а именно: определить влияние основных параметров модели (вязкость и предел текучести) на характер расширения сферической поры. Сопоставление подобных расчетных результатов с результатами экспериментального наблюдения характерных размеров образующихся при отколе пор может служить основой для определения вязкости металлов в условиях откольного разрушения,

Задачу о расширении поры в вязкопластической среде можно сформулировать аналогично задаче о ее захлопывании [7]. Пусть в некоторый момент времени к внешней поверхности сферической ячейки радиуса b_0 с внутренней полостью радиуса a_0 прикладывается импульс давления — $P(t)$. Материал среды считаем несжимаемым, поэтому последующее движение вещества однозначно связано с расширением внутренней полости. Уравнение движения при условии радиальной симметрии имеет вид

$$(1) \quad \rho(\partial v/\partial t + v\partial v/\partial x) = \partial \sigma_x/\partial x + 2(\sigma_x - \sigma_\varphi)/x,$$

где σ_x и $\sigma_\varphi = \sigma_\theta$ — компоненты тензора напряжений; x — расстояние от центра симметрии; v — скорость радиального движения. На внешней поверхности сферической ячейки и на стенке полости выполняется условие непрерывности нормальных составляющих тензора напряжений

$$(2) \quad \sigma_x(b, t) = P(t), \quad \sigma_x(a, t) = 0,$$

где b и a — текущие радиусы внешней поверхности сферической ячейки и внутренней полости. Определяющее уравнение вязкопластической среды принимаем в форме

$$(3) \quad \sigma_x - \sigma_\varphi = -Y + 2\eta(\partial v/\partial x - v/x),$$

где Y — предел текучести; η — коэффициент вязкости. Поле скоростей в несжимаемой среде полностью определяется скоростью стенки полости

$$(4) \quad v = (da/dt)a^2/x^2.$$

Подставляя (3), (4) в уравнение (1) и интегрируя его с учетом граничных условий (2), получаем следующее уравнение:

$$(5) \quad -P(t) = -2Y \ln \frac{b}{a} - \frac{4\eta(b^3 - a^3)}{ab^3} \frac{da}{dt} + \rho \left[\frac{b^4 - a^4}{2b^4} \left(\frac{da}{dt} \right)^2 - \frac{b-a}{b} \left(a \frac{d^2a}{dt^2} + 2 \left(\frac{da}{dt} \right)^2 \right) \right].$$

Это дифференциальное уравнение с начальными условиями $a(0) = a_0$, $da/dt(0) = 0$, в котором b связано с a условием несжимаемости $b^3 - a^3 = b_0^3 - a_0^3$, описывает изменение во времени радиуса полости. В начальный момент времени скорость $da/dt = 0$, а ускорение $d^2a/dt^2 > 0$ при выполнении условия $P(t) > P_* = 2Y \ln(b_0/a_0)$. Таким образом, величина P_* является эффективным пределом текучести пористой пластической среды в условиях всестороннего растяжения либо сжатия. Импульс давления, действующий на внешнюю поверхность ячейки, принимаем имеющим прямоугольную форму $P(t) = P_0[H(t) - H(t - T)]$, где $H(t)$ — единичная функция Хевисайда, T — время нагружения. Для удобства анализа задачи введем безразмерные переменные и

$$\text{параметры: } \tau = t/T, \quad r = a/a_0, \quad \beta = b_0/a_0, \quad z = \frac{a}{b} = \frac{r}{\sqrt{\beta^3 + r^3 - 1}}, \quad p = \frac{P_0 T^2}{\rho a_0^2}, \quad y = \frac{2Y T^2}{\rho a_0^2}, \quad \mu = \frac{4\eta T}{\rho a_0^2}.$$

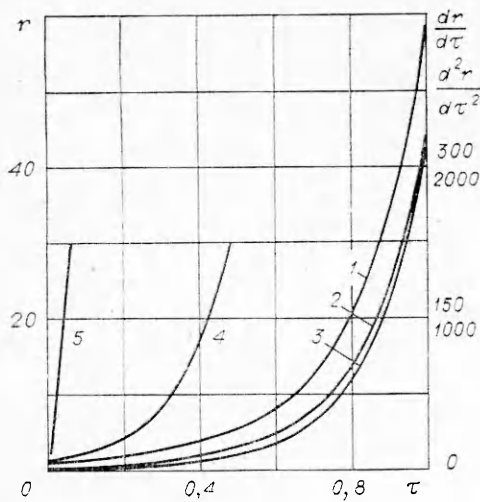
Тогда уравнение (5) можно привести к виду

$$(6) \quad r(1-z) \frac{d^2 r}{d\tau^2} = p[H(\tau) - H(\tau - 1)] - y \ln \frac{1}{z} - \frac{\mu}{r} (1 - z^3) \frac{dr}{d\tau} - \left[2(1-z) - \frac{1}{2}(1 - z^4) \right] \left(\frac{dr}{d\tau} \right)^2.$$

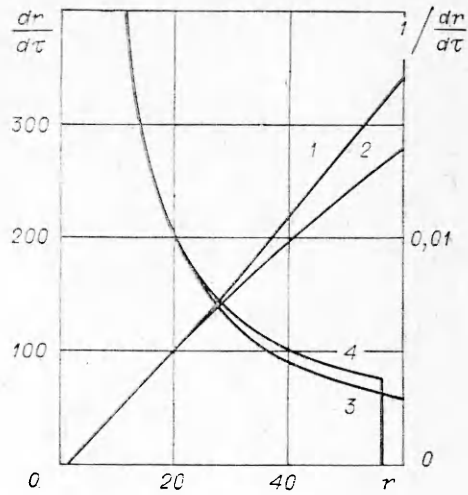
Начальные условия для этого уравнения будут иметь вид $r(0) = 1$, $dr/d\tau(0) = 0$.

Рассмотрим решение поставленной задачи применительно к условиям, реализующимся при откольном разрушении пластичных металлов. Для этого проведем анализ уравнения (6) применительно к результатам конкретного опыта (например, опыт 872 из [1]). Минимальный радиус образующихся пор примем равным 0,5 мкм, отрицательное давление в зоне откола $P_0 = 1,12$ ГПа, а за характерное время нагружения примем время циркуляции упругой волны в ударнике $T = 0,75$ мкс. В [1] получено, что плотность N пор с максимальным радиусом 30 мкм составляет $4 \cdot 10^4$ см⁻³. Эти наиболее крупные поры возникают, несомненно, на самой начальной стадии нагружения и растут в течение всего периода T в отличие от большого числа мелких пор, образующихся на более поздних стадиях нагружения. В этом случае оценка размера сферической ячейки дает $b_0 \approx 1/(2\sqrt[3]{N}) \approx 150$ мкм. Взяв для предела текучести алюминия значение 0,06 ГПа, сразу можем получить величину эффективного предела текучести материала с начальным распределением пор в условиях всестороннего растяжения, близких к реализующимся в зоне откола, $P_* = 0,68$ ГПа. Получим также значения необходимых параметров, таких как $p = 9,29 \cdot 10^5$, $y = 9,96 \cdot 10^4$, $\beta = 300$. Для определения μ первоначально примем используемое в [1] значение $\eta = 20$ Па·с. В этом случае $\mu = 8,89 \cdot 10^4$. Максимальное значение r составляет 60 и значение z в этом случае не превышает 0,2, поэтому в уравнении (6) можно пренебречь третьей и четвертой степенями z по сравнению с единицей. Таким образом, расширение поры r рассматриваемой сферической ячейке будет описываться уравнением вида

$$(7) \quad r \left(1 - \frac{r}{\beta} \right) \frac{d^2 r}{d\tau^2} = p - y \ln \frac{\beta}{r} - \frac{\mu}{r} \frac{dr}{d\tau} - \left(\frac{3}{2} - 2 \frac{r}{\beta} \right) \left(\frac{dr}{d\tau} \right)^2.$$



Ф и г. 2



Ф и г. 3

Начальная кратковременная и существенно нестационарная стадия расширения поры при $r \approx 1$ и $dr/d\tau \approx 0$ характеризуется чрезвычайно большим начальным значением ускорения $d^2r/d\tau^2 \approx p - y \ln \beta = 3,61 \cdot 10^5$, тогда как ее последующее расширение за время $\tau = 1$ до радиуса $r = 60$ происходит в квазистационарном режиме, при котором члены, содержащие ускорение и квадрат скорости, малы по сравнению с другими членами уравнения (7).

Для рассмотрения начальной нестационарной стадии расширения в уравнении (7) пренебрежем последним инерционным членом, отличим r от 1, а также величиной r/β по сравнению с 1. В этом случае уравнение (7) принимает вид

$$d^2r/d\tau^2 + \mu dr/d\tau = p - y \ln \beta.$$

Интегрируя, получаем для скорости и радиуса поры

$$\frac{dr}{d\tau} = \frac{p - y \ln \beta}{\mu} (1 - e^{-\mu\tau}), \quad r = 1 + \frac{p - y \ln \beta}{\mu^2} \tau - \frac{p - y \ln \beta}{\mu^2} (1 - e^{-\mu\tau})$$

Из полученного решения видно, что переход к квазистационарному режиму расширения происходит по типу переходного процесса с постоянной времени $1/\mu \approx 10^{-5}$, а начальное значение скорости поры на квазистационарной стадии равно $(p - y \ln \beta)/\mu \approx 4$.

На следующей квазистационарной стадии закономерно пренебрегаем как инерционным, так и содержащим ускорение членом в уравнении (7). Это приводит к уравнению первого порядка, описывающему процесс расширения поры до тех пор, пока принятые допущения остаются корректными:

$$(8) \quad \frac{dr}{d\tau} = \frac{p - y \ln(\beta/r)}{\mu} r.$$

Интегрируя, получаем

$$(9) \quad r(\tau) = \exp \left[\frac{p - y \ln \beta}{y} \left(\exp \left(\frac{y}{\mu} \tau \right) - 1 \right) \right].$$

Дважды дифференцируя (9), получаем также выражения для скорости и ускорения поры на этой стадии расширения

$$(10) \quad \frac{dr}{d\tau}(\tau) = \frac{p - y \ln \beta}{\mu} \exp \left(\frac{y}{\mu} \tau \right) r(\tau);$$

$$(11) \quad \frac{d^2r}{d\tau^2}(\tau) = \frac{y + (p - y \ln \beta) \exp \left(\frac{y}{\mu} \tau \right)}{\mu} \frac{dr}{d\tau}(\tau).$$

Подставляя в выражение (9) значения известных параметров и значение $r = 60$ при $\tau = 1$, определяем удовлетворяющее этим данным значение $\mu = 1,32 \cdot 10^5$. Полученные зависимости (9)–(11) приведены на фиг. 2, где им соответствуют кривые 1–3. Можно получить более точное выражение для первого интеграла уравнения (7) с учетом пренебрегаемых первоначально членов. Проведенный анализ расширения поры на квазистационарной стадии показал, что пренебрегаемые члены близки по величине, т. е. $r d^2r/d\tau^2 \approx (dr/d\tau)^2$. Таким образом, первый интеграл уравнения (7) может быть более корректно представлен формулой

$$(12) \quad \frac{dr}{d\tau} = -\frac{\mu}{4r} + \sqrt{\left(\frac{\mu}{4r}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(p - y \ln \frac{\beta}{r}\right)}.$$

Интегральные кривые 1, 2, соответствующие формулам (8), (12), приведены на фиг. 3. Они показывают, что расхождение начинается при $r \approx 20$, что соответствует $\tau \approx 0,8$. Уравнение (12) не решается аналитически, но на фиг. 3 приведен пример элементарного

графического интегрирования выражения $\int_1^{r_1} \frac{1}{\frac{dr}{d\tau}(r)} dr = 1$ для случаев 1, 2, где r_1 —

радиус поры при $\tau = 1$. Подынтегральные кривые 3, 4 должны покрывать одинаковую площадь, учет этого условия показывает, что происходит снижение значения r_1 не более чем до 56.

При $\tau > 1$ происходит еще некоторое дальнейшее инерционное расширение поры. Уравнение (6) в этом случае с учетом пренебрежения степенями z будет иметь вид

$$r \left(1 - \frac{r}{\beta}\right) \frac{d^2 r}{d\tau^2} = -y \ln \frac{\beta}{r} - \frac{\mu}{r} \frac{dr}{d\tau} - \left(\frac{3}{2} - z \frac{r}{\beta}\right) \left(\frac{dr}{d\tau}\right)^2.$$

Начальные условия получаем по формулам (9), (10) при $\tau = 1$. Последний член уравнения является как самым малым по величине, так и наиболее прогрессивно уменьшающимся с уменьшением $dr/d\tau$. Учитывая также, что значение r не должно существенно измениться, сделаем оценку максимального радиуса поры r_2 , интегрируя линейное уравнение

$$r_1 \left(1 - \frac{r_1}{\beta}\right) \frac{d^2 r}{d\tau^2} = -y \ln \frac{\beta}{r_1} - \frac{\mu}{r_1} \frac{dr}{d\tau}.$$

Решение этого уравнения показывает, что ко времени $\tau \approx 1,04$ пор а остановится на радиусе $r_2 \approx 65$.

Таким образом, сделанные оценки указывают, что в конкретном весьма типичном случае формула (9) довольно корректно описывает характер расширения изолированной поры в пластичном металле, моделируемом вязкопластической средой. Эффект снижения величины r , связанный с учетом малых членов в уравнении (7), оказался незначительным и с большой степенью точности скомпенсированным эффектом увеличения r на стадии замедления.

Интересно отметить раздельное влияние параметров прочности y и вязкости μ на характер расширения поры. В случае чисто вязкого сопротивления расширению поры, т. е. при $y = 0$, для квазистационарной стадии расширения получим, интегрируя уравнение (8),

$$r = e^{(p/\mu)\tau}.$$

Эта зависимость показана на фиг. 2 кривой 4 в пределах, в которых она еще остается действительной. Для больших значений рассмотренное расширение поры может быть проведено методом, аналогичным используемому для получения зависимости (12). Эффективное значение параметра μ , необходимое для описания экспериментально наблюдаемого размера поры, составляет $2,27 \cdot 10^3$, а учет стадии замедления поры приведет к еще более существенному увеличению μ . В случае отсутствия вязкого сопротивления расширению поры, т. е. при $\mu = 0$, уравнение (7) может быть проинтегрировано при условии пренебрежения величиной r/β по сравнению с единицей, что дает

$$\left(\frac{dr}{d\tau}\right)^2 = \frac{1}{3}(p - y \ln \beta) \left(1 - \frac{1}{r^3}\right) + \frac{2}{3}y \left[\ln r - \frac{1}{3}\left(1 - \frac{1}{r^3}\right)\right].$$

В пределах изменения r от 2 до 30 происходит увеличение скорости от значения $dr/d\tau \approx (2/3)(p - y \ln \beta)$ не более чем в 1,5 раза. Поэтому можно приближенно построить траекторию расширения поры в условиях идеальной пластичности, используя приведенное постоянное значение скорости. Построенная таким образом зависимость $r(\tau)$, представляющая собой по мере увеличения r его оценку снизу, показана на фиг. 2 линией 5.

Так же может быть сделана оценка повышения температуры материала на внутренней поверхности расширяющейся поры. Например, в случае чистой пластичности $\Delta T = 2Y \ln \left(\frac{a_1}{a_0}\right) / \rho c \approx 200$ K, где a_1 — максимальный радиус поры, c — удельная теплоемкость. Учет вязкой диссипации приводит к тому, что температура поверхности может превысить температуру плавления.

Одним из важных и не выясненных окончательно вопросов остается вопрос о минимальном размере образующихся микроскопических пор. В работе [8], являющейся продолжением исследования, начатого в [1], указывается, что наблюдение микроразрывов произошло при увеличении $\times 100$. Поэтому значение минимального радиуса пор 1 мкм взято, по-видимому, довольно условно. Наблюдение характера откольного разрушения в пластичных металлах, исследованных в [5] и последующих работах, при увеличении $\times 1000$ показало на наличие пор с минимальным радиусом около 0,5 мкм. Это значение близко к пределу достоверного разрешения оптической мик-

роскопии, хотя при этом увеличении можно еще довольно отчетливо отличать поры минимального размера от микроскопических включений. Одним из источников образующихся пор является, по-видимому, раскрытие микротрещин, зарождающихся на напряженных объемных скоплениях дислокаций, таких как дислокационные ячейки и клубки. Размеры этих микротрещин достигают размеров дислокационных скоплений [9]. В металлах, не подвергнутых предварительному отжигу, ячеистая дислокационная структура образуется ранее в результате предшествующей пластической деформации в процессе технологической обработки. Возникающая при ударно-волновом нагружении дислокационная структура в таких металлах, как никель и медь, характеризуется размерами дислокационных ячеек 0,15—1,4 мкм [10]. Основным же источником образующихся пор наряду со структурными неоднородностями являются, по-видимому, частицы инородных примесей и включений, в большом количестве присутствующие в технических металлах и особенно в сплавах.

Полученное выражение (9) для радиуса расширяющейся поры в случае малости по сравнению с единицей отношения y/μ либо в случае малых τ переходит в выражение

$$(13) \quad r(\tau) = \exp\left(\frac{\nu - \eta \ln \beta}{\mu} \tau\right),$$

в точности соответствующее полученному в [1] на основании так называемого закона вязкого роста. Становится понятным и смысл используемого в [1] понятия предела роста пор σ_{g_0} , который представляет собой не что иное, как предел текучести среды с начальным распределением пор минимального размера в условиях всестороннего растяжения.

Для развития вязкого откольного разрушения в пластичных металлах необходимо, чтобы приложенное отрицательное давление превышало предел текучести пористой среды с начальным распределением пор минимального размера $P_* = 2Y \times \ln \frac{1}{2 \sqrt[3]{N} a_0}$. Анализ результатов [1, 8], а также металлографическое изучение

образцов, испытанных в [5], дают для a_0 и N характерные значения 0,5 мкм и 10^4 см^{-3} . Таким образом, отрицательное давление в зоне откола должно превышать значение P_* , равное в этом случае $12,3Y$. Варьирование величины N в пределах $10^3 - 10^5$ приводит к изменению P_* в пределах (13,8—10,8) Y . Уровень же нагружения, соответствующий зарождению микропор в достаточном количестве, может быть выше уровня P_* и проявляет явную временную зависимость (см., например, [11]).

Остановимся теперь на возможности определения вязкости металлов в условиях, соответствующих вязкому откольному разрушению, обусловленному ростом пор. На основании выражения (13) сразу же может быть сделана верхняя оценка для параметра $\mu = p - y \ln \beta$. В случае алюминия верхняя оценка для $\mu = 3,61 \cdot 10^5$, что дает верхнюю оценку для величины вязкости $\eta = 81,2 \text{ Па} \cdot \text{с}$. Полученное же на основании анализа расширения индивидуальной поры значение $\mu = 1,32 \cdot 10^5$ соответствует вязкости алюминия $\eta = 30 \text{ Па} \cdot \text{с}$. Подобным образом можно оценить величину вязкости и некоторых других металлов. Для этого решим уравнение (9) относительно η , подставив в него необходимые параметры и приведя к размерному виду

$$\eta = \frac{2YT}{4 \ln \left(1 + \frac{2Y \ln \frac{a_1}{a_0}}{P_0 - 2Y \ln \frac{b_0}{a_0}} \right)}.$$

Проиллюстрируем возможность определения величины η на нескольких примерах. Для меди (опыт S24 из работы [8]) при $P_0 = 1,8 \text{ ГПа}$, $Y = 0,06 \text{ ГПа}$, $T = 0,25 \text{ мкс}$, $a_0 = 0,5 \text{ мкм}$, $a_1 = 45 \text{ мкм}$, $N = 2 \cdot 10^4 \text{ см}^{-3}$ получаем $\eta = 20 \text{ Па} \cdot \text{с}$. Для свинца при $P_0 = 0,6 \text{ ГПа}$, $Y = 0,01 \text{ ГПа}$, $T = 1,3 \text{ мкс}$, $a_0 = 0,5 \text{ мкм}$, $a_1 = 50 \text{ мкм}$, $N \approx 10^3 \text{ см}^{-3}$ получаем $\eta = 38 \text{ Па} \cdot \text{с}$. Для никеля при $P_0 = 3,14 \text{ ГПа}$, $Y = 0,2 \text{ ГПа}$, $T = 1,3 \text{ мкс}$, $a_0 = 0,5 \text{ мкм}$, $a_1 = 20 \text{ мкм}$, $N \approx 10^4 \text{ см}^{-3}$ получаем $\eta = 113 \text{ Па} \cdot \text{с}$. Для титанового сплава ВТ14 при температуре 800°C и при $P_0 = 3,6 \text{ ГПа}$, $Y = 0,1 \text{ ГПа}$, $a_0 = 0,5 - 1 \text{ мкм}$, $a_1 = 60 \text{ мкм}$, $N \approx 10^4 \text{ см}^{-3}$ получаем в зависимости от величины a_0 значение $\eta = 96 - 230 \text{ Па} \cdot \text{с}$. Значение $a_0 = 1 \text{ мкм}$ взято, поскольку на специфической структуре сплава ВТ14 (см. фиг. 1, в) затруднительно наблюдать поры с радиусом менее 1 мкм, а значение $a_0 = 0,5 \text{ мкм}$ является общим для целого ряда предшествующих материалов и, по-видимому, в целях сравнительного анализа более приемлемо.

Полученные значения вязкости металлов хорошо сопоставимы с результатами, полученными при других условиях испытания. В [12] при ударно-волновом сжатии пористого алюминия наиболее удовлетворительное согласие экспериментальных и расчетных результатов наблюдается при $\eta = 20 \text{ Па} \cdot \text{с}$. В [13] верхние оценки вязкости для алюминия и меди, полученные по измерению профиля фронта ударных волн, составляют 100 и 300 Па·с. Сделанные для этих условий оценки скорости деформации $\dot{\epsilon}$ дают $\sim 10^8 \text{ с}^{-1}$, а оценки плотности подвижных дислокаций ρ_D дают $\sim 10^9 \text{ см}^{-2}$. В условиях расширения пор оценки $\dot{\epsilon}$ дают $\sim 10^7 \text{ с}^{-1}$. Могут также быть сде-

лавы оценки плотности подвижных дислокаций $\rho_D = B/\eta b^2$, где B — коэффициент торможения, b — вектор Бюргерса. Среднее значение B для металлов с гранецентрированной кубической решеткой составляет $\sim 4 \cdot 10^{-5}$ Па·с [14], что для оценки ρ_D дает $\sim 10^9$ см $^{-2}$.

Поступила 10 IX 1982

ЛИТЕРАТУРА

1. Barbee T. W., Seaman L. et al. Dynamic fracture criteria for ductile and brittle metals. — J. of Materials, 1972, vol. 7, N 3.
2. McClintock F. A. Models of spall fracture by hole growth. — In: Metallurgical Effects at High Strain Rates. N. Y. — L.: Plenum Press, 1973.
3. Stevens A. L., Davison L., Warren W. E. Spall fracture in aluminum monocrystals: a dislocation-dynamics approach. — J. Appl. Phys., 1972, vol. 43, N 12.
4. Johnson J. N. Dynamic fracture and spallation in ductile solids. — J. Appl. Phys., 1981, vol. 52, N 4.
5. Голубев В. К., Новиков С. А. и др. Влияние температуры на критические условия откольного разрушения металлов. — ПМТФ, 1980, № 4.
6. Голубев В. К., Новиков С. А. и др. О механизмах откольного разрушения сталей Ст. 3 и 12Х18Н10Т в температурном диапазоне —196... 800°С. — Проблемы прочности, 1981, № 5.
7. Григорьев В. Г., Дунин С. З., Сурков В. В. Захлопывание сферической поры в вязкопластическом материале. — Изв. АН СССР. МТТ, 1981, № 1.
8. Seaman L., Curran D. S., Shockey D. A. Computational models for ductile and brittle fracture. — J. Appl. Phys., 1976, vol. 47, N 11.
9. Иванова В. С. Разрушение металлов. М.: Металлургия, 1979.
10. Murr L. E. Work hardening and the pressure dependence of dislocation density arrangements in shock loaded nickel and copper. — Scripta Metallurgica, 1978, vol. 12, N 2.
11. Davison L., Graham R. A. Shock compression of solids. — Physics Reports, 1979, vol. 55, N 4.
12. Butcher B. M., Carroll M. M., Holt A. C. Shock-wave compaction of porous aluminum. — J. Appl. Phys., 1974, vol. 45, N 9.
13. Chhabildas L. C., Asay J. R. Rise-time measurements of shock transitions in aluminum, copper, and steel. — J. Appl. Phys., 1979, vol. 50, N 4.
14. Альшиц В. И., Инденбом В. Л. Динамическое торможение дислокаций. — УФН, 1975, т. 115, вып. 1.

УДК 539.3

ИЗГИБ АНИЗОТРОПНОЙ ПЛАСТИНЫ С УПРУГИМ АНИЗОТРОПНЫМ ВКЛЮЧЕНИЕМ

М. П. ЗАДВОРНЯК, Т. Л. МАРТЫНОВИЧ

(Львов)

Рассмотрим изгиб тонкой пластины толщиной h с криволинейным отверстием, в которое впаяно упругое ядро из другого материала. Пластина и включение обладают прямолинейной анизотропией относительно упругих свойств материала и в каждой точке имеют плоскость упругой симметрии, параллельную срединной плоскости xOy . Главные направления упругости для пластины и включения составляют между собой угол φ (фиг. 1). Линия L разграничения областей $S^{(1)}$ и $S^{(2)}$, соответствующих различным анизотропным материалам, описывается уравнением вида

$$(1) \quad t = x + iy = R \left(e^{i\theta} + \sum_{k=1}^N C_k e^{-ik\theta} \right), \quad \sum_{k=1}^N k |C_k|^2 < 1.$$

Вдоль линии L раздела областей $S^{(\alpha)}$ ($\alpha = 1, 2$) должны выполняться условия сопряжения

$$(2) \quad M_n^{(1)} = M_n^{(2)}, \quad N_n^{(1)} + \frac{\partial H_n^{(1)}}{\partial s} = N_n^{(2)} + \frac{\partial H_n^{(2)}}{\partial s},$$

$$W^{(1)} = W^{(2)}, \quad \frac{\partial W^{(1)}}{\partial n} = \frac{\partial W^{(2)}}{\partial n};$$