

Количественные результаты численного решения следует признать удовлетворительными: удельная прочность q/W проекта, построенного численным методом, примерно равна удельной прочности оптимального, относительный недобор по прочности составляет 17%, по объему арматуры — 14%; по сравнению с начальным приближением (7) прочность возросла на 65%.

Поступила 3 V 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Брызгалин Г. И. К рациональному проектированию анизотропных плоских тел со слабым связующим. Изв. АН СССР, МТТ, 1969, № 4.
2. Брызгалин Г. И. Проектирование упругого анизотропного тела с равнонапряженной арматурой. Сб. «Металловедение и прочность материалов», Волгоград, Нижне-Волжское изд-во, 1968.
3. Черноусько Ф. Л. Метод локальных вариаций для численного решения вариационных задач. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1965, т. 5, № 4.

УДК 624.131.54

О ДЕФОРМИРУЕМОСТИ ГРУНТОВ ПРИ СЛОЖНОМ НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ

М. Н. Захаров, И. Н. Иващенко

(Москва)

Экспериментально исследованы возможности применения теории Генки — Надаи при сложном нагружении грунтов. Для песка и суглинка нарушенной структуры получено, что необходимые предпосылки теории Генки — Надаи выполняются при сложном нагружении на достаточно плавных путях нагружения.

Современные методы расчета в механике грунтов основываются на простейшей деформационной теории Генки — Надаи

$$S_{ij} = G_s \varepsilon_{ij} \quad (1)$$

где S_{ij} — девиатор напряжений, ε_{ij} — девиатор деформаций, G_s — секущий модуль кривой зависимости интенсивности напряжений от интенсивности деформаций.

Соблюдение исходных предпосылок этой теории [1] (совпадение главных осей тензоров напряжений и деформаций и подобие их девиаторов) исследовано при сложном нагружении грунтов, в том числе при изменении направления осей главных напряжений. Такая постановка исследования определяется тем, что нагружение элемента грунтового массива является, как правило, сложным. В то же время экспериментальные исследования сложного нагружения грунтов в настоящее время почти отсутствуют.

Эксперименты поставлены на полых цилиндрических образцах грунта, нагруженных осевой силой и гидростатическим давлением, неодинаковым внутри и снаружи образцов. Различные комбинации этих нагрузок позволяют исследовать деформации грунта как в условиях простого, так и сложного нагружения. Приложение на торцах крутящего момента приводит к изменению положения осей главных напряжений σ_1 и σ_3 .

Экспериментальная установка позволяла испытывать образцы высотой 80 мм, внутренним и внешним диаметром 35 и 60 мм соответственно. Приложение вертикальной нагрузки и крутящего момента осуществлялось механическими системами, а гидростатического давления — сжатым воздухом через глицерин и резиновые оболочки. Вертикальная деформация образца измерялась индикатором часового типа, соединенным с нагрузочным штоком, с точностью 0.01 мм. Радиальная и тангенциальная деформации определялись по изменениям наружного и внутреннего диаметров образца, измеряемых по объему глицерина во внутренней и наружной полостях прибора с точностью до 0.05 см³. Угловая деформация определялась по геодезическому лимбу, закрепленному на нагрузочном штоке, с точностью до 0°02'. Задаваемые нагрузки фиксировались образцовыми манометрами и динамометром с ценой делений 0.05 кг/см².

Исследованные грунты характеризуются следующими показателями. Песок среднезернистый, однородный, средней плотности с удельным весом 2.65 г/см^3 , коэффициент пористости — 0.57, преобладающая фракция зернового состава 0.25—0.5 мм.

Суглинок нарушенной структуры имеет влажность на пределе текучести 10, весовую влажность 12.3%, коэффициент пористости 0.76, степень водонасыщения 0.44, удельный вес 2.72 г/см^3 .

Первоначальная изотропия свойств грунтов подтверждена экспериментально при нагружениях по одинаковой программе различным образом ориентированных образцов.

Нагружение грунтов осуществлялось ступенями со стабилизацией деформаций после каждой ступени нагрузки.

Все эксперименты поставлены при постоянной в ходе нагружения величине среднего давления σ , так что увеличивались только компоненты девиатора напряжений. Значение σ принято равным 5 кг/см^2 .

Выполненные эксперименты можно разбить на три группы:

1) эксперименты по простому нагружению, в ходе которых компоненты девиатора напряжений возрастали пропорционально и параметр вида напряженного состояния (параметр Лоде)

$$\mu = \frac{2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3}$$

оставался постоянным;

2) эксперименты по сложному нагружению (μ — переменное) при фиксированном положении осей главных напряжений;

3) эксперименты по сложному нагружению, в ходе которого направление осей главных напряжений изменялось.

Простое нагружение осуществлено как для песка, так и для суглинка для трех значений $\mu = -1, 0$ и $+1$ (опыты ¹ 1, 2, 3). Эксперименты второй группы включают два опыта — 4 и 5. В опыте 4 на первом этапе нагружение простое ($\mu = -1$), затем при постоянном значении интенсивности напряжений σ_i (5.1 кг/см^2 для суглинка и 4.9 кг/см^2 для песка) параметр вида напряженного состояния μ изменялся ступенями от -1 до 0. В аналогичном опыте с песком значение μ возрастало в пределах от -1 до $+0.75$.

Опыт 5 отличался от опыта 4 тем, что то же самое напряженное состояние ($\mu = 0$, $\sigma_i = 5.1 \text{ кг/см}^2$ для суглинка и 4.9 кг/см^2 для песка) достигалось одновременным увеличением σ_i и изменением μ от -1 до 0. Заключительный этап опытов 4 и 5 состоял в увеличении σ_i вплоть до разрушения при $\mu = 0$.

Сложное нагружение с изменением положения главных осей напряжений выполнено в опытах 6, 7, 8, 9, 10, 11.

Программа изменения главных напряжений, а также σ_i и μ в опытах 6 и 7 полностью совпадает с программой опытов 4 и 5 соответственно. Однако одновременно с изменением вида напряженного состояния оси главных напряжений поворачивались на 45° .

В опытах 8 и 9 нагружение происходило при постоянном значении параметра Лоде, равном -1 и 0. Рост интенсивности напряжений сопровождался поворотом главных осей напряжений на 45° .

В опытах 10 и 11 поворот осей главных напряжений на 45° осуществлен после предварительного простого нагружения ($\mu = -1$ и 0). В процессе поворота значения главных напряжений поддерживались постоянными. Последующее нагружение выполнено при постоянном значении μ .

Представленные на фиг. 1—5 результаты экспериментов ² 1—11 позволяют оценить степень нарушения в условиях сложного нагружения предпосылок простейшей деформационной теории: совпадение осей тензоров напряжений и деформаций, подобие их девиаторов. Наряду с этим рассматриваются нарушения соотношений между инвариантами напряжений и деформаций, характерных для простого нагружения.

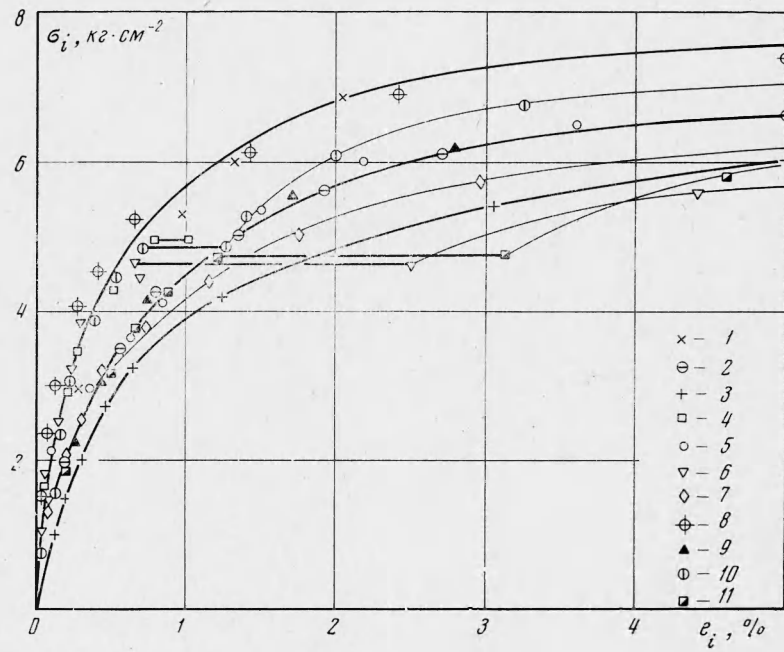
Зависимости интенсивности деформаций e_i и объемной деформации θ от интенсивности напряжений σ_i для исследованной разновидности песка показаны на фиг. 1 и фиг. 2.

На фиг. 3 представлены соотношения между μ и аналогичным параметром для деформаций

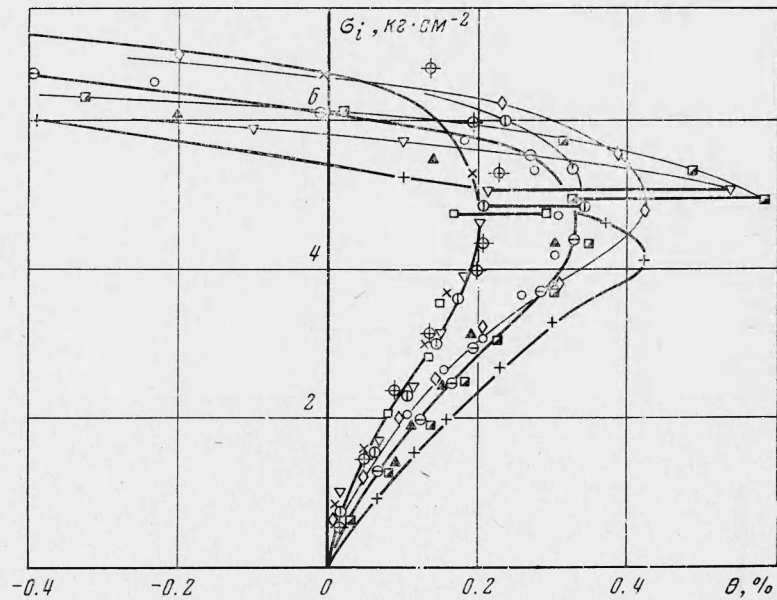
$$\nu = \frac{(2e_2 - e_1 - e_3)}{(e_1 - e_3)}$$

¹ Поскольку программы исследований песка и суглинка аналогичны, нумерация опытов здесь одинаковая.

² Условные обозначения опытов приведены на фиг. 1.



Фиг. 1



Фиг. 2

Экспериментальные точки, полученные при простом нагружении, лежат в зонах, ограниченных прямоугольниками. Пунктирные линии и темные точки относятся к опытам с песком, а сплошные линии и светлые точки — к опытам с суглинком.

Изменение угла поворота осей главных деформаций

$$\psi = \frac{1}{2} \arctg \frac{\epsilon_{13}}{\epsilon_{11} - \epsilon_{33}}$$

при повороте осей главных напряжений на угол

$$\alpha = \frac{1}{2} \arctg \frac{2\sigma_{13}}{\sigma_{11} - \sigma_{33}}$$

представлено на фиг. 4 для суглинки и на фиг. 5 для песка. На тех же графиках показано изменение ψ в процессе последующего этапа нагружения в опытах 6, 10, 11 ($\alpha^\circ = 45^\circ = \text{const}$ и $\mu = \text{const}$).

Рассмотрение представленных на фиг. 1—5 данных позволяет сделать следующие заключения.

При простом нагружении для каждого значения μ получены свои графики зависимостей σ_i от e_i и σ_i от θ (фиг. 1, фиг. 2). Таким образом, соотношения между инвариантами деформаций и напряжений должны быть записаны в виде

$$e = e(\sigma, \sigma_i, \mu), \quad e_i = e_i(\sigma, \sigma_i, \mu) \quad (2)$$

Необходимость введения в уравнения (2) среднего давления следует из рассмотрения многочисленных экспериментальных данных [2,3]

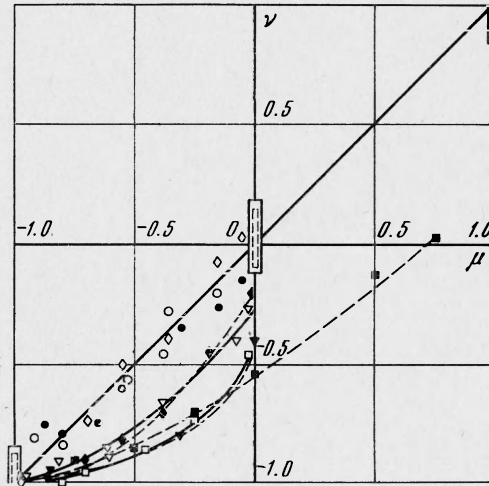
Параметры μ и ν при простом нагружении могут быть приняты равными (фиг. 3), т. е. девиаторы напряжений и деформаций подобны. Следовательно, для песка, как и для суглинки, при простом нагружении верны соотношения Генки. Этот результат экспериментально получен также в других работах [3].

Эксперименты показали, что закономерности простого нагружения сохраняются и при некоторых траекториях сложного нагружения. Так, в опытах, в которых изменение вида напряженного состояния и поворот главных осей напряжений сопровождались увеличением интенсивности напряжений (опыты 5, 7, 8, 9) либо не получено отклонения от соотношений простого нагружения, либо такие отклонения невелики. В опытах 5, 7 и 2 при $\mu = 0$, $\sigma_i = 5.1 \text{ кг/см}^2$ для суглинки и 4.9 кг/см^2 для песка и независимо от наличия поворота осей главных напряжений величины e_i и θ близки между собой для рассматриваемых различных опытов и мало зависят от траектории последующего нагружения, т. е. выполняются соотношения (2).

Представляет значительный интерес сопоставить полученные результаты с данными других исследований. Эксперименты с металлами [4] также показывают, что сложное нагружение, сопровождаемое увеличением σ_i , не приводит к заметному нарушению соотношений деформационной теории пластичности. Для металлов отклонения от закономерностей простого нагружения невелики и в случае, если поворот осей главных напряжений осуществляется при неизменном виде напряженного состояния одновременно с возрастанием σ_i [5]. Выполненные авторами опыты 8 и 9 подтверждают этот вывод и для грунтов. Графики этих опытов (фиг. 1 и фиг. 2) практически совпадают с графиками опытов 1 и 2, полученных в условиях простого нагружения.

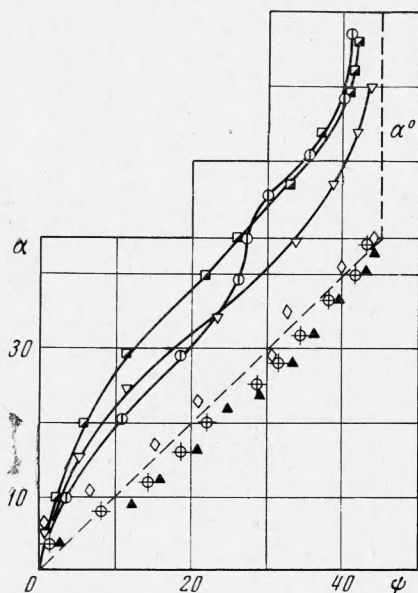
В рассматриваемых экспериментах 5, 7, 8, 9 с достаточной точностью соблюдается равенство $\mu = \nu$ (фиг. 3) и $\alpha = \psi$ (фиг. 4 и фиг. 5), т. е. главные оси тензоров напряжений и деформаций совпадают, а их девиаторы подобны. Таким образом, соблюдаются предпосылки применимости уравнений Генки (1). Некоторое отклонение от соотношений простого нагружения получено для песка в опыте 7, в котором нагружение происходило при одновременном увеличении σ_i , изменении μ от -1 до 0 и повороте главных осей напряжений на 45° . Получены несколько большие деформации e_i и θ и несколько меньшие углы ψ по сравнению с простым нагружением.

Совершенно другие результаты получены при сложном нагружении, которому предшествовал этап простого нагружения (опыты 4, 6, 10, 11). Последующее изменение μ или α (или μ и α одновременно) вызвало резкие отклонения от закономерностей простого нагружения. Возрастание параметра Лодэ от -1 до 0 (опыт 4) при неизменном значении интенсивности напряжений приводит к увеличению e_i и θ (фиг. 1 и фиг. 2), которое однако меньше разницы между линиями простого нагружения для $\mu = -1$ и 0 соответственно. Такой же результат получен в аналогичном опыте с суглинком.

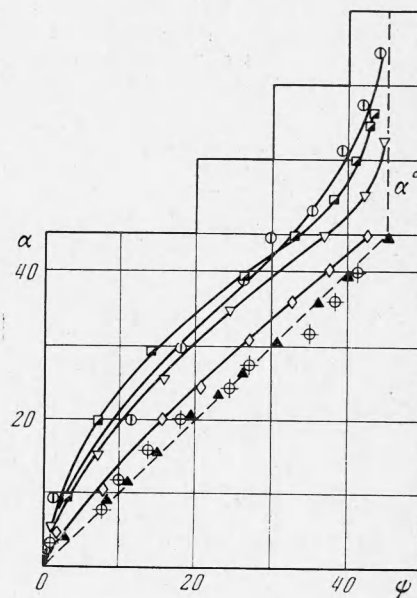


Фиг. 3

Изменение ориентации главных осей напряжений при постоянном σ_1 приводит к значительному увеличению деформаций ϵ_2 и θ (опыты 10 и 11). Таким образом, при траекториях рассматриваемого типа, для которых характерно наличие участка простого нагружения, предшествовавшего сложному нагружению, уравнения (2) непригодны, так как они не учитывают влияние траектории.



Фиг. 4



Фиг. 5

Аналогичные эксперименты с металлами показывают, что сложное нагружение следующее за простым, также приводит к нарушению соотношений простого нагружения. Эти нарушения наиболее значительны, если σ_1 остается постоянным [4, 6].

Наряду с отклонением от уравнений (2) в опытах 4, 6, 10, 11 происходит существенное нарушение соосности тензоров напряжений и деформаций, а также подобия их девиаторов (фиг. 3, 4, 5). Условия применимости уравнений Генки резко нарушаются.

Выполненные исследования сложного нагружения двух различных грунтов позволили установить некоторые общие особенности деформирования. Показано, что для некоторых траекторий (и, по-видимому, для определенных грунтов и их физических состояний) при сложном нагружении сохраняются закономерности простого нагружения. Эти траектории характеризуются отсутствием резкого изменения вида напряженного состояния и ориентации главных осей напряжений, а нагружение происходит с возрастанием интенсивности напряжений. Таким образом, описание процессов сложного нагружения по траекториям такого типа может быть осуществлено уравнениями простейшей деформационной теории Генки — Надаи.

Поступила 30 V 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. И л ь ю ш и н А. А. Пластичность. М.—Л., Гостехиздат, 1948.
2. Б о т к и н А. И. Исследование напряженного состояния в сыпучих и связных грунтах. Изв. Научн.-исслед. ин-та гидротехники, 1939, т. 24.
3. Л о м и з е Г. М., К р ы ж а н о в с к и й А. Л. Определение механических свойств грунта в условиях пространственного напряженного состояния. Сб. «Механические свойства грунтов и вопросы строительства зданий на увлажняемых лессовых основаниях», Грозный, Чечено-Ингушское книжное изд-во, 1968.
4. Ж у к о в А. М. Некоторые особенности поведения металлов при упруго-пластическом деформировании. Сб. «Вопросы теории пластичности», М., Изд-во АН СССР, 1961.
5. Я г н Ю. И., Г р е б н е в Л. В. Влияние поворота главных осей напряжений на сопротивление металла пластическому деформированию и разрушению. Тр. Ленингр. политехн. ин-та им. М. И. Калинина, 1967, № 278.
6. Д о щ и н с к и й Г. А., М а к с а к В. И. Экспериментальное исследование пластических деформаций при сложном нагружении. Инж. ж. МТТ, 1966, № 5.