

кинетической теории Боголюбова. Сравнение теоретической и экспериментальной кривых показывает, что результаты расчетов Адхамова качественно правильно отражают температурную зависимость скорости звука в жидкой фазе аргона. Однако количественно расхождение между расчетными и экспериментальными данными достигает более 100%.

Поступила 11 I 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. I t t e r b e e k A., V e r h a e g e n L. Measurement of the sound velocity in liquefied argon and methan. Proc. Phys. Soc. B, 1949, vol. 62, p. 800.
2. I t t e r b e e k A., G r e v e n d o n k W., D a e l W., F o r g e z G. The velocity of the sound in the liquid argon at high pressures. Physica, 1959, vol. 25, No. 12, p. 1255.
3. Б е р г м а н Л. Ультразвук и его применение в науке и технике, ИЛ, 1957.
4. К у д р я в ц е в Б. Б. Применение ультразвуковых методов в практике физико-химических исследований. ГИТТЛ, 1952.
5. Т р е л и н Ю. С. Исследование скорости распространения ультразвуковых волн в двуокиси углерода в области жидкого и газообразного состояния. Сб. «Применение ультразвукустики к исследованию вещества». Изд. МОПИ, 1961, вып. 13.
6. Н о з д р е в В. Ф. Применение ультразвукустики в молекулярной физике. Физматгиз, 1958.
7. T a n n e b e r g e r H. Eine Untersuchung des kritischen Zustandes mit Ultraschall. Z. Phys., 1959, Bd. 153, S. 445.

ВЛИЯНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ОПТИМАЛЬНЫЙ СОСТАВ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОЙ ГАЗОВОЙ СМЕСИ

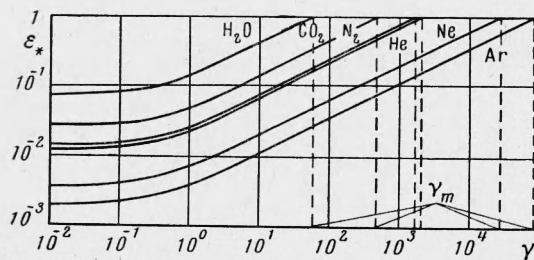
Э. П. Зимин, В. А. Попов (Москва)

В присутствии магнитного поля электропроводность становится функцией напряженности магнитного поля и, кроме того, принимает анизотропный характер.

Для газа Лорентца, согласно Спитцеру [1], закон Ома принимает следующий вид:

$$\frac{\mathbf{j}}{\sigma_0} = \mathbf{E}_0 + \mu_e \mathbf{W} \times \mathbf{H} - \frac{\mu_e}{n_e e} \mathbf{j} \times \mathbf{H} + \frac{1}{n_e e} \nabla p_e \quad (1)$$

где n_e — концентрация электронов, e — заряд электрона, p_e — электронное давление.



Фиг. 1

Вводя ларморовскую частоту электронов ω и полагая градиент электронного давления равным нулю, уравнение (1) можно преобразовать к виду

$$\mathbf{j} + \frac{\omega \tau}{|\mathbf{H}|} \mathbf{j} \times \mathbf{H} = \sigma_0 \mathbf{E} \quad (2)$$

$$\left(\omega = \frac{e \mu_e H}{m}, \quad \sigma_0 = \frac{n_e e^2 \tau}{m} \right)$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mu_e \mathbf{W} \times \mathbf{H}$$

где m — масса электрона, τ — время свободного пробега. Второй

член левой части этого уравнения соответствует эффекту Холла.

Разрешим уравнение (2) относительно \mathbf{j} . Для этого умножим его векторно на \mathbf{H}

$$\mathbf{j} \times \mathbf{H} + \frac{\omega \tau}{|\mathbf{H}|} [(\mathbf{j} \cdot \mathbf{H}) \cdot \mathbf{H} - H^2 \mathbf{j}] = \sigma_0 \mathbf{E}_\perp \times \mathbf{H} \quad (3)$$

При этом использовано разложение вектора напряженности электрического поля на две составляющие: \mathbf{E}_\parallel — параллельную вектору напряженности магнитного поля \mathbf{H} и \mathbf{E}_\perp — нормальную к нему. Два члена в квадратных скобках получены в результате раскрытия двойного векторного произведения $(\mathbf{j} \times \mathbf{H}) \times \mathbf{H}$. Далее, умножая уравнение (2) скалярно на \mathbf{H} , находим

$$\mathbf{j} \cdot \mathbf{H} = \sigma_0 \mathbf{H} \cdot \mathbf{E}_\parallel - \frac{\omega \tau}{|\mathbf{H}|} (\mathbf{j} \times \mathbf{H}) \cdot \mathbf{H}$$

Очевидно, что смешанное произведение равно нулю, так что

$$(\mathbf{j} \cdot \mathbf{H}) \mathbf{H} = \sigma_0 H^2 \mathbf{E}_{\parallel} \quad (4)$$

Подставляя (3) и (4) в (2), окончательно получаем

$$\mathbf{j} = \sigma_0 \mathbf{E}_{\parallel} + \frac{\sigma_0}{1 + \omega^2 \tau^2} \mathbf{E}_{\perp} - \frac{\omega \tau \sigma_0}{1 + \omega^2 \tau^2} \frac{\mathbf{E}_{\perp} \times \mathbf{H}}{|\mathbf{H}|}$$

Электропроводность вдоль магнитного поля остается постоянной, тогда как электропроводность в поперечном направлении зависит от магнитного поля ($\sim (1 + \omega^2 \tau^2)^{-1}$).

Представляет интерес определить условие максимума поперечной электропроводности смеси практически неионизирующегося газа (разбавитель) с газом, имеющим низкий потенциал ионизации (добавка) при наличии магнитного поля. Задача сводится к отысканию зависимости оптимальной добавки от напряженности магнитного поля.

Поперечная электропроводность смеси равна

$$\sigma_{\perp} = 3.85 \cdot 10^{-10} \frac{\alpha}{(1 + \omega^2 \tau^2) Q \sqrt{T}} \frac{m\omega}{\text{см}} \quad (5)$$

$$\alpha = n_e / (n_1 + n_2)$$

Здесь α — степень ионизации смеси, n_2 и n_1 — концентрации добавки и разбавителя, Q — эффективное поперечное сечение столкновений электронов с нейтральными атомами смеси. В случае малых степеней ионизации добавки ($x = n_e / n_2 \ll 1$), пренебрегая кулоновским взаимодействием электрона с ионом, получим

$$Q = \frac{Q_1 n_1 + Q_2 n_2}{n_1 + n_2} = Q_1 [\varepsilon (\beta - 1) + 1]$$

$$(\varepsilon = p_2 / p, \quad \beta = Q_2 / Q_1)$$

где Q_1 и Q_2 — поперечные сечения столкновений электрона с нейтральными атомами разбавителя и добавки, соответственно, p_2 — парциальное давление добавки, p — полное давление смеси. Величина x определяется в соответствии с уравнением Саха

$$x^2 = \frac{K(T)}{p_2}, \quad K(T) = A \left(\frac{2\pi m}{h^2} \right)^{3/2} k^{5/2} \frac{g_i g_e}{g_0} T^{i+1/2} \exp \left(- \frac{e u_i}{kT} \right)$$

Здесь u_i — потенциал ионизации добавки, k и h — постоянные Больцмана и Планка, i — число степеней свободы, g_i , g_e и g_0 — статистические веса иона, электрона и нейтрала, A — постоянная, зависящая от выбора единиц измерения давления. Окончательно получаем

$$\sigma_{\perp} = \frac{3.85 \cdot 10^{-10}}{Q_1 \sqrt{T}} \sqrt{\frac{K(T)}{p} \frac{V \varepsilon [\varepsilon (\beta - 1) + 1]}{[\varepsilon (\beta - 1) + 1]^2 + \gamma}}, \quad \gamma = \left(\frac{\omega k T}{Q_1 v p} \right)^2$$

Здесь v — среднеквадратичная скорость электронов, T — температура.

Для определения оптимальной величины $\varepsilon = \varepsilon_*$ достаточно найти корень уравнения $\partial \sigma_{\perp} / \partial \varepsilon = 0$, которое сводится к кубическому уравнению: (6)

$$y^3 + 3ay + 2b = 0, \quad y = t + 1/3, \quad a = -[\gamma + (2/3)^2], \quad b = -(2/3)^3, \quad t = \varepsilon_* (\beta - 1)$$

Дискриминант этого уравнения $D = a^3 + b^2 = -(\gamma^3 + 4/3 \gamma^2 + 16/27 \gamma) < 0$; поэтому оно имеет три действительных различных корня

$$y_n = 2 \sqrt{|a|} \cos [1/3 (\alpha + 2n\pi)], \quad \alpha = \arccos (-b |a|^{-3/2}) \quad (n = 1, 2, 3)$$

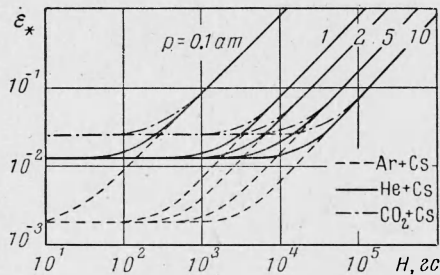
Можно показать, что при любых γ физический смысл имеет решение при $n = 3$

$$t = \varepsilon_* (\beta - 1) = 2 \sqrt{\gamma + 4/9} \cos 1/3 \alpha - 1/3$$

При относительно малых и больших γ получаем асимптотические выражения:

$$t \sim 1 \quad \text{при } \gamma \ll 4/9, \quad t \sim \sqrt{3\gamma} \quad \text{при } \gamma \gg 4/9$$

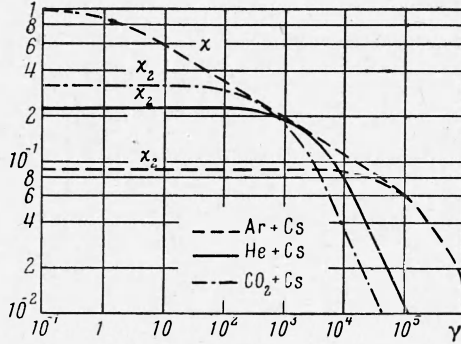
Предельный состав смеси соответствует $\varepsilon_* = 1$; пользуясь вторым асимптотическим выражением, можно определить максимальное значение $\gamma_m = 1/3 (\beta - 1)^2$.



Фиг. 2

На фиг. 1 и 2 даны зависимости ϵ_* от γ и напряженности магнитного поля H для смесей ряда газов с Cs (при давлениях — 0,1, 1, 2, 5 и 10 атм и $T = 3000^\circ \text{K}$ на фиг. 2).

При фиксированном значении давления, начиная с некоторого значения H , при котором оптимальная концентрация легко ионизируемой добавки ϵ_* еще относительно мала, последняя практически перестает зависеть от природы разбавителя. При уменьшении давления отмеченная особенность начинает проявляться при меньших значениях напряженности магнитного поля. При определенных значениях напряженности магнитного поля H_m оптимальная величина относительной концентрации легко ионизируемой добавки становится равной единице, т. е. при $H > H_m$ вопрос о нахождении оптимального состава смеси теряет смысл. При этих условиях максимальной электропроводностью обладают чистые пары легко ионизируемой добавки.



Фиг. 3

Зависимость отношения максимальной поперечной электропроводности (соответствующей оптимальному составу смеси) (σ_m) к максимальной электропроводности при $H = 0$ (σ_{0m}) от напряженности магнитного поля определяется выражением (индекс \perp опущен):

$$\chi = \frac{\sigma_m}{\sigma_{0m}} = \frac{2(1+t)\sqrt{t}}{(1+t)^2 + \gamma}$$

Заметим, что σ_{0m} определяется значением $\epsilon_* = (\beta - 1)^{-1}$, соответствующим уравнению [2]

$$\frac{\partial \sigma_0}{\partial \epsilon} = 0 \quad \left(\sigma_0 \sim \frac{\sqrt{\epsilon}}{1 + \epsilon(\beta - 1)} \right)$$

Очевидно, при больших γ

$$\chi = 1.14\gamma^{-1/2} \quad (\chi_m = 1.5(\beta - 1)^{-1/2})$$

При $\gamma > \gamma_m$, как было показано выше, максимальной электропроводностью обладают чистые пары добавки, для которых

$$\chi_2 = \frac{\sigma_2}{\sigma_{0m}} = \frac{2\beta\sqrt{\beta - 1}}{\beta^2 + \gamma}$$

Здесь σ_2 — проводимость чистых паров добавки. Зависимости χ и χ_2 от γ и H для смесей Cs с Ar, He и CO₂ представлены соответственно на фиг. 3 и 4 (для фиг. 4 $T = 3000^\circ \text{K}$, $p = 3 \text{ атм}$).

Как и следовало ожидать, анизотропная электропроводность проявляется у смесей при меньших значениях H , чем у чистого цезия. Однако при $H < H_m$ электропроводность любой рассмотренной смеси выше электропроводности чистого цезия.

Из приближенной формулы для γ_m следует, что

$$H_m = (\beta - 1) Q_1 p / e \sqrt{m/kT}$$

При $\beta \gg 1$, что соответствует рассмотренным здесь смесям, H_m не зависит от природы разбавителя

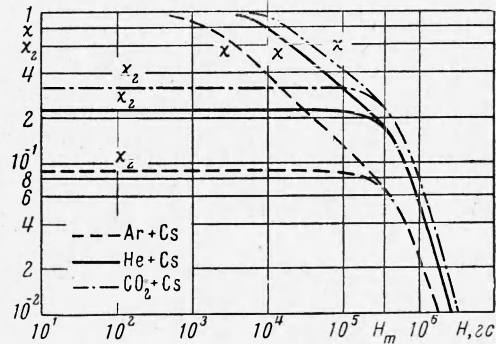
$$H_m \approx Q_2(p/e) \sqrt{m/kT}$$

Например, $H_m = 3.45 \cdot 10^5 \text{ в.}$ в случае добавки Cs при $T = 3000^\circ \text{K}$ и $p = 3 \text{ атм}$.

Поступила 5 III 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. С п и т ц е р Л. Физика полностью ионизованного газа. Физматгиз, 1957.
2. З и м и н Э. П., П о п о в В. А. Определение оптимальных составов газовых смесей при наличии легкоионизируемой добавки. ПМТФ, № 3, 1962.



Фиг. 4