

УДК 533.9, 537.5

## **Взаимное влияние плазмы тлеющего разряда и пылевых частиц\***

**А.В. Федосеев<sup>1</sup>, Г.И. Сухинин<sup>1,2</sup>, Т.С. Рамазанов<sup>3</sup>, С.К. Коданова<sup>3</sup>,  
Н.Х. Бастыкова<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>*Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск*

<sup>2</sup>*Новосибирский государственный университет*

<sup>3</sup>*НИИЭТФ, Казахский национальный университет им. Аль-Фараби,  
Алматы, Казахстан*

E-mail: fedoseev@itp.nsc.ru

Исследовалось влияние концентрации пылевых частиц на параметры плазмы газового разряда с помощью самосогласованной кинетической модели, основанной на решении уравнения Больцмана для функции распределения электронов. Показано, что увеличение параметра Хавнеса приводит к увеличению среднего электрического поля и плотности ионов, к уменьшению заряда пылевых частиц и плотности электронов в облаке пылевых частиц. Самосогласованные расчеты в широкой области параметров плазмы разряда и пылевых частиц позволили получить ряд законов подобия для потенциала поверхности пылевой частицы и электрического поля в зависимости от плотности пылевых частиц, их радиуса и плотности разрядного тока. Полученные результаты показывают, что с ростом плотности пылевых частиц процесс самосогласованной подстройки пылевых частиц и параметров разряда приводит к увеличению числа высокоэнергетичных электронов, а не к обеднению функции распределения электронов.

**Ключевые слова:** пылевая плазма, нелокальная самосогласованная кинетическая модель, уравнение Больцмана, тлеющий разряд постоянного тока.

### **ВВЕДЕНИЕ**

Пылевая или комплексная плазма (dusty or complex plasma) — это ионизованный газ, состоящий из нейтральных частиц, ионов, электронов и отрицательно заряженных (как правило) частиц микронного или субмикронного размера [1–3]. Пылевые частицы могут быть найдены в космическом пространстве (например, в межзвездных облаках, в хвостах комет и в кольцах планет) или в различных технологических процессах (например, в плазмохимических реакторах, используемых для травления и осаждения тонких пленок, в термоядерных реакторах и т. д.). В реактивной плазме, используемой в полупроводниковой индустрии, пылевые

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки в рамках Федеральной целевой программы “Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007–2013 годы” (ГК-16.516.11.6009).

частицы являются полидисперсными частицами нано- или микронного размера, которые могут образовываться сами по себе в результате процессов диссоциации молекул с последующим образованием малых кластеров и их дальнейшей коагуляцией или полимеризацией продуктов диссоциации газов. Эти пылевые частицы формируют в реакторах облако пылевых частиц, левитирующих над подложкой в электрическом поле и загрязняющих поверхность растущей пленки, падая на нее, когда приложенный электрический потенциал выключается [4]. В лабораторных условиях пылевая плазма активно исследуется последние десять–пятнадцать лет в положительном столбе тлеющих разрядов постоянного тока или в высокочастотных разрядах (ВЧ) в благородных газах низкого давления.

Множество интересных интригующих явлений наблюдаются в пылевой плазме: формирование пылевых структур (кулоновские кристаллы, жидкости и газы), фазовые переходы между различными состояниями пылевой плазмы, вихревые и волновые процессы, различные кинетические процессы. Современное состояние исследований пылевой плазмы описано в обзорах [1–3].

Лабораторная пылевая плазма в разрядах постоянного тока и в высокочастотных разрядах состоит из ионизованного газа с электронными и ионными плотностями  $n_i \approx n_e \sim 10^7\text{--}10^9 \text{ cm}^{-3}$ , а плотности пылевых частиц могут меняться в широком диапазоне  $N_d \sim (0\text{--}10^8) \text{ cm}^{-3}$ . При этом заряд пылевых частиц может достигать  $eZ_d = (10^3\text{--}10^5) e$ . Одной из важных характеристик, определяющих поведение пылевой плазмы, является параметр Хавнеса  $P_H = Z_d N_d / n_e$ . Для малых параметров Хавнеса,  $P_H \ll 1$ , заряд пылевых частиц определяется только параметрами плазмы. С ростом параметра  $P_H$  локальные параметры (плотность электронов, функция распределения электронов по энергиям (ФРЭЭ)) в области плазмы, содержащей пылевые частицы, меняются, что, в свою очередь, приводит к изменению среднего заряда пылевых частиц и, следовательно, к изменению всех свойств пылевой плазмы. Для условий высокочастотного разряда, используемого в процессе приготовления тонких пленок для микроэлектроники, влияние пылевых частиц на параметры разряда исследовались еще в 1992 году с помощью PIC MC метода (particle-in-cell Monte Carlo simulations) в работе [5]. Сравнительно недавно пылевая плазма в ВЧ разрядах изучалась в работах [6–8] с помощью решения уравнения Больцмана для ФРЭЭ. Различные модели реактивной пылевой плазмы представлены в работах [9, 10].

Было понято, что каждая пылевая частица ведет себя как источник гибели электронов и ионов. При больших концентрациях пылевых частиц в плазме это должно оказывать некоторое влияние на характеристики плазмы и даже на условия поддержания разряда. Потери электронов и ионов на пылевых частицах должны компенсироваться увеличением частоты ионизирующих столкновений в плазме, для чего среднее электрическое поле в области разряда, занятого пылевыми частицами, должно возрасти.

В работе представлена самосогласованная кинетическая модель положительного столба тлеющего разряда постоянного тока низкой плотности с пылевыми частицами, основанная на уравнении Больцмана для ФРЭЭ, описывающая влияние концентрации пылевых частиц на положительный столб тлеющего разряда в различных благородных газах в широком интервале концентраций пылевых частиц  $N_d$  (от 0 до  $10^8 \text{ cm}^{-3}$ ), радиусов частиц  $r_0$  и разрядных плотностей тока.

## 1. МОДЕЛЬ

Необходимо отметить, что даже без пылевых частиц тлеющий разряд в цилиндрической трубке является очень сложной открытой неравновесной системой, состоящей из нейтральных атомов, ионов и электронов. При некоторых условиях

в низкотемпературной плазме тлеющих разрядов возможно развитие процессов самоорганизации (образование страт в положительном столбе разряда). В таких условиях большую роль играют нелокальные процессы. С добавлением в тлеющий разряд пылевых частиц возрастают и трудности описания подобного разряда. Ниже мы рассмотрим упрощенную одномерную модель тлеющего разряда в цилиндрической трубке с пылевыми частицами, занимающими некоторую область трубки, которая, однако, должна осветить основные проблемы взаимодействия пылевых частиц и плазмы разряда.

Процесс зарядки индивидуальных пылевых частиц будет рассматриваться на основе теории ограниченного орбитального движения OML (Orbit motion limited theory) для случая, когда средняя длина пробега ионов  $l_i$  в плазме много больше, чем радиус пылевых частиц  $r_0$  и ионная дебаевская длина экранирования  $\lambda_i$  [11, 12]. В настоящей работе мы не будем принимать во внимание образование вокруг отрицательно заряженных пылевых частиц облака захваченных ионов и связанного с ним дополнительного ионного потока на пылевую частицу. В статьях [13–19] было показано, что захваченные ионы приводят к некоторому экранированию заряда пылевой частицы, и дополнительный поток захваченных ионов приводит к некоторому уменьшению заряда пылевых частиц. Однако неучет этих процессов не меняет качественных заключений о влиянии концентрации пылевых частиц на параметры разряда. Более существенно, что в работе принимается во внимание неравновесный характер плазмы тлеющего разряда.

Мы рассмотрим положительный столб тлеющего разряда в разрядной трубке без страт в квазидвумерной постановке. Пусть в разряде без пылевых частиц аксиальное электрическое поле равно  $E_z$  и электронная плотность тока на оси трубки имеет некоторое значение  $j_e$ . В стационарном состоянии рождение новых ионов и электронов в единицу времени в разрядной трубке благодаря ионизации газа электронным ударом полностью компенсируется их рекомбинацией на стенках трубки. Приход ионов и электронов к стенкам трубки описывается процессом амбиполярной диффузии. Известно также, что ФРЭЭ зависит от приведенного электрического поля  $E_z/N_g$  ( $N_g$  — плотность газа). Если ввести в разряд пылевые частицы микронного размера с числовой плотностью (концентрацией)  $N_d$ , то электроны и ионы будут также принимать участие в рекомбинации на поверхности пылевых частиц. Рекомбинация электронов на пылевых частицах при условии, что длина пробега электронов превосходит радиус частиц, может быть рассмотрена в уравнении Больцмана для ФРЭЭ как процесс объемной рекомбинации [20].

Заряд пылевой частицы определяется равенством потоков электронов и ионов из окружающей плазмы на поверхность частицы:  $I_e + I_i = 0$ . В неравновесной плазме газового разряда электронный и ионный токи на поверхность частицы равны:

$$I_e = -e \sqrt{\frac{2}{m_e}} \int_{-e\varphi_s}^{\infty} \sigma_{\text{cap}, e}(\varepsilon) f_0(\varepsilon) \varepsilon d\varepsilon, \quad I_i = e \int_0^{\infty} \sigma_{\text{cap}, i}(V) F_i(V) V d^3\vec{V}, \quad (1)$$

где  $f_0(\varepsilon)$  — изотропная часть функции распределения электронов по энергии вдали от пылевой частицы,  $F_i(V)$  — функция распределения ионов по скоростям. Сечения захвата электронов и ионов пылевой частицей согласно теории OML:

$$\sigma_{\text{cap}, e}(\varepsilon) = \pi r_0^2 \left( 1 - \frac{|e\varphi(r_0)|}{\varepsilon} \right), \quad \varepsilon > |e\varphi(r_0)|, \quad \sigma_{\text{cap}, e}(\varepsilon) = 0, \quad \varepsilon < |e\varphi(r_0)|, \quad (2)$$

$$\sigma_{\text{cap}, i}(V) = \pi r_0^2 \left( 1 + \frac{2|e\varphi(r_0)|}{MV^2} \right), \quad (3)$$

где  $\varepsilon = m_e v^2/2$  есть кинетическая энергия электрона.

Мы также будем предполагать, что функция распределения ионов по скоростям может быть аппроксимирована максвелловской функцией распределения с ионной температурой  $T_i$  и средней скоростью, соответствующей ионной дрейфовой скорости  $\vec{V}_i = \mu_i \vec{E}$  ( $\mu_i$  — коэффициент подвижности ионов). Поток ионов тогда будет равен [1, 20]:

$$I_i(r, z) = \sqrt{\frac{2T_i}{\pi m_i}} \pi a^2 n_i(z) \left\{ \exp\left(-\frac{m_i V_i^2}{2T_i}\right) + \frac{(1 + m_i V_i^2 / T_i + 2W_s / T_i)}{\sqrt{m_i V_i^2 / T_i}} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{m_i V_i^2}{2T_i}}\right) \right\}. \quad (4)$$

Для определения электронной функции распределения  $F(\vec{v})$  будем использовать уравнение Больцмана:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \vec{v} \frac{\partial F}{\partial \mathbf{r}} - \frac{e}{m_e} \vec{E} \frac{\partial F}{\partial \mathbf{v}} = S_t(F), \quad (5)$$

где  $S_t$  — полный интеграл столкновений,  $m_e$  — масса электрона. В стационарном состоянии в однородном разряде постоянного тока с заданным значением аксиального электрического поля  $E_z$  уравнение Больцмана может быть записано в виде:

$$-\frac{e}{m_e} E_z \frac{\partial F}{\partial v_z} = S_t(F). \quad (6)$$

Для слабых электрических полей вдоль оси  $z$  справедливо предположение о слабой анизотропии функции распределения электронов, и можно использовать разложение ФРЭЭ по полиномам Лежандра, ограничившись первыми двумя членами (двучленное приближение):

$$f\left(\varepsilon, \frac{v_z}{v}\right) = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{(2/m_e)^{3/2}} \left[ f_0(\varepsilon) + f_1(\varepsilon) \frac{v_z}{v} \right], \quad (7)$$

здесь  $f_0$  — изотропная часть,  $f_1$  — анизотропная часть ФРЭЭ. Используя выражение (7) в выражении (6) и интегрируя по углам, можно получить уравнения Больцмана для изотропной и анизотропной частей ФРЭЭ:

$$-\frac{eE_z v}{3\varepsilon} \frac{\partial(\varepsilon f_1)}{\partial \varepsilon} = S^{\text{el}}(f_0) + \sum_j S_j^{\text{in}}(f_0) + S_{\text{ion}}(f_0) + S_w(f_0) + S_d(f_0), \quad (8)$$

$$-eE_z \frac{\partial f_0(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} = -(N_g \sigma_m(\varepsilon) + N_d \sigma_{e,d}^m(\varepsilon)) f_1(\varepsilon), \quad (9)$$

где  $S^{\text{el}}(f_0)$ ,  $S_j^{\text{in}}(f_0)$ ,  $S_{\text{ion}}(f_0)$  — интегралы упругих, неупругих и ионизирующих столкновений электронов с атомом:

$$S^{\text{el}}(f_0) = \frac{m_e}{M_i} \frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} \left[ v^3 v_m(v) \left( f_0 + \frac{k_B T_g}{mv} \frac{\partial f_0}{\partial v} \right) \right], \quad (10)$$

$$S_j^{\text{in}}(f_0) = N_g \frac{1}{v} \left\{ (v^2 + v_j^2) \sigma_j(v^2 + v_j^2) f_0(v^2 + v_j^2) - v^2 \sigma_j(v^2) f_0(v^2) \right\}. \quad (11)$$

Ионизационный интеграл столкновений мы будем использовать в виде, предполагая, что в результате процесса ионизации возникает два электрона с одинаковыми энергиями

$$S_{\text{ion}}(f_0) = N_g \frac{1}{v} \left\{ 4(2v^2 + v_j^2) \sigma_{\text{ion}}(2v^2 + v_j^2) f_0(2v^2 + v_j^2) - v^2 \sigma_{\text{ion}}(v^2) f_0(v^2) \right\}. \quad (12)$$

$S_w(f_0)$  — член, качественно описывающий процесс гибели (рекомбинации) электронов на стенках разрядной трубки радиуса  $R$ :

$$S_w(f_0) = -f_0 / \tau_a, \quad (13)$$

где  $\tau_a = (R/2.405)^2/D_a$  — характеристическое время ухода электронов на стенку,  $D_a$  — коэффициент амбиполярной диффузии. Отметим, что баланс потерь электронов на стенках разрядной трубки, описываемый членом  $S_w(f_0)$ , и рождение электронов в ионизирующих столкновениях с нейтральными частицами определяет аксиальное электрическое поле в разрядной трубке без пылевых частиц. Наличие пылевых частиц ведет к поглощению частицами электронов (и их рекомбинации) с энергиями выше потенциала поверхности частицы,  $|\varphi(r_0)| \sim Z_d e^2 / r_0$ . Последний член в уравнении (8) определяет потери электронов в результате их поглощения на пылевых частицах:

$$S_d(f_0) = -N_d v \sigma_{\text{cap},e}(\varepsilon) f_0(\varepsilon), \quad (14)$$

В правой части уравнения (9) первый член описывает потери электроном импульса в упругих и неупругих столкновениях с нейтральным атомом, и последний член описывает потерю импульса электроном в столкновениях с пылевыми частицами. При рассмотрении уравнения Больцмана для ФРЭЭ необходимо учитывать взаимодействие электрона с пылевыми частицами, их гибель на частицах при поглощении электрона и потерю импульса электроном при его захвате или рассеянии на пылевой частице. Потенциал поверхности пылевой частицы, зависящей от ФРЭЭ, равен:

$$\varphi_s = \varphi(r_0) = -Z_d e / r_0. \quad (15)$$

Захват электронов пылевой частицей определяет гибель электронов с энергией выше потенциала поверхности частицы и играет важную роль при учете баланса электронов.

Для нахождения сечения рассеяния электрона, налетающего на пылевую частицу из плазмы, необходимо знать пространственное распределение самосогласованного электрического потенциала вокруг пылевой частицы. Это достаточно сложная задача, включающая в себя нахождение самосогласованного потенциала и решение задачи о движении электрона в этом потенциале. В настоящей работе мы будем использовать ряд приближений. Самосогласованный потенциал вокруг частицы приближенно имеет форму потенциала Дебая–Хюккеля:

$$\varphi(r) = -\frac{eZ_d}{r} \exp\left(-\frac{r}{\lambda_i}\right), \quad (16)$$

где  $\lambda_i$  — ионная длина Дебая. Нахождение траекторий электронов в таком потенциале и определение дифференциальных сечений рассеяния электрона требует численных расчетов. Однако с хорошей точностью, достаточной для качественных выводов, можно вместо потенциала Дебая–Хюккеля использовать модельный

потенциал, равный кулоновскому потенциалу при радиусах  $r_0 < r < \lambda_i$  и нулю при больших расстояниях электрона от частицы.

Дифференциальное сечение рассеяния электрона на угол  $\chi$  в кулоновском обрезанном потенциале вокруг пылевой частицы при  $r < \lambda_i$  находится согласно

$$\sigma(\chi, \varepsilon) = \sigma(b, \varepsilon) = \frac{(b_0/2)^2}{\sin^4(\chi/2)} = \frac{b^4}{b_0^4} \left(1 + \frac{b_0^2}{b^2}\right)^2 (b_0/2)^2, \quad b_0^2 = \left(\frac{\varphi_0}{2\varepsilon}\right)^2 r_0^2, \quad (17)$$

где используется известная связь между прицельным параметром  $b$  и углом рассеяния  $\chi$  в кулоновском потенциале, и

$$\sigma(b, \varepsilon) = 0, \quad b > \lambda_i, \quad (18)$$

где кинетическая энергия электрона  $\varepsilon$ ,  $b$  — прицельный параметр рассеяния электрона. Т. е. мы предполагаем, что электрон, проходящий мимо частицы на расстояниях, больших длины Дебая, не рассеивается.

Моментное или диффузионное сечение рассеяния электронов на пылевой частице тогда определяется:

$$\begin{aligned} \sigma_m(\varepsilon) &= 2\pi \int (1 - \cos \chi) \sigma(\chi, \varepsilon) \sin \chi d\chi = \\ &= 2\pi \int (1 - \cos \chi) b db = 4\pi \int \sin^2(\chi(b)/2) b db. \end{aligned} \quad (19)$$

Выражая угол рассеяния через прицельный параметр и интегрируя от некоторого минимального прицельного параметра ( $b_{\min} = \rho_0$ ) до максимального прицельного параметра ( $b_{\max} = \lambda_i$ ), имеем:

$$\sigma_m(\varepsilon) = 4\pi b_0^2 \int_{\rho_0}^{\lambda_i} \frac{b db}{b^2 (1 + b_0^2/b^2)} = 2\pi b_0^2 \ln \frac{\lambda_i^2 + b_0^2}{\rho_0^2 + b_0^2}. \quad (20)$$

Рассмотрим теперь электроны с энергией  $\varepsilon < |e\varphi_0|$ , меньшей потенциала поверхности пылевой частицы. Такие электроны могут испытывать только рассеяние. Учитывая, что длина пробега электрона в нашем случае превосходит радиус пылевой частицы, минимальный прицельный параметр можно положить равным нулю. При рассеянии на точечном центре моментное или диффузионное сечение рассеяния электронов равно:

$$\begin{aligned} \sigma_m(\varepsilon) &= 4\pi b_0^2 \int_{\rho_0}^{\lambda_i} \frac{b db}{b^2 (1 + b_0^2/b^2)} = 2\pi b_0^2 \ln \frac{\lambda_i^2 + b_0^2}{\rho_0^2 + b_0^2} = \\ &= \pi r_0^2 \frac{e^2 \varphi_0^2}{2\varepsilon^2} \ln \left[ 1 + \left( \frac{2\lambda_i \varepsilon}{r_0 e \varphi_0} \right)^2 \right], \quad \varepsilon < |e\varphi_0|. \end{aligned} \quad (21)$$

При высоких энергиях электронов ( $\varepsilon > |e\varphi_0|$ ) необходимо рассмотреть случай, когда электроны имеют малый прицельный параметр  $0 < b < b_{\max} \leq \rho_{\text{cap}}$ ,  $\rho_{\text{cap}}^2(\varepsilon) = r_0^2 (1 - |e\varphi_0|/\varepsilon)$  и большой прицельный параметр  $\rho_{\text{cap}} < b < \lambda_i$ . Для малых прицельных параметров электроны захватываются и теряется весь их импульс. Диффузионное сечение захвата таких электронов с потерей импульса вычисляется:

$$\sigma_{m,\text{cap}}(\varepsilon) = \pi r_0^2 \left( 1 - \frac{e|\varphi_0|}{\varepsilon} \right), \quad \varepsilon > e|\varphi_0|. \quad (22)$$

Для больших прицельных параметров электроны рассеиваются, и диффузионное сечение равно:

$$\begin{aligned}\sigma_{m,scat}(\varepsilon) &= 4\pi b_0^2 \int_{\rho_0}^{\lambda_i} \frac{bdb}{b^2(1+b_0^2/b^2)} = 2\pi b_0^2 \ln \frac{\lambda_i^2 + \rho_{cap}^2 + b_0^2}{\rho_{cap}^2 + b_0^2} = \\ &= \pi r_0^2 \frac{e^2 \varphi_0^2}{2\varepsilon^2} \ln \left[ 1 + \left( \frac{\lambda_i}{r_0} \right)^2 \frac{1}{(1 - |e\varphi_0|/2\varepsilon)^2} \right], \quad \varepsilon > |e\varphi_0|.\end{aligned}\quad (23)$$

Полное диффузионное сечение потери импульса электронами при рассеянии на пылевых частицах с учетом сделанных приближений равно сумме сечений захвата и сечения рассеяния

$$\sigma_m(\varepsilon) = \pi r_0^2 \left\{ \frac{e^2 \varphi_0^2}{2\varepsilon^2} \ln \left[ 1 + \left( \frac{\lambda_i}{r_0} \right)^2 \frac{1}{(1 - |e\varphi_0|/2\varepsilon)^2} \right] + \left( 1 - \frac{e|\varphi_0|}{\varepsilon} \right) \right\}, \quad \varepsilon > |e\varphi_0|. \quad (24)$$

Легко проверить, что при граничной энергии электрона  $\varepsilon = |e\varphi_0|$  сечения (21) и (24) совпадают. Отметим также, что электроны с очень малой энергией ( $\varepsilon \ll |e\varphi_0|$ ), как это следует из (21), имеют очень большое моментное (диффузионное) сечение рассеяния на пылевых частицах:

$$\sigma_m(\varepsilon) = 2\pi\lambda_i^2, \quad \varepsilon \ll |e\varphi_0|. \quad (25)$$

Это означает, что медленные электроны отражаются от экранированной пылевой частицы, как от частицы с радиусом, равным дебаевской длине экранирования, и импульс электронов меняется на противоположный. Казалось бы, такое большое сечение должно существенно повлиять на анизотропную часть ФРЭЭ в низкоэнергетической области. Однако расчеты показывают, что эта низкоэнергетическая область практически не вносит вклада ни в какие интегральные характеристики, например, в плотность тока электронов. Отметим также, что при использовании диффузионного сечения потери импульса, в форме (21)

$$\sigma_m(\varepsilon) = \pi r_0^2 \frac{e^2 \varphi_0^2}{2\varepsilon^2} \ln \left[ 1 + \left( \frac{2\lambda_i \varepsilon}{r_0 e \varphi_0} \right)^2 \right], \quad \varepsilon < |e\varphi_0|$$

иногда делают приближения, заменяя в выражении под логарифмом энергию на среднюю температуру электронов или пренебрегая в нем единицей. В первом случае сечение становится нереально большим при низких энергиях электронов, во втором случае при низких энергиях сечение становится и вовсе отрицательным. Таким образом, в уравнении Больцмана необходимо использовать выражение (21) в полном виде. Однородное стационарное уравнение Больцмана для изотропной части ФРЭЭ примет вид:

$$\begin{aligned}-\frac{(e_0 E)^2}{3} \frac{\partial}{\partial U} \left( \frac{U}{H'(U)} \frac{\partial f_0}{\partial U} \right) &= \frac{\partial}{\partial U} \left[ 2 \frac{m_e}{M} U^2 N_g Q^{el}(U) f_0 \right] - \\ - \sum_k U N_g Q_k^{in}(U) f_0 + \sum_k (U + U_k^{in}) N_g Q_k^{in}(U + U_k) f_0(U + U_k^{in}, r, t) - \\ - U N_g Q_{ioniz}(U) f_0(U) + 4(2U + U_{ioniz}) N_g Q_{ioniz}(2U + U_{ioniz}) f_0(2U + U_{ioniz}) - \\ - \pi r_0^2 N_d f_0(U) U \left( 1 - \frac{|\varphi_0|}{U} \right) - \sqrt{\frac{m_e}{2}} \sqrt{u} \frac{f_0(U)}{\tau_a},\end{aligned}\quad (26)$$

где полное сечение потери импульса  $H'(U)$  будет иметь вид:

$$\begin{aligned}
 H'(U) = & N_g Q^{\text{el}}(U) + \sum_k N_g Q_k^{\text{in}}(U) + \\
 & + \pi r_0^2 \frac{e^2 \varphi_0^2}{2U^2} \ln \left[ 1 + \left( \frac{2\lambda_i U}{r_0 e \varphi_0} \right)^2 \right] \Bigg|_{U < |e\varphi_0|} + \\
 & + \pi r_0^2 \left\{ \frac{e^2 \varphi_0^2}{2U^2} \ln \left[ \left[ 1 + \left( \frac{\lambda_i}{r_0} \right)^2 \frac{1}{(1 - |e\varphi_0|/2U)^2} \right] + \left( 1 - \frac{|e\varphi_0|}{U} \right) \right] \right\} \Bigg|_{U > |e\varphi_0|}.
 \end{aligned} \tag{27}$$

Функции  $f_0(\varepsilon)$  и  $f_1(\varepsilon)$  определяют электронную плотность  $n_e$  и плотность электронного тока  $j_e$ :

$$n_e = \int_0^\infty f_0(\varepsilon) \sqrt{\varepsilon} d\varepsilon, \quad j_e = -\frac{e}{3} \sqrt{2/m} \int_0^\infty f_1(\varepsilon) \varepsilon d\varepsilon \sim n_e \mu_e E_z. \tag{28}$$

В работах, посвященных моделированию ВЧ разряда [6–8], мощность, поглощаемая разрядом, обычно рассматривается как заданный параметр. Поглощаемая мощность поддерживается заданной для режимов ВЧ разряда с пылевыми частицами и без частиц. В тлеющем разряде полный ток, протекающий в разрядной трубке, является входным (заданным) параметром. Мы будем полагать, что ток, протекающий через любое сечение разрядной трубки, одинаков, включая области трубки, как содержащие облако пылевых частиц, так и свободные от них. Используем равенство плотностей токов через области разрядной трубки с пылевыми частицами и без них. Можно допустить, что расчеты уравнения Больцмана для ФРЭЭ, дополненные различными условиями в ВЧ разрядах и в разрядах постоянного тока, могут приводить, в общем случае, к несколько различающимся зависимостям параметров плазмы от концентрации пылевых частиц.

Аксиальная компонента электрического поля  $E_z$  будет различной при различных концентрациях пылевых частиц в пылевом облаке. Для определения плотности ионов  $n_i$  в данной работе использовалось условие квазинейтральности:

$$n_i \approx Z_d N_d + n_e. \tag{29}$$

Отметим, что это условие выполняется только в среднем по большому объему, содержащему большое количество пылевых частиц.

В рамках описанной модели были проведены численные расчеты по следующей итеративной процедуре. Задавались радиус частиц  $r_0$ , их плотность  $N_d$ , радиус разрядной трубки  $R$ , плотность газа (гелий, неон, аргон)  $N_g$  и плотность электронного тока  $j_e$ . Эти параметры могли изменяться независимо друг от друга (как это можно сделать в экспериментах, см., например, [21, 22]).

Затем решалась система уравнений (8, 9) без пылевых частиц ( $N_d = 0$ ), что позволяло нам определить ФРЭЭ. В этом случае аксиальное электрическое поле  $E_z(N_d = 0) = E_0$  определялось балансом производства и гибели электронов и ионов в ионизирующих столкновениях и в рекомбинации на стенках разрядной трубки при амбиполярной диффузии электронов и ионов на стенку трубки. Анизотропная часть ФРЭЭ ( $f_1(\varepsilon)$ ) нормировалась с учетом условия, что в центре трубки плотность разрядного тока равна  $j_e(N_d = 0)$ . Это условие позволяло определить плотность



электронов  $n_e$  из уравнения (28). Заряд одиночной пылевой частицы, помещенной в плазму ( $Z_d(N_d = 0) = Z_d(0)$ ), рассчитывался с помощью теории OML с учетом неравновесной ФРЭЭ.

Затем мы рассматривали облако пылевых частиц с плотностью  $N_d \neq 0$ . Уравнения Больцмана (8, 9) вычислялись с некоторым аксиальным электрическим полем  $E_z(N_d \neq 0)$ , которое обеспечивало равенство производства электронов и ионов при ионизации газа и их гибели в рекомбинации на стенках и на частицах. Новое значение плотности электронов  $n_e$  вычислялось с помощью (28), а новая плотность ионов  $n_i$  определялась из условия нейтральности (29). Наконец, вычислялись новые значения потенциала частиц  $\phi_s$  и их зарядов. При заданной концентрации частиц, уравнения для модели OML для потенциала частиц, уравнение Больцмана для ФРЭЭ и условия нейтральности пересчитывались с помощью итераций до тех пор, пока все параметры плазмы и частиц не переставали изменяться. Затем менялась (увеличивалась) концентрация пылевых частиц и вся итеративная процедура повторялась до полной сходимости.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ

На рис. 1 приведено самосогласованное решение для зависимости сечения потери импульса электронов в пылевой плазме от энергии. Видно, что диффузионное сечение потери импульса электронов превосходит сечение упругих столкновений лишь в узкой области малых энергий. Следует отметить, что диффузионное сечение потери импульса электронов больше для частиц больших радиусов. Необходимость учета моментного (диффузионного) сечения рассеяния электронов на пылевых частицах требует дальнейшего рассмотрения.

На рис. 2 приведено самосогласованное решение для потенциала пылевых частиц  $\phi_s$  и аксиального электрического поля  $E_z$  в зависимости от концентрации пылевых частиц  $N_d$  для различных значений начального электрического поля. Видно, что самосогласованное электрическое поле начинает резко расти с ростом концентрации пылевых частиц в области значений параметра  $N_d r_0^2 > 10^{-2} \text{ cm}^{-1}$  из-за роста потерь электронов в процессе рекомбинации на пылевых частицах. Для

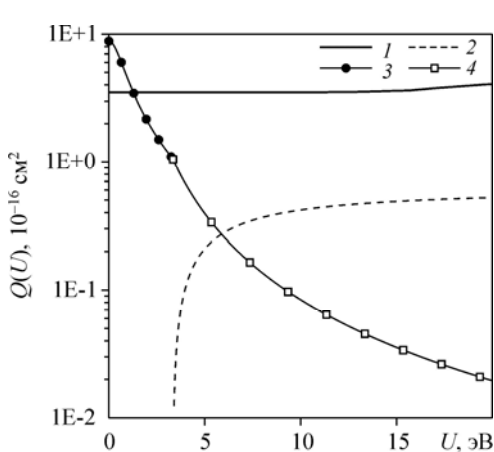


Рис. 1. Сечения потери импульса электронов в пылевой плазме. Ток разряда  $j_z = 1 \text{ mA/cm}^2$ ,  $E = 4 \text{ V/cm}$ ,  $p = 0,1 \text{ Тор}$ ,  $r_0 = 5 \text{ мкм}$ .

Упругие столкновения  $Q^{el}(U)$  (1), диффузионное сечение захвата  $\sigma_{m, \text{cap}}(U)$  (2) и рассеяния  $\sigma_{m, \text{scat}}(U)$  (3, 4) электронов.

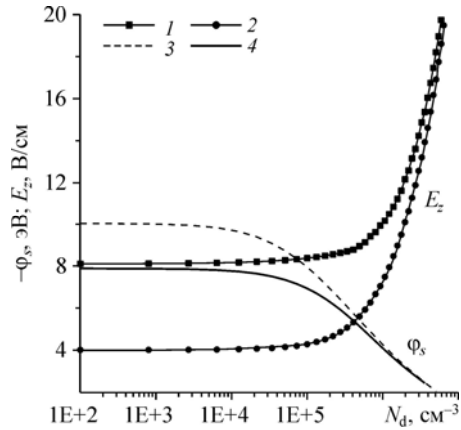


Рис. 2. Потенциал пылевых частиц  $\phi_s$  (начальное электрическое поле  $E_0 = 8$  (1), 4 (2) В/см) и аксиальное электрическое поле  $E_z$  ( $E_0 = 8$  (3), 4 (4) В/см) в зависимости от концентрации пылевых частиц  $N_d$ . Газ гелий,  $N_g = 1.75 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $j_z = 1 \text{ mA/cm}^2$ ,  $r_0 = 1 \text{ мкм}$ .

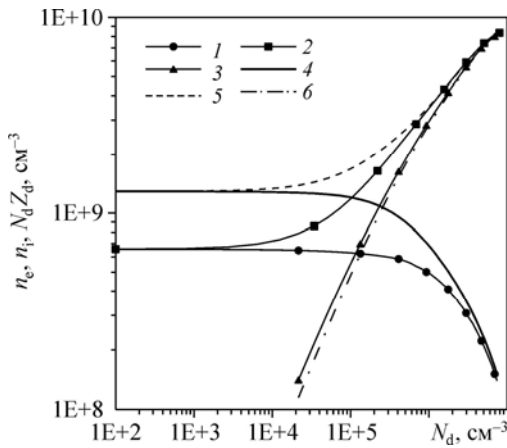


Рис. 3. Зависимость концентраций заряженных частиц от концентрации пылевых частиц  $N_d$  для двух значений начального электрического поля.

$E_0 = 8$  (1 —  $n_e$ , 2 —  $n_i$ , 3 —  $N_d Z_d$ ), 4 (4 —  $n_e$ , 5 —  $n_i$ , 6 —  $N_d Z_d$ ) В/см. Газ гелий,  $N_g = 1,75 \cdot 10^{16}$  см $^{-3}$ ,  $r_0 = 1$  мкм,  $j_z = 1$  мА/см $^2$ .

потенциала частиц наблюдается его более медленное, чем для поля, уменьшение с ростом концентрации пылевых частиц. Потенциал становится всего в два раза меньше, когда параметр произведения плотности частиц на их радиус

( $N_d r_0$ ) достигает значения ( $N_d r_0$ )  $\sim 10^2$  см $^{-2}$ . При малом значении плотности пылевых частиц ионизационный баланс в системе определяется объемной ионизацией и рекомбинацией на стенке трубки. Однако с ростом плотности пылевых частиц растет скорость рекомбинации зарядов на поверхности пылевых частиц, результаты становятся независимыми от начального электрического поля и получаются равными. Интересно отметить, что для относительно небольших концентраций пылевых частиц и различных радиусов частиц  $r_0$  электрическое поле является функцией параметра  $N_d r_0^2$ , а практически во всей области концентраций  $N_d$  потенциал пылевых частиц является функцией параметра  $N_d r_0$ .

На рис. 3 представлены плотности ионов  $n_i$ , электронов  $n_e$  и заряд на пылевых частицах  $N_d Z_d$  для различных значений начального электрического поля. Из-за относительно слабой зависимости заряда пылевых частиц  $Z_d(N_d)$  от их концентрации величина  $N_d Z_d$  почти пропорциональна  $N_d$ . Поскольку электронный ток постоянен для всех зависимостей, электронная плотность убывает практически обратно пропорционально электрическому полю. Плотность ионов вычисляется из условия нейтральности (29). В области высоких концентраций пылевых частиц ( $P_H \gg 1$ ) параметры пылевых частиц и плазмы определяются главным образом концентрацией пылевых частиц и ионов. Видно, что начальные концентрации ионов и электронов для режима  $E_0 = 4$  В/см почти в два раза превосходят концентрации для режима  $E_0 = 8$  В/см, что следует из условия нормировки на одно и то же значение плотности электрического тока.

На рис. 4 представлены частоты производства и гибели электронов и ионов, соответствующие членам в правой части уравнения Больцмана (8) для двух значений

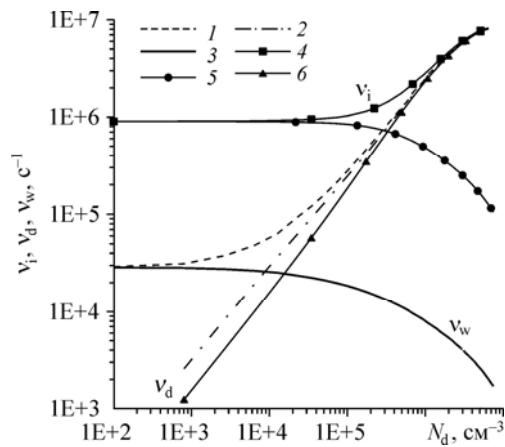


Рис. 4. Зависимость частот ионизации электронным ударом  $v_i$ , рекомбинации на частицах  $v_d$ , рекомбинации на стенках трубки  $v_w$  от концентрации пылевых частиц  $N_d$  для двух значений начального электрического поля.

$E_0 = 4$  (1 —  $v_i$ , 2 —  $v_d$ , 3 —  $v_w$ ), 8 (4 —  $v_i$ , 5 —  $v_w$ , 6 —  $v_d$ ) В/см. Газ гелий,  $N_g = 1,75 \cdot 10^{16}$  см $^{-3}$ ,  $r_0 = 1$  мкм,  $j_z = 1$  мА/см $^2$ .

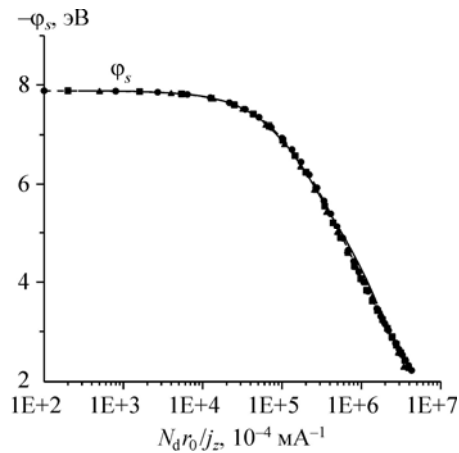
начального приведенного электрического поля:  $E_0 = 8$  и  $4$  В/см. Очевидно, что чем выше начальные значения электрического поля, тем выше частоты ионизации газа электронным ударом (12) и скорости рекомбинации на стенках (13) и, соответственно, должно быть меньше значение радиуса  $R$  разрядной трубки. Член  $S_{\text{ion}}$ , описывающий ионизацию, растет с увеличением приведенного электрического поля  $E_z/N_g$ , который, в свою очередь, растет с увеличением концентрации пылевых частиц  $N_d$ . Видно также, что член  $S_w$ , описывающий рекомбинацию на стенках разрядной трубки, важен только в области низких концентраций пылевых частиц  $N_d$ . Из рис. 4 следует, что для меньших радиусов трубки (или больших начальных электрических полей) необходима большая концентрация пылевых частиц, при которой рекомбинация на частицах начнет играть заметную роль. Необходимо подчеркнуть, что для больших концентраций пылевых частиц  $N_d$  решения для всех параметров плазмы (ФРЭЭ, плотностей электронов и ионов, частот ионизации газа электронным ударом и рекомбинации на частицах, среднего поля и заряда пылевых частиц или их потенциала) не зависят от начального электрического поля в разрядной трубке.

Были проведены самосогласованные расчеты для различных значений радиуса пылевых частиц:  $r_0 = 1, 2, 5$  мкм и плотностей разрядного тока:  $j_z = 0,1, 1, 10$  мА/см<sup>2</sup>. Для заданного радиуса частиц зависимости электрического поля от концентрации пылевых частиц одинаковы для различных плотностей тока, в то время как зависимость потенциалов частиц от  $N_d$  и  $j_z$  приблизительно удовлетворяет закону подобия  $\varphi_s = \Phi(N_d r_0 / j_z)$ . На рис. 5 представлена зависимость потенциала поверхности частиц от моделирующего параметра  $N_d r_0 / j_z$  для различных радиусов частиц и различных плотностей разрядного тока ( $r_0 = 1, 2, 5$  мкм и  $j_z = 0,1, 1, 10$  мА/см<sup>2</sup>). Видно, что потенциалы частиц для всех режимов легли на одну кривую. Этот результат может показаться неожиданным, поскольку уравнения Больцмана (8, 9) не являются линейными по ФРЭЭ из-за неявной зависимости самосогласованного потенциала пылевых частиц  $|\varphi_s| = eZ_d/r_0$  от ФРЭЭ. Здесь, однако, существенную роль играет условие квазинейтральности (29). Действительно, условие (29) может быть записано в виде:

$$e(n_i - n_e)/j_z \approx (N_d r_0 |\varphi_s| / j_z). \quad (30)$$

Для малых концентраций пылевых частиц плотности электронов и ионов пропорциональны плотности тока разряда, и  $n_i \approx n_e$ . В этом случае потенциал частиц  $|\varphi_s| = eZ_d/r_0$  зависит только от значений изотропной части ФРЭЭ независимо от значений плотности тока  $j_z$  (левая часть кривой на рис. 5). В случае очень больших концентраций пылевых частиц  $N_d$  плотность ионов  $n_i$  намного больше, чем плотность электронов ( $n_i \gg n_e$ ),

Рис. 5. Зависимость потенциала частиц  $\varphi_s$  от моделирующего параметра  $N_d r_0 / j_z$  для различных радиусов частиц (символы)  $r_0 = 1, 2, 5$  мкм и плотностей разрядного тока (линии):  $j_z = 0,1, 1$  и  $10$  мА/см<sup>2</sup>. Газ гелий,  $N_g = 1,75 \cdot 10^{16}$  см<sup>-3</sup>.



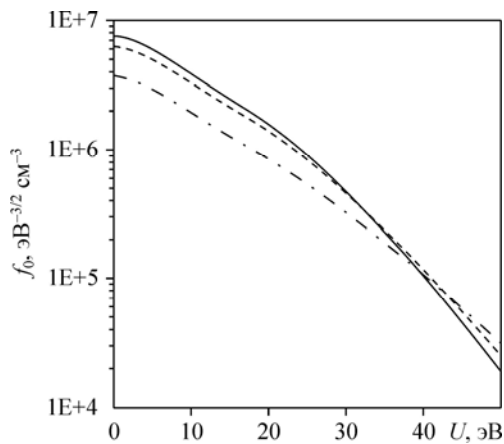


Рис. 6. Самосогласованный расчет функции распределения электронов по энергиям в пылевой плазме. Газ гелий,  $N_g = 3,5 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ ,  $j_z = 1 \text{ мА/см}^2$ ,  $r_0 = 1 \text{ мкм}$ .  
 1 —  $N_d = 10^2 \text{ см}^{-3}$ , 2 —  $N_d = 10^5 \text{ см}^{-3}$ , 3 —  $N_d = 10^6 \text{ см}^{-3}$ .

$|\varphi_s| \sim (N_d r_0 / j_z)^{-1,3}$ . Это отличие может быть связано с тем, что в настоящей работе предполагалось, что весь ток разряда определяется только электронной составляющей. В дальнейшем необходимо учесть влияние ионного тока, поскольку при высоких концентрациях пылевых частиц растет электрическое поле и плотность ионов, а плотность электронов падает, т. е. параметр Хавнеса также растет. В любом случае можно сделать вывод: чем больше радиусы пылевых частиц  $r_0$  (или выше ток разряда), тем более высокие концентрации пылевых частиц  $N_d$  требуются для того, чтобы существенно повлиять на параметры пылевой плазмы.

На рис. 6 представлены самосогласованные расчеты для зависимости ФРЭЭ от энергии при различных концентрациях пылевых частиц  $N_d$ . Видно, что с ростом плотности пылевых частиц ФРЭЭ смещается в область с высокими энергиями. ФРЭЭ не имеет заметных особенностей в области энергий электронов  $\varepsilon > -e\varphi_s(r_0) = e^2 Z_0 / r_0$  даже при высоких концентрациях пылевых частиц, когда рекомбинация электронов на частицах становится значительной. Этот результат кажется неожиданным и противоречит наивному представлению о том, что ФРЭЭ должна сильно обедняться для энергий  $\varepsilon > -e\varphi_s(r_0)$  из-за потери быстрых электронов на пылевых частицах, способных преодолеть отталкивательный потенциал частицы и поглощающихся на ней. Этот факт отражает самосогласованный процесс подстройки ФРЭЭ к условиям с повышенным электрическим полем в облаке пылевых частиц по сравнению с условиями в областях разряда, свободных от пылевых частиц. Действительно, в фиксированном электрическом поле  $E_z$  для заряда частиц  $Z_d$  с радиусом  $r_0$  несамосогласованное решение демонстрирует существенное уменьшение ФРЭЭ с ростом  $N_d$ .

Представленные результаты показывают, что для высоких концентраций пылевых частиц ( $N_d r_0^2 > 10^{-1} \text{ см}^{-1}$ ) электрическое поле в пылевом облаке сильно увеличивается. В таких условиях ионная компонента тока становится важной, в особенности из-за роста плотности ионов и падения плотности электронов [23].

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлена самосогласованная модель, основанная на решении уравнения Больцмана для ФРЭЭ, OML модели для зарядки пылевых частиц и условия нейтральности плазмы. Модель описывает взаимное влияние характеристик одиночных пылевых частиц (их радиусов и концентрации) и параметров газоразрядной

плазмы (среднего электрического поля, плотности ионов и электронов, плотности тока разряда). Показано, что для концентраций пылевых частиц в области  $N_d r_0 \sim (10^0 - 10^2) \text{ см}^{-2}$  заряд пылевых частиц уменьшается, но параметр Хавнеса  $P_H = Z_d N_d / n_e$  растет. Это означает, что пылевая плазма может рассматриваться как плазма с пониженной концентрацией электронов, ( $n_e < n_i$ ). Получены следующие приближенные законы подобия: для различных радиусов частиц  $r_0$  электрическое поле является растущей функцией параметра  $N_d r_0^2$ ; потенциал пылевых частиц является функцией параметра  $N_d r_0 / j_z$ . Самосогласованный расчет показывает, что с увеличением плотности пылевых частиц число высокоэнергетичных электронов растет, что противоречит представлению, что ФРЭЭ в разряде должна сильно обедняться для энергий  $\varepsilon > -e\varphi_s(r_0)$  из-за потери быстрых электронов на пылевых частицах, способных преодолеть отталкивательный потенциал частицы и поглощающихся на ней.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Shukla P.K.** A survey of dusty plasma physics // *Phys. Plasmas*. 2001. Vol. 8, No. 5. P. 1791–1803.
2. **Фортгов В.Е., Храпак А.Г., Храпак С.А., Молотков В.И., Петров О.Ф.** Пылевая плазма // *Успехи физических наук*. 2004. Т. 174, № 5. С. 495–544.
3. **Ishihara O.** Complex plasma: Dusts in plasma (Topical review) // *J. Phys. D: Appl. Phys.* 2007. Vol. 40, No. 8. P. R121–R147.
4. **Bouchoule A., Boufendi L.** Particle formation and dusty plasma behaviour in argon-silane RF discharge // *Plasma Source Sci. Tech.* 1993. Vol. 2. P. 204–213.
5. **Boeuf J.P.** Characteristics of a dusty nonthermal plasma from a particle-in-cell Monte Carlo simulation // *Phys. Rev.* 1992. Vol. 46. P. 7910–7922.
6. **Denysenko I., Yu M.Y., Ostrikov, K., Smolyako A.V.** Spatially averaged model of complex-plasma discharge with self-consistent electron energy distribution // *Phys. Rev. E*. 2004. Vol. 70. P. 046403.1–046403. 12.
7. **Ostrikov K., Denysenko I., Yu M.Y., Xu S.** Electron energy distribution function in low-pressure complex plasmas // *J. Plasma Physics*. 2005. Vol. 71, part 2. P. 217–224.
8. **Denysenko I., Yu M.Y., Xu S.** Effect of plasma nonuniformity on electron energy distribution in a dusty plasma // *J. Phys. D: Appl. Phys.* 2005. Vol. 38. P. 403–408.
9. **Goedheer W.J., Akdim M.R., Chutov Yu.I.** Hydrodynamic and Kinetic Modelling of Dust Free and Dusty Radio-Frequency Discharges // *Contrib. Plasma Phys.* 2004. Vol. 44. P. 395–4004.
10. **Schweigert I.V., Alexandrov A.L., Ariskin D.A., Peeters F.M., Stefanović I., Kovačević E., Berndt J., Winter J.** Effect of transport of growing nanoparticles on capacitively coupled rf discharge dynamics // *Phys. Rev. E*. 2008. Vol. 78. P. 026410.1–026410.6.
11. **Chen F.F.** *Electric Probes // Plasma Diagnostic Techniques* / Ed. by R. Huddleston and S. Leonard. New York: Academic Press. 1965. P. 113–200.
12. **Allen J.E.** Probe theory - the orbital motion approach // *Physica Scripta*. 1992. Vol. 45. P. 497–503.
13. **Goree J.** Ion trapping by a charged dust grain in a plasma // *Phys. Rev. Lett.* 1992. Vol. 69, No. 2. P. 277–280.
14. **Зобнин А.В., Нефедов А.П., Синельщиков В.А., Фортгов В.Е.** О заряде пылевых частиц в газоразрядной плазме низкого давления // *ЖЭТФ*. 2000. Т. 118, № 3. P. 554–559.
15. **Lampe M., Gavrishchaka V., Ganguli G., Joyce G.** Effect of trapped ions on shielding of a charged spherical object in a plasma // *Phys. Rev. Lett.* 2001. Vol. 86, No. 23. P. 5278–5281.
16. **Lampe M., Goswami R., Sternovsky Z., Robertson S., Gavrishchaka V., Ganguli G., Joyce G.** Trapped ion effect on shielding, current flow, and charging of a small object in a plasma // *Phys. Plasmas*. 2003. Vol. 10, No. 5. P. 1500–1513.
17. **Hutchinson I.H., Patacchini L.** Computation of the effect of neutral collisions on ion current to a floating sphere in a stationary plasma // *Phys. Plasmas*. 2007. Vol. 14, No. 1. P. 013505.1–013505.9.

18. **Zobnin A.V., Usachev A.D., Petrov O.F., Fortov V.E.** Ion current on a small spherical attractive probe in a weakly ionized plasma with ion-neutral collisions (kinetic approach) // *Phys. Plasmas*. 2008. Vol. 15, No. 4. P. 043705.1–043705.6.
19. **Sukhinin G.I., Fedoseev A.V., Antipov S.N., Petrov O.F., Fortov V.E.** Trapped ions and the shielding of dust particles in low density non-equilibrium plasma of glow discharge // *Phys. Rev. E*. 2009. Vol. 79, No. 3. P. 036404.1–036404.9.
20. **Sukhinin G.I., Fedoseev A.V., Ramazanov T.S., Dzhumagulova K.N., Amangaliyeva R.Zh.** Dust particle charge distribution in a stratified glow discharge // *J. Phys. D: Appl. Phys.* 2007. Vol. 40. P. 7761–7765.
21. **Ratynskaia S., Khrapak S., Zobnin A., Thoma M.H., Kretschmer M., Usachev A., Yaroshenko V., Quinn R.A., Morfill G.E., Petrov O., Fortov V.** Experimental Determination of Dust-Particle Charge in a Discharge Plasma at Elevated Pressures // *Phys. Rev. Lett.* 2004. Vol. 93. P. 085001.1–085001.4.
22. **Khrapak S.A., Ratynskaia S.V., Zobnin A.V., Usachev A.D., Yaroshenko V.V., Thoma M.H., Kretschmer M., Höfner H., Morfill G.E., Petrov O.F., Fortov V.E.** Particle charge in the bulk of gas discharge // *Phys. Rev. E*. 2005. Vol. 72, No. 1. P. 016406.1–016406.10.
23. **Antipov S.N., Asinovskii E.I., Fortov V.E., Kirillin A.V., Markovets V.V., Petrov O.F., Platonov V.I.** Dust structures in cryogenic gas discharges // *Phys. Plasmas*. 2007. Vol. 14. P. 090701.1–090701.4.

*Статья поступила в редакцию 11 августа 2010 г.*