

УДК 539.3

## РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ КОНСТРУКЦИЙ ИЗ БЕТОННЫХ И ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ПЛИТ ПРИ ВЫСОКОСКОРОСТНОМ УДАРЕ

Н. Н. Белов, Н. Т. Югов, Д. Г. Копаница, А. А. Югов

Томский государственный архитектурно-строительный университет, 634003 Томск  
E-mail: serna@snark.ipme.ru

Предложена математическая модель, описывающая в рамках механики сплошной среды поведение железобетона в условиях высокоскоростного удара и взрыва. В трехмерной постановке методом конечных элементов построено решение задачи о проникании модельного снаряда в слоистую конструкцию, состоящую из двух разделенных слоев песка бетонных плит, и о подрыве взрывчатого вещества, находящегося в заглубленном снаряде. Методом компьютерного моделирования исследовано влияние армирования на процесс пробития и разрушения железобетонных плит.

Ключевые слова: удар, разрушение, бетон, железобетон, математическое моделирование.

При проектировании защитных конструкций подземных сооружений возникает необходимость оценки их способности противостоять интенсивным динамическим нагрузкам. Одним из эффективных подходов к решению данной проблемы является математическое моделирование процессов деформирования и разрушения таких конструкций при воздействии удара и взрыва.

В [1, 2] приведено решение задачи об ударном взаимодействии цилиндрических металлических ударников с бетонными преградами. Для расчета разрушения бетона применен феноменологический подход, в котором критерии прочности выражаются через инвариантные связи между критическими значениями макрохарактеристик процесса — напряжениями и деформациями. Проведенное сравнение данных математического моделирования с результатами специально поставленного эксперимента показало, что данный подход к проблеме разрушения, использованный при решении задач статики, может быть применен и при расчете разрушения в бетоне в условиях динамического нагружения.

В [3, 4] предложена математическая модель, описывающая поведение песчаного грунта при ударно-волновом нагружении. Методом компьютерного моделирования исследованы процессы проникания цилиндрических и звездообразных ударников в песчаное полупространство. Выявлено влияние формы ударника на глубину проникания [4]. В трехмерной постановке решена задача о проникании цилиндрических ударников в конструкции из песчаного грунта и бетона [3].

В настоящее время довольно много работ посвящено математическому моделированию процессов соударения твердых тел с различными мишенями (монолитными, слоистыми) из металлов, керамики, композиционных материалов (см., например, [5–8]), однако вопрос о расчете процесса пробития твердыми телами железобетонных плит остается открытым.

---

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 04-01-00856).

В [9] содержатся данные экспериментальных и теоретических исследований по ударному взаимодействию тел цилиндрической формы с оживальной головной частью с бетонными и железобетонными плитами в диапазоне скоростей удара 100–650 м/с и углов встречи 0–40° (от нормали к поверхности преграды). Диаметр ударника в проведенных экспериментах выбирается меньше характерного размера армирующей сетки. Экспериментальные исследования показали, что армирование бетонной преграды улучшает ее несущую способность, препятствуя общим разрушениям, но не оказывает заметного влияния на характер местного разрушения. На основе экспериментальных и теоретических исследований делается вывод, что армирование бетона не оказывает значительного влияния на процесс проникания тел в типовые железобетонные преграды. В данной работе предлагается методика расчета, позволяющая прогнозировать прочность конструкции, состоящей из слоев бетона или железобетона и песчаного грунта, при внедрении в нее и подрыве на различной глубине ударников, начиненных взрывчатým веществом. Диаметр ударника может быть больше характерного размера армирующей сетки.

**1. Математическая модель.** В [6] приведена математическая модель, позволяющая описывать поведение твердых деформируемых тел в условиях высокоскоростного удара и взрыва. Отрывное разрушение в пластических материалах рассматривается как процесс роста и слияния пор в пластически деформированном материале под действием растягивающих напряжений. Локальным критерием прочности материала при таком подходе является предельное значение относительного объема пустот. Локальным критерием сдвигового разрушения служит предельная величина работы пластических деформаций.

Решение задачи об ударном взаимодействии металлического ударника произвольной формы с железобетонными плитами будем проводить в рамках модели пористого упруго-пластического тела [6].

Удельный объем пористой среды  $v$  представим в виде суммы удельного объема матрицы  $v_m$  и удельного объема пор  $v_p$ . Пористость материала характеризуется относительным объемом пустот  $\xi$  либо параметром  $\alpha = v/v_m$ , которые связаны зависимостью  $\alpha = 1/(1-\xi)$ .

Система уравнений, описывающая движение пористой упругопластической среды, содержащей законы сохранения массы, импульса и энергии, имеет вид

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dV = 0, \quad \frac{d}{dt} \int_V \rho \mathbf{u} dV = \int_s \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} dS, \quad \frac{d}{dt} \int_V \rho E dV = \int_s \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} dS;$$

$$e = s^j / (2\mu) + \lambda s, \quad s : s = (2/3)\sigma_T^2; \quad (1.1)$$

$$p = \frac{\rho_{m0}}{\alpha} \left[ \frac{c_{m0}^2 (1 - \gamma_{m0} \eta / 2)}{(1 - q_{m0} \eta)^2} \eta + \gamma_{m0} \varepsilon \right], \quad (1.2)$$

где  $t$  — время;  $V$  — область интегрирования;  $S$  — ее поверхность;  $\rho$  — плотность материала;  $\mathbf{n}$  — вектор нормали к поверхности;  $\boldsymbol{\sigma} = -pg + s$  — тензор напряжений;  $s$  — его девиатор;  $p$  — давление;  $g$  — метрический тензор;  $\mathbf{u}$  — вектор скорости;  $E = \varepsilon + \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} / 2$  — полная удельная энергия;  $\varepsilon$  — удельная внутренняя энергия;  $e = d - (d : g)g/3$  — девиатор тензора скоростей деформаций;  $d = (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) / 2$  — тензор скоростей деформаций;  $s^j = \dot{s} + s \cdot \boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega} \cdot s$  — производная девиатора напряжений в смысле Яуманна — Нолла;  $\mu = \mu_{m0}(1 - \xi)[1 - \xi(6\rho_{m0}c_{m0}^2 + 12\mu_{m0}) / (9\rho_{m0}c_{m0}^2 + 8\mu_{m0})]$ ;  $\sigma_T$  — эффективные модуль сдвига и предел текучести соответственно;  $\boldsymbol{\omega} = (\nabla \mathbf{u}^T - \nabla \mathbf{u}) / 2$  — тензор вихря;  $q_{m0}$ ,  $\rho_{m0}$ ,  $c_{m0}$  — константы материала;  $\eta = 1 - \rho_{m0}v/\alpha$ ;  $\gamma_{m0}$  — коэффициент Грюнайтзена материала матрицы. Параметр  $\lambda$  исключается с помощью условия текучести.

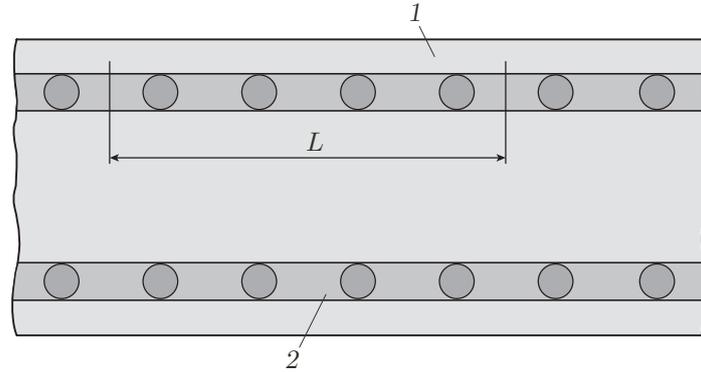


Рис. 1. Схема железобетона:  
1 — бетон, 2 — слой бетона с арматурой

Для замыкания системы (1.1), (1.2) уравнение, описывающее изменение параметра  $\alpha$  при растяжении, взято в виде [6]

$$\frac{d\alpha}{dt} = -\frac{(\alpha_0 - 1)^{2/3}}{\eta_1} (\alpha - 1)^{1/3} \Delta p. \quad (1.3)$$

Оно используется при  $\Delta p = p + (a_s/\alpha) \ln(\alpha/(\alpha - 1)) < 0$ .

Уплотнение и схлопывание пор при сжатии после предварительного разрыхления описывается уравнением (1.3) при условии

$$\Delta p = p - \frac{2\sigma_s}{3\alpha} \ln \frac{\alpha}{\alpha - 1} > 0.$$

В противном случае  $d\alpha/dt = 0$ . Приняты следующие обозначения:  $\alpha_0$  — начальная пористость в материале;  $\eta_1$ ,  $a_s$  — константы материала.

Для металлов  $\sigma_T = \sigma_s/\alpha$ , где  $\sigma_s$  — предел текучести материала матрицы. При  $\alpha = \alpha_0 = 1,0003$  и  $\lambda = 0$  система уравнений (1.1)–(1.3) описывает деформирование материала матрицы в рамках модели упругого тела.

Бетон при динамическом нагружении до разрушения описывается моделью линейно-упругого тела, обладающего физико-механическими свойствами бетона. После разрушения это упругопластическое, изотропно упрочняющееся тело с физико-механическими свойствами гранулированной среды. Сопротивление сдвиговым деформациям такой среды во много раз меньше, чем в бетоне до разрушения, и она не может сопротивляться растягивающим напряжениям. Для разрушенного бетона предел текучести зависит от давления и определяется по формуле

$$\sigma_T = \sigma_{\min} + \frac{(\sigma_{\max} - \sigma_{\min})k_1 p}{(\sigma_{\max} - \sigma_{\min}) + k_1 p},$$

где  $k_1 = 0,82$ ;  $\sigma_{\min} = 0,0077$  ГПа;  $\sigma_{\max} = 0,0216$  ГПа.

В качестве условия прочности используется критерий, предложенный для бетона в [10], а именно

$$3I_2 = [AI_1 + B]\{1 - (1 - C)[1 - (I_3/2)(I_2/3)^{-3/2}]\}, \quad (1.4)$$

где  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  — первый инвариант тензора напряжений, второй и третий инварианты девиатора напряжений соответственно;  $A = R_c - R_p$ ;  $B = R_c R_p$ ;  $C = 3T_c^2/(R_c R_p)$ ,  $R_c$ ,  $R_p$ ,  $T_c$  — пределы прочности при одноосном сжатии, растяжении и чистом сдвиге.

Численные значения  $A$ ,  $B$ ,  $C$  определяются через пределы прочности бетона при растяжении, сжатии и сдвиге, полученные при динамическом нагружении [10]. На рис. 1 представлена схема железобетонной плиты. При расчете железобетонных плит слой бетона с арматурой заменяется упругопластической средой, представляющей собой однородную двухфазную смесь материалов — стали и бетона, начальная плотность которой  $\rho_{s0}$  определяется по формуле

$$\rho_{s0} = \nu_1 \rho_{10} + \nu_2 \rho_{20},$$

где  $\nu_1$ ,  $\nu_2$ ,  $\rho_{10}$ ,  $\rho_{20}$  — начальные объемные концентрации и плотности стали и бетона ( $\nu_1 + \nu_2 = 1$ ).

Объемные концентрации определяются через площади, занятые сталью и бетоном в сечении, перпендикулярном направлению арматурного стержня:

$$\nu_1 = \pi d_1 n / (4L), \quad \nu_2 = 1 - \nu_1,$$

где  $L$  — длина;  $n$  — число прутков на отрезке длиной  $L$ ;  $d_1$  — диаметр стержня.

Уравнение состояния железобетона (смеси) имеет вид

$$p = \rho_{s0} c_0^2 \eta (1 - \gamma_s \eta / 2) / (1 - q\eta)^2 + \gamma_s \rho_{s0} \varepsilon, \quad \eta = 1 - \rho_{s0} v / \alpha,$$

где  $v$  — удельный объем смеси;  $\gamma_s$  — коэффициент Грюнайзена;  $v_{s0} = 1 / \rho_{s0}$ .

Коэффициенты  $c_0$  и  $q$  линейной зависимости  $D = c_0 + qu$  скорости ударной волны  $D$  в смеси от массовой скорости  $u$  определяются через ударные адиабаты компонентов смеси:

$$D_i = c_{i0} + q_i u_i \quad (i = 1, 2).$$

В переменных  $(v, p)$  ударная адиабата смеси имеет вид

$$v(p) = \sum_{i=1}^2 m_i \left\{ v_{i0} - \frac{1}{p} \left[ \frac{c_{i0}}{q_i} \sqrt{\frac{p}{\rho_{i0} c_{i0}^2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{2}} \right]^2 \right\},$$

где  $m_i = \nu_i \rho_{i0} / \rho_{s0}$  — массовые концентрации стали ( $i = 1$ ) и бетона ( $i = 2$ ) в армированном слое бетона ( $m_1 + m_2 = 1$ ).

Используя для смеси соотношения на ударной волне

$$D = v_{s0} \sqrt{p / (v_{s0} - v(p))}, \quad u = \sqrt{p (v_{s0} - v(p))},$$

можно построить зависимость скорости ударной волны от массовой скорости и определить коэффициенты  $c_0$  и  $q$ .

Скорость звука  $c_0$  рассчитывается по формуле

$$\frac{1}{c_0} = \sum_{i=1}^2 \frac{v_i}{c_{i0}}.$$

Коэффициент Грюнайзена  $\gamma_s$  для смеси определяется через коэффициенты Грюнайзена компонентов  $\gamma_{i0}$ :

$$\frac{v_{s0}}{\gamma_s} = \sum_{i=1}^2 \frac{m_i v_{0i}}{\gamma_{i0}}.$$

Модуль сдвига смеси  $\mu$  и предел текучести  $\sigma_T$  определяются по формулам

$$\mu = 1 / (v_1 / \mu_{01} + v_2 / \mu_{02}), \quad \sigma_T = m_1 \sigma_{s1} + m_2 \sigma_{s2},$$

где  $\mu_{0i}$ ,  $\sigma_{si}$  ( $i = 1, 2$ ) — соответственно модули сдвига и пределы текучести компонентов смеси. В отличие от бетона, который разрушается хрупко, однородная двухфазная смесь

Таблица 1

$\rho_{m0}, \text{ г/см}^3$	$c_{m0}, \text{ см/мкс}$	$q_{m0}$	$\gamma_0$	$\gamma_H$	$n$	$A\rho_H^{n-1}/D_H^2$
1,67	0,27	1,86	0,2	0,87	0,249	0,1173

стали и бетона разрушается так же, как пластичные материалы. Локальным критерием отрывного разрушения при таком подходе, как указывалось выше, является предельная величина относительного объема пустот  $\xi_*$ . Локальным критерием сдвигового разрушения является критерий, основанный на предельной величине работы пластических деформаций  $A_{p*}$ . Считается, что при  $A_p = A_{p*}$  элемент материала разрушается. В нем появляются трещины, раскрытие которых происходит при возникновении растягивающих напряжений. Разрушенный материал ведет себя как гранулированная среда, которая выдерживает сжимающие и сдвиговые усилия, но не выдерживает растягивающих напряжений [3, 4, 11].

Сжатие гранулированной среды при условии

$$p > \frac{y_0}{\alpha k} \left[ \left( \frac{\alpha}{\alpha - 1} \right)^{2k/(3-2k)} - 1 \right]$$

описывается уравнением

$$\frac{c_{m0}^2 \rho_{m0} (1 - 0,5\gamma_{m0}\eta)\eta}{(1 - q_{m0}\eta)^2} + \gamma_{m0} \rho_{m0} \varepsilon - \frac{y_0}{k} \left[ \left( \frac{\alpha}{\alpha - 1} \right)^{2k/(3-2k)} - 1 \right] = 0.$$

При разгрузке гранулированный материал не выдерживает растягивающих напряжений, поэтому увеличение пористости происходит при  $p = 0$ . Пористость в материале определяется из уравнения

$$c_{m0}^2 (1 - 0,5\gamma_{m0}\eta)\eta / (1 - q_{m0}\eta)^2 + \gamma_{m0} \varepsilon = 0.$$

Коэффициенты сцепления  $y_0$  и внутреннего трения  $k$  находятся из сопоставления расчетной и экспериментальной ударных адиабат [11].

Поведение твердого взрывчатого вещества при ударе описывается в рамках модели упругопластического тела с использованием гидродинамического уравнения состояния в виде (1.2). При этом считается, что детонация происходит мгновенно во всем объеме. Для расчета расширения продуктов взрыва твердых ВВ используется эмпирическое уравнение состояния [12]

$$p = A\rho^n + \gamma\rho\varepsilon,$$

где  $\gamma = \gamma_0 + c\rho$ ;  $c = (\gamma_H - \gamma_0)/\rho_H$ ;  $\rho_H$  — плотность продуктов взрыва в точке Чепмена — Жуге. Численные значения параметров уравнения состояния ВВ ТГ 50/50 и продуктов взрыва представлены в табл. 1.

**2. Результаты расчетов.** В рамках предложенной выше модели численным методом [13] проведено решение задачи о взаимодействии стального цилиндрического ударника диаметром  $d_0 = 7,6$  мм и удлинением  $4d_0$  с преградой, состоящей из двух слоев мелкозернистого бетона, между которыми располагается слой сухого песка. Толщина всех слоев одинакова и составляет  $2,98d_0$ . Начальная скорость ударника составляла 800 м/с, угол встречи  $20^\circ$ . На рис. 2 приведены сечения изометрических проекций конфигураций ударника и преграды в моменты времени 92 и 198 мкс.

Анализ результатов расчета свидетельствует, что пробитие первого слоя бетона происходит к моменту времени 48 мкс. Скорость ударника в этот момент времени равна 512 м/с. Проникание ударника сквозь слой песка заканчивается к моменту времени 92 мкс. Скорость ударника при этом составляет 425 м/с. Последующее проникание в третий слой из бетона сопровождается интенсивным его разрушением. К моменту времени 118 мкс

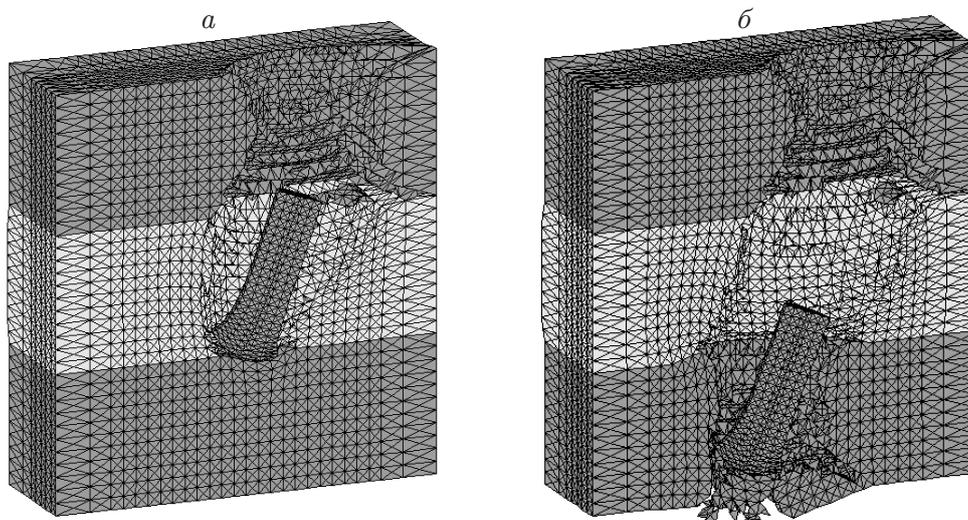


Рис. 2. Пробитие слоистой преграды стальным цилиндрическим ударником со скоростью 800 м/с и углом встречи  $20^\circ$ :

$a$  —  $t = 92$  мкс;  $b$  —  $t = 198$  мкс

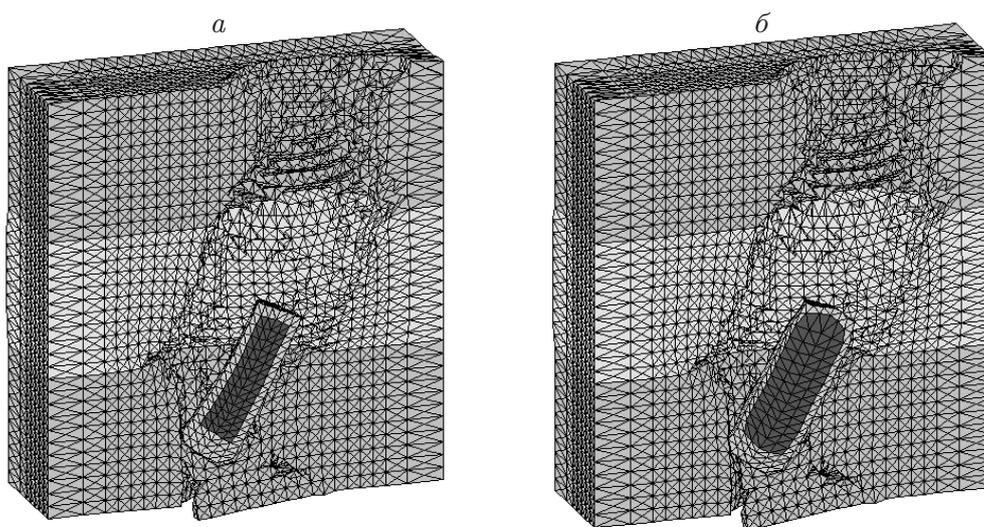


Рис. 3. Пробитие слоистой преграды модельным снарядом со скоростью 800 м/с и углом встречи  $20^\circ$ :

$a$  —  $t = 168$  мкс;  $b$  —  $t = 170$  мкс

отмечается фрагментация бетона на тыльной поверхности преграды и отделение от нее первых осколков, а к 198 мкс наряду с мелкими осколками наблюдается отделение от преграды крупного куска бетона и движение его вниз. После пробития преграды скорость ударника составляет 235 м/с.

Ниже приведены результаты численного расчета взаимодействия ударника аналогичной геометрии, но содержащего заряд ВВ, с рассмотренной выше преградой и при прежних условиях соударения. На рис. 3 приведены сечения изометрических проекций ударника и преграды в моменты времени 168 и 170 мкс. Более темная область в ударнике соответствует области, занятой ВВ. Анализ результатов численного расчета показывает, что пробитие первого слоя бетона происходит к моменту времени 50 мкс. Скорость ударни-

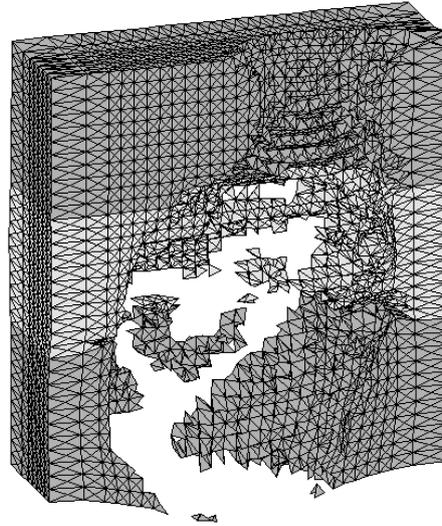


Рис. 4. Картина разрушения в слоистой преграде на момент окончания расчета

ка в этот момент времени составляет 459 м/с. К моменту времени 104 мкс проникание ударника сквозь слой песка заканчивается, скорость падает до 363 м/с.

В связи с тем что ударник представляет собой, по сути, стальную оболочку, заполненную ВВ, наблюдаются значительно большие деформации головной части, нежели в предыдущем случае. Кроме того, имеет место изгиб ударника, не наблюдавшийся в предыдущем варианте расчета.

Детонация ВВ происходит в момент времени 168 мкс, когда скорость ударника составляет 191 м/с. Максимальное давление продуктов детонации ВВ 26 ГПа.

В момент времени 170 мкс происходит расширение продуктов разложения ВВ и вздутие стальной оболочки ударника. В дальнейшем происходит взаимодействие осколков разрушенной оболочки и продуктов реакции ВВ с материалами (песок, бетон) преграды. На рис. 4 представлена картина разрушения слоистой преграды в момент времени 180 мкс. Ударник и продукты разложения ВВ на рисунке не приведены. Видно катастрофическое разрушение преграды, которое со временем станет еще большим, так как максимальное давление в продуктах детонации к данному моменту времени составляет приблизительно 5 ГПа.

Для исследования влияния армирования бетонной плиты проведено сравнение результатов соударения стального ударника со скоростью 300 м/с с плитой, содержащей армированные слои, и с монолитной бетонной плитой. Ударник представляет собой стальной цилиндр, высота которого  $h$  равна диаметру  $d_0$  ( $h = d_0 = 300$  мм). Высота бетонной и железобетонной плит  $H_0 = 2d_0$ .

Армирование плиты выполнено двумя сетками с ячейками  $120 \times 120$  мм арматурой класса А-III диаметром 32 мм. Сетки симметрично расположены в плите относительно ее срединной поверхности с защитным слоем 30 мм. На рис. 5 показаны картины разрушения бетонной и железобетонной плит на момент окончания расчета. Результаты сравнения по скорости и глубине внедрения  $H/d_0$  ударника в железобетонную и бетонную плиты в различные моменты времени процесса приведены в табл. 2. К моменту времени 1,8 мс ударник в железобетонной плите пробил первый армированный слой и внедрился в бетон на глубину  $H = 1,16d_0$ . Скорость его внедрения на этот момент времени составляет 141 м/с. Плита подвергнута воздействию сжимающих напряжений ( $0,05$  ГПа  $< p < 0,19$  ГПа). С тыльной поверхности мишени в результате откольного разрушения началось выкра-

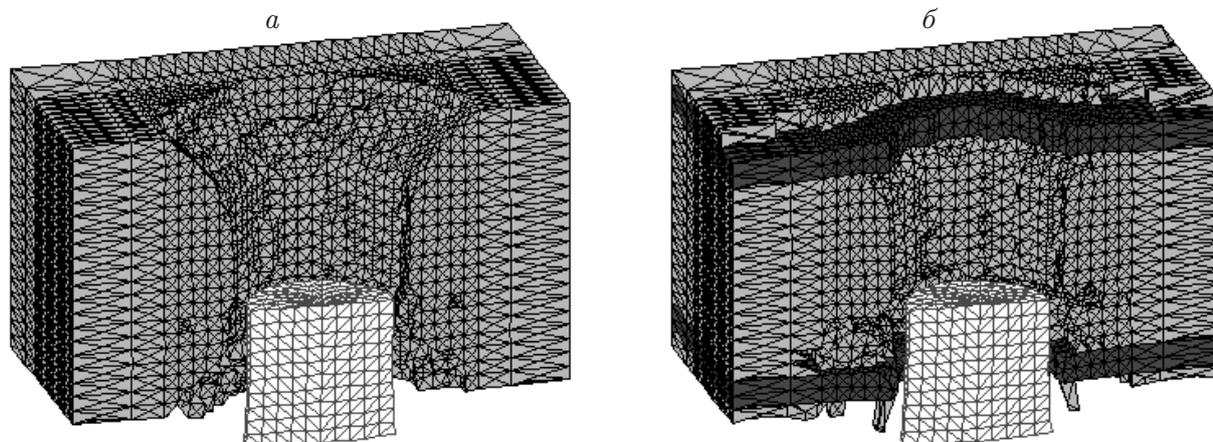


Рис. 5. Картина разрушения бетонной плиты (*а*) и бетонной плиты, армированной стальной сеткой (*б*). Скорость удара 300 м/с

Таблица 2

Время процесса $t$ , мс	Железобетонная плита		Время процесса $t$ , мс	Бетонная плита	
	$H/d_0$	$u$ , м/с		$H/d_0$	$u$ , м/с
0,2	0,17	246	0,2	0,17	254
0,5	0,39	214	0,5	0,42	240
1,8	1,16	141	1,8	1,25	151
3,5	1,84	89	3,5	1,98	119
4,5	2,14	85	4,3	2,3	116
5,2	2,34	84	—	—	—

шивание бетона. К этому моменту времени началось откольное разрушение и в бетонной плите. Сжимающие напряжения в ней почти в полтора раза выше, чем в железобетоне ( $0,1 \text{ ГПа} < p < 0,26 \text{ ГПа}$ ). Максимальные значения достигаются в области контакта с ударником. Относительная глубина и скорость внедрения в бетонную плиту соответственно равны  $H/d_0 = 1,25$ ,  $u = 151 \text{ м/с}$ . Пробитие бетонной плиты практически произошло к 3,5 мс. Расчет проведен до 4,3 мс. В момент пробития бетонной плиты в ней образовался кратер, по форме напоминающий конструкцию из двух усеченных конусов с общим основанием  $1,9d_0$  (рис. 5, *а*). Диаметр верхнего основания равен  $2,2d_0$ , нижнего —  $2,1d_0$ . Скорость ударника в запреградном пространстве равна 116 м/с.

К моменту времени 3,5 мс ударник в железобетонной плите достигает второго слоя армирования. Скорость внедрения понизилась до 89 м/с. Пробитие второго слоя армирования, а следовательно, и мишени заканчивается к моменту времени 4,5 мс. Расчет проведен до 5,2 мс. Картина деформации и разрушения железобетонной плиты представлена на рис. 5, *б*. Слои бетона с арматурой на рисунке помечены более темным цветом.

В запреградном пространстве ударник имеет скорость 85 м/с. В железобетонной плите вследствие откольного разрушения бетон над первым армированным слоем полностью выкрошился. Как в первом, так и во втором армированных слоях образовались сквозные отверстия диаметром  $1,2d_0$ . С тыльной стороны в бетоне произошел откол диаметром  $3d_0$ . По форме отверстие в бетоне напоминает фигуру, состоящую из цилиндра диаметром  $1,2d_0$  и высотой  $0,9d_0$  и усеченного конуса, верхнее основание которого является нижним основанием цилиндра. Диаметр нижнего основания усеченного конуса равен  $2,2d_0$ .

Таким образом, армирование бетонной плиты для рассмотренных взаимодействий приводит к потере запреградной скорости ударника на 26,7 %.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Белов Н. Н., Югов Н. Т., Афанасьева С. А. и др.** Исследование процессов деформирования и разрушения хрупких материалов // Механика композиционных материалов и конструкций. 2001. Т. 7, № 2. С. 131–142.
2. **Белов Н. Н., Югов Н. Т., Копаница Д. Г. и др.** Исследование процессов динамического разрушения в мелкозернистом бетоне методом компьютерного моделирования // Вестн. Том. гос. архит.-строит. ун-та. 2001. № 1. С. 14–19.
3. **Афанасьева С. А., Белов Н. Н., Югов Н. Т.** Проникание цилиндрических ударников в преграды из бетона и песчаного грунта // Докл. РАН. 2002. Т. 387, № 5. С. 1–4.
4. **Белов Н. Н., Югов Н. Т., Афанасьева С. А. и др.** Проникание стальных ударников в конструкции из бетона и песчаного грунта // Вестн. Том. гос. архит.-строит. ун-та. 2003. № 1. С. 5–12.
5. **Фомин В. М., Гулидов А. И., Сапожников Г. А. и др.** Высокоскоростное взаимодействие тел. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1999.
6. **Белов Н. Н., Демидов В. Н., Ефремова Л. В. и др.** Компьютерное моделирование динамики высокоскоростного удара и сопутствующих физических явлений // Изв. вузов. Физика. 1992. Т. 35, № 8. С. 5–48.
7. **Высокоскоростные ударные явления** / Под ред. Р. Кинслоу. М.: Мир, 1985.
8. **Динамика удара** / Под ред. С. С. Григоряна. М.: Мир, 1985.
9. **Исаев А. Л.** Влияние армирования бетона на результаты динамического нагружения внедряющимися телами // Тр. Междунар. конф. “III Харитоновские научные чтения”. Саров: Всерос. науч.-исслед. ин-т эксперим. физики, 2002. С. 150–156.
10. **Гениев Г. А., Кисюк В. Н.** К вопросу обобщения теории прочности бетона // Бетон и железобетон. 1965. № 2. С. 16–29.
11. **Белов Н. Н., Югов Н. Т., Афанасьева С. А., Югов А. А.** Математическое моделирование проникания стальных ударников в гранулированную сыпучую среду // Механика композиционных материалов и конструкций. 2004. Т. 10, № 1. С. 108–117.
12. **Баум Ф. А., Орленко Л. П., Станюкович К. П. и др.** Физика взрыва. М.: Мир, 1975.
13. **Югов Н. Т.** Численный анализ трехмерного процесса деформирования и разрушения цилиндра и пластины при наклонном соударении // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1990. № 1. С. 112–117.

*Поступила в редакцию 12/V 2004 г.,  
в окончательном варианте — 20/VII 2004 г.*