

УДК 536.24

## Смещение скорости низкочастотных возмущений давления в парожидкостной смеси при неадиабатных условиях\*

Э.А. Таиров

*Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева СО РАН, Иркутск*

E-mail: tairov@isem.sei.irk.ru

Проведено теоретическое исследование равновесной скорости звука в парожидкостной смеси, содержащей плотноупакованный слой шаровых частиц. В термодинамические соотношения включено описание нестационарного теплообмена между смесью и частицами в полуволне сжатия. Теоретическая модель позволяет объяснить наблюдаемое в опытах значительное снижение равновесной скорости от ее адиабатного значения при увеличении паросодержания смеси. Результаты расчетов согласуются с опытными данными, полученными на вертикальном канале при фильтрации парожидкостной смеси в плотноупакованном слое сферических частиц из боросиликатного стекла и из стали.

**Ключевые слова:** слой шаровых частиц, парожидкостная смесь, равновесная скорость звука, нестационарный теплообмен.

### Введение

В экспериментальных исследованиях [1, 2] было впервые установлено, что скорость малых низкочастотных возмущений давления в парожидкостной среде, движущейся в канале с плотноупакованным слоем шаровых частиц, может иметь аномально низкие значения, сопоставимые с термодинамически равновесной скоростью звука  $a_S$  в этой среде. Наименьшее значение этой скорости, отвечающее массовому паросодержанию  $x \rightarrow 0$ , получило название скорости звука Ландау  $a_L$  [3, 4]. Измеренные в опытах скорости положительного фронта давления, создаваемого вдувом стороннего пара, были близки к теоретическим значениям  $a_L = 2,03$  м/с при давлении в канале  $P_0 = 0,2$  МПа и  $a_L = 5,3$  м/с при  $P_0 = 0,6$  МПа. Вместе с тем оказалось, что с ростом объемного паросодержания  $\varphi$  опытные значения существенно отклоняются в меньшую сторону от теоретической кривой для равновесной скорости звука  $a_S$ , продолжая сохранять свое значение на уровне  $a_L$ . В ранних опытах [1] также отмечено, что скорость низкочастотных возмущений давления может быть ниже величины  $a_L$ .

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 11-08-00368, 12-08-00734).

Для объяснения отмеченного расхождения теории с экспериментом в настоящей статье процесс распространения волны давления в системе «парожидкостная смесь–твердые частицы» рассматривается с учетом действия внешнего теплообмена парожидкостной смеси с присутствующими в ней твердыми частицами.

### 1. Термодинамические соотношения

Скорость звука в однофазной среде по определению:

$$a = \sqrt{(\partial P / \partial \rho)}. \quad (1)$$

В парожидкостной системе средняя плотность смеси  $\rho_{TP}$  определяется через массовое паросодержание  $x$  следующим образом:

$$\frac{1}{\rho_{TP}} = \frac{1}{\rho'} + x \left( \frac{1}{\rho''} - \frac{1}{\rho'} \right), \quad (2)$$

где  $\rho'$  и  $\rho''$  — плотности воды и пара на линии насыщения.

Из выражения (2) следует, что  $\rho_{TP}$  зависит от трех параметров —  $\rho'$ ,  $\rho''$  и  $x$ . В частном случае, когда фазовые переходы отсутствуют и  $x = \text{const}$ , например в воздушно-водяной смеси, вычисления (1) дают значения термодинамически “замороженной” скорости звука. Случай равновесной скорости возникает, если принять  $\rho' = \text{const}$  и  $\rho'' = \text{const}$ , а  $\rho_{TP}$  — зависящей только от  $x$ .

Дифференцирование (2) по  $P$  в предположении, что на изменение плотности смеси влияет только изменение  $x$ , приводит к выражению:

$$\left( \frac{\partial \rho_{TP}}{\partial P} \right) = -\rho_{TP}^2 \left( \frac{1}{\rho'' - \rho'} \right) \left( \frac{\partial x}{\partial P} \right). \quad (3)$$

Задача сводится к вычислению производной  $(\partial x / \partial P)$ . Для этого, следуя технике, предложенной в работе [3], запишем дифференциал энтропии смеси:

$$ds = \left( \frac{\partial s}{\partial T} \right)_x dT + \left( \frac{\partial s}{\partial x} \right)_T dx, \quad (4)$$

который приводится к виду:

$$ds = \frac{c^*}{T} dT + \frac{L}{T} dx, \quad (5)$$

где  $c^* = [c''x + c'(1-x)]$  — количество теплоты, необходимое для повышения температуры 1 кг смеси на 1 К при сохранении степени сухости  $x$ ,  $L$  — удельная теплота парообразования,  $c'$  и  $c''$  — удельные теплоемкости жидкости и пара.

Движение к термодинамическому равновесию в зоне сжатия сопровождается повышением температуры смеси в соответствии с уравнением Клапейрона–Клаузиуса, тем самым создается перепад температуры между смесью и находящимися в ней твердыми частицами. При этом часть тепла, выделяемого при конденсации переохлажденного пара и идущего на достижение равновесной температуры, передается теплопроводным частицам. В невозмущенном (исходном) состоянии принимается существование температурного равновесия между частицами и смесью.

Таким образом, энтропия смеси убывает на положительном фронте давления, и уравнение (5) следует рассматривать при  $ds < 0$ . Используя обозначение  $ds = dQ/T$ , запишем:

$$-\frac{dQ}{T} = \frac{c^*}{T} dT + \frac{L}{T} dx, \quad (6)$$

где  $Q$  характеризует теплоту, передаваемую 1 кг парожидкостной смеси твердой насадке в процессе нестационарного теплообмена во фронте давления.

Представим  $dQ$  в следующем виде:

$$dQ = c_{pr} dT. \quad (7)$$

Введенная величина  $c_{pr}$  представляет эффективную теплоемкость нестационарного процесса, означающую количество теплоты, передаваемой твердой насадке при нестационарном повышении температуры 1 кг смеси на 1 К.

После подстановки выражения (7) в (6) и группировки слагаемых в правой части уравнения получаем:

$$\frac{c^* + c_{pr}}{T} dT + \frac{L}{T} dx = 0. \quad (8)$$

Дальнейшие преобразования с использованием уравнения (8) приводят к следующей модификации выражения для равновесной скорости звука в парожидкостной смеси при неадиабатных условиях:

$$a = \frac{L}{\rho_{TP} \sqrt{(c^* + c_{pr})T \left( \frac{1}{\rho''} - \frac{1}{\rho'} \right)}}, \quad (9)$$

отличающейся от известного выражения учетом дополнительной эффективной теплоемкости нестационарного теплового процесса  $c_{pr}$ . Основной задачей является нахождение  $c_{pr}$ .

## 2. Тепловой процесс

Рассмотрим упрощенную схему теплообмена между двухфазной смесью и содержащейся в ней насадкой из плотноупакованных сферических частиц. Теплота конденсации пара выделяется на межфазной границе как с твердыми частицами, так и с жидкостью. Поскольку слой жидкости на поверхности частицы представляет дополнительное термическое сопротивление, принимается, что основное тепло к частицам при прохождении переднего фронта давления поступает через площадь контакта с паром. Эта площадь определяется исходя из параметров пористой структуры и паросодержания смеси.

Объем пористой среды, вмещающий в себя 1 кг насыщенного пара, составляет  $V_0 = v''/m$ , где  $m$  — пористость среды,  $v''$  — удельный объем насыщенного пара.

Обозначив объем одной частицы —  $v_h$ , площадь ее поверхности —  $f_h$ , получим соотношение для суммарной площади поверхности частиц в объеме  $V_0$ :

$$F_0 = v'' \frac{1-m}{m} \frac{f_h}{v_h}.$$

В случае сферической формы частиц  $F_0 = 3v''(1-m)/(r_h m)$ , где  $r_h$  — радиус частицы.

Не рассматривая сложные и пока еще недостаточно изученные вопросы структуры двухфазной смеси в поровом пространстве засыпки, принимаем для простоты поверхность контакта частиц с паром объемом  $\nu'' x$  пропорциональной этому объему.

Введя далее в рассмотрение плотность теплового потока  $q_0(\tau)$  через поверхность теплообмена, можем записать для полного теплового потока

$$Q(\tau) = F_0 x q_0(\tau). \quad (10)$$

Удельный тепловой поток  $q_0(\tau)$  на поверхности сферической частицы находится на основе решения уравнения нестационарной теплопроводности для шара при граничных условиях первого рода. Принимается, что температура на поверхности частицы следует за изменением равновесной температуры парожидкостной смеси, связанной с известным профилем давления  $P(\tau)$  во фронте сжатия уравнением Клапейрона–Клаузиуса.

Используемая в выражении (7) эффективная теплоемкость  $c_{\text{пр}}$  является функцией процесса и изменяется во времени. В дальнейшем при рассмотрении малых возмущений удобно перейти от мгновенных значений  $c_{\text{пр}}$  к осредненной величине  $\bar{c}_{\text{пр}}$  на временном отрезке, равном длительности фронта сжатия  $\tau_c$ . Тогда  $\bar{c}_{\text{пр}}$  определяется отношением количества тепла, перешедшего от 1 кг смеси к частицам за время  $\tau_c$ , к приращению равновесной температуры смеси  $\Delta T_{TP}$  за это же время:

$$\bar{c}_{\text{пр}} = \frac{F_0 x}{\Delta T_{TP}} \int_0^{\tau_c} q_0(\psi) d\psi. \quad (11)$$

### 3. Расчет для неподвижной смеси

Численные расчеты выполнены применительно к засыпкам шаровых частиц из боросиликатного стекла и стали диаметром 4 мм. Давление парожидкостной смеси в поровом пространстве засыпки равно 0,6 МПа.

Фронт возмущения давления, создаваемого в парожидкостной среде, описывается полупериодом гармонической функции:

$$P(\tau) = P_0 + A_p \left[ 1 + \sin\left(2\pi f \tau - \frac{\pi}{2}\right) \right], \quad (12)$$

где  $A_p$  — амплитуда возмущения,  $f$  — характерная частота.

Расчеты проведены при  $A_p = 0,05 \cdot P_0$ ,  $P_0 = 0,6$  МПа,  $f = 1, 2, 4$  Гц.

Результаты вычисления равновесной скорости звука в парожидкостной смеси с учетом неадиабатичности процесса представлены на рис. 1. Рассеяние тепловой энергии в теплопроводных частицах на стадии сжатия смеси в волне давления привело к существенному снижению равновесной скорости. Причем на величину снижения скорости оказывает влияние материал частиц засыпки. На рис. 1, а видно большое различие в скорости звука при размещении в смеси твердых частиц из стекла и из стали. Характер изменения скорости звука от паросодержания смеси  $\varphi$  в плотной упаковке из стальных шаровых частиц становится более пологим, чем в случае использования стеклянных частиц, вплоть до  $\varphi = 0,8$  и более крутым в области высоких паросодержаний, близких к единице. Расчеты указывают также на зависимость равновесной скорости в рассматриваемой системе от характерной частоты нарастания давления во фронте возмущения.

#### 4. Расчет для движущейся смеси

Течение двухфазного потока жидкости в прямых каналах и в каналах сложной формы характеризуется различием скоростей движения жидкой и паровой фаз. Отношение скорости пара к скорости жидкости выражается через коэффициент скольжения фаз

$$K = w''/w'.$$

Из известных наиболее близкой применительно к засыпкам является формула для адиабатного потока пароводяной смеси в пучках стержней [5]:

$$K = 1 + 2,27(1 - P/P_{cr})^2 (\rho'/\rho w)^{0,7}. \quad (13)$$

Возникновение скольжения фаз при фиксированном значении массового расходного паросодержания приводит к увеличению средней плотности пароводяной смеси, а согласно выражению (9), и к снижению равновесной скорости  $a$ .

Результаты расчета равновесной скорости звука в условиях потока пароводяной смеси представлены на рис. 1, *b*. В качестве исходных данных к расчетам взяты такие же условия, как для неподвижной смеси, за исключением скорости потока. При массовой скорости  $\rho w = 80 \text{ кг/м}^2 \cdot \text{с}$  и давлении  $P = 0,6 \text{ МПа}$  коэффициент скольжения фаз, рассчитанный по формуле (13), составляет  $K = 13$ . Можно предположить, что полученное значение коэффициента скольжения скорее всего представляет оценку снизу, поскольку торможение жидкости на внутренней поверхности пористой структуры, образованной сферическими частицами, более значительное, чем в вертикальных пучках гладких стержней.

Представленные на рис. 1, *b* результаты отличает еще более выраженное снижение равновесной скорости звука на всем интервале изменения паросодержания в потоке по отношению к случаю неподвижной двухфазной смеси (см. рис. 1, *a*). Изменился и сам характер поведения  $a(\varphi)$ . Отчетливо проявлен пологий минимум в области средних значений объемного паросодержания. Причем значения скорости в области минимума оказываются существенно меньшими в сравнении с нижней границей равновесной скорости звука в адиабатной двухфазной смеси. Этот качественно новый эффект получил экспериментальное подтверждение.

На рис. 2 показаны экспериментальные данные по измерению скорости низкочастотных малых возмущений давления в вертикальном канале с шаровыми частицами из боросиликатного стекла и стали в сравнении с теоретическими кривыми, полученными для рассматриваемых условий. Опыты выполнены при давлении 0,6 МПа и средней массовой скорости в канале  $\rho w = 60 \text{ кг/м}^2 \cdot \text{с}$ . В результатах измерений учитывалась собственная скорость несущей, в данном случае жидкой, фазы, которая равнялась 0,2 м/с. Представленные на рисунке расчеты проведены при двух значениях коэффициента скольжения  $K$ . Значение  $K = 11$  получено по формуле (13) для

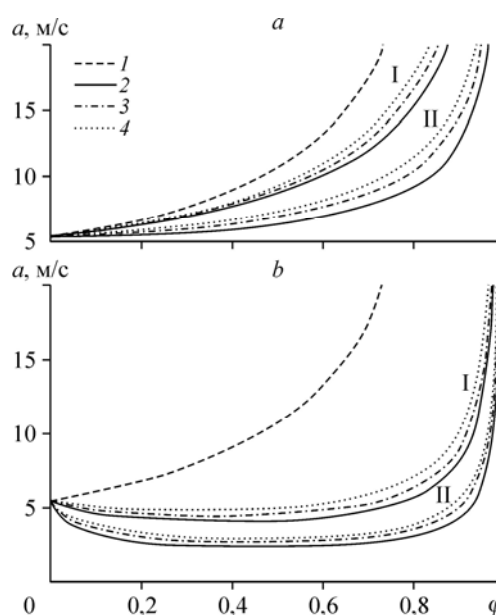


Рис. 1. Равновесная скорость звука неподвижной (*a*) и движущейся со скольжением (*b*) фаз парожидкостной смеси в засыпках.

Давление смеси  $P = 0,6 \text{ МПа}$ .

Без засыпки (*I*), с засыпкой шаровых частиц  $d = 4 \text{ мм}$  (*I* — из стекла, *II* — из стали):  $f = 1$  (2) (3) (4) Гц.

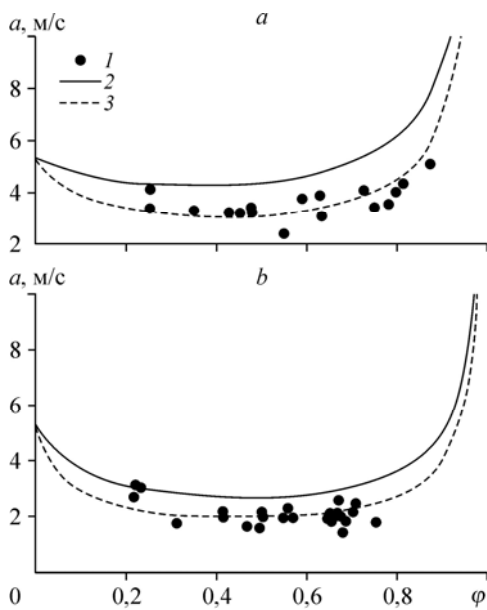


Рис. 2. Скорость малых возмущений давления в парожидкостном потоке с неподвижным слоем: стеклянных (а) и стальных (б) шаровых частиц диаметром 4 мм.  $P = 0,6$  МПа,  $f = 2$  Гц. Опытные данные (1), расчеты при  $K = 11$  (2), 20 (3).

пучков стержней. Значение  $K = 20$  выбрано как демонстрационное, исходя из лучшего согласования теории с экспериментом. При этом в обоснование второго выбора легли физические представления о более сильном торможении вязкой жидкости на развитой внутренней поверхности пористой структуры в сравнении с течением в пучках гладких стержней. Естественно, что для установления действительного скольжения фаз при течении парожидкостной смеси в засыпке шаровых частиц требуются специальные исследования, включающие в себя также анализ влияния паросодержания как одного из параметров, определяющих структуру потока. Достигнутое соответствие теоретических расчетов с данными экспериментов свидетельствует о справедливости основных теоретических положений, предложенных для расчета равновесной скорости звука в парожидкостной смеси при неадиабатных условиях.

### Заключение

Проведен теоретический анализ термодинамически равновесной скорости звука в парожидкостной смеси с учетом нестационарного теплообмена с содержащимися в смеси плотноупакованными шаровыми частицами. Для учета потери тепла смесью на нагрев теплопроводных частиц во фронте сжатия волны давления в расчетную формулу для скорости введена эффективная теплоемкость процесса. Теоретические результаты нашли экспериментальное подтверждение, что позволило объяснить наблюдаемые в опытах anomalно низкие скорости низкочастотных возмущений давления при фильтрации парожидкостной смеси в плотноупакованном слое твердых теплопроводных частиц. В теоретической модели учитываются теплофизические свойства материала частиц и их размер, а также характерная частота и амплитуда возмущения давления.

Автор выражает благодарность С.А. Васильеву, оказавшему помощь в получении опытных данных, и В.М. Зубцову, выполнившему расчеты нестационарной теплопроводности в частицах.

### Список литературы

1. Покусаев Б.Г., Таиров Э.А., Гриценко М.Ю. Распространение возмущений давления в пористой среде при фильтрации двухфазного потока // ТВТ. 2004. Т. 42, № 6. С. 947–953.
2. Покусаев Б.Г., Таиров Э.А., Васильев С.А. Скорость низкочастотных волн давления в парожидкостной среде с неподвижным слоем шаровых частиц // Акустический журнал. 2010. Т. 56, № 3. С. 341–347.
3. Накоряков В.Е., Покусаев Б.Г., Шрейбер И.Р. Волновая динамика газо- и парожидкостных сред. М.: Энергоатомиздат, 1990. 248 с.
4. Нигматуллин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. 2. М.: Наука, 1987. 359 с.
5. Справочник по теплогидравлическим расчетам в ядерной энергетике. В 2 т. Т. 1. Теплогидравлические процессы в ЯЭУ / Под ред. П.Л. Кириллова. М.: ИздАТ, 2010. 776 с.

Статья поступила в редакцию 19 апреля 2012 г.,  
после переработки — 28 августа 2012 г.