

## ЛОГИКА И КОНТРПРИМЕРЫ

*К.А. Павлов*

В статье рассматриваются некоторые вопросы, связанные с границей применимости формализмов в логике. Если принять во внимание прагматический и коммуникативный аспекты логики, то неопределенность в вопросе установления этой границы лишь усиливается, что и показано на примере проблем, возникающих при использовании *modus ponens*.

**Ключевые слова:** *modus ponens*, коммуникация, контрпримеры, границы формализации

По всей вероятности, мы пока еще плохо понимаем, как функционирует теоретический язык. Прямым следствием этого непонимания является то, что мы не очень хорошо понимаем и причину неограниченного умножения формально-логических систем, и причину того, откуда все время берутся контрпримеры к любому формализму. Это значит, в частности, что мы на самом-то деле смутно понимаем, «что такое логика». А этот вопрос, как мне кажется, порожден необходимостью прояснения динамики языка. Благородная задача прояснения тех или иных аспектов языка стояла перед философией с самого начала – от работ Аристотеля и до установок, определяющих многие направления аналитической и феноменологической философии. В частности, это означает, что исследования по философии логики всегда велись с той или иной степенью оглядки на соответствующие представления о языке и его природе. Поэтому и сегодня, думается, было бы неплодотворным отступать от ориентиров, задаваемых исследованиями по проблемам языка.

Одним из самых существенных моментов, характеризующих проблематичность взаимосвязи языка и логики, является тема обнаружения/построения контрпримеров к логическим формализмам. И дело здесь не только в том, что идея создания универсального научного формализма, по-видимому, навсегда отошла в прошлое, а в том, что не удается достаточно четко обрисовать область применимости *любого*, даже самого что ни на есть «локального» формализма. Как пишет В.В. Целищев, «правильность аргумента может оцениваться, исходя из прагмати-

ческих, эпистемических или психологических соображений, так что тождество формы одного аргумента с формой другого аргумента, признанного правильным, еще не гарантирует правильности первого» [1]. Именно поэтому, совершенно справедливо заключает В.В. Целищев, «одного понятия логической формы недостаточно для понимания природы логического следования» [2].

Следует заметить, что это заключение влечет за собой весьма далеко идущие последствия для понимания природы логики, ведь до недавнего времени господствовал иной взгляд на логику, а именно, как на науку, структура которой может быть задана исключительно логическими формами. В новой же перспективе акценты распределяются иначе: значимыми для представления о логике становятся не только логические формы сами по себе, но и то, как они связаны с конкретной ситуацией. Иными словами, *прагматические* и *контекстуальные* аспекты языка (и даже всей исследовательской ситуации в целом) становятся внутренними проблемами собственно логических исследований. В логической литературе этот новый виток развития логики получил название «динамический поворот». Обзор данной проблематики можно найти, в частности, в новой книге Й. ван Бенгема «Логическая динамика информации и взаимодействия» [3], а также в небольшом его обзоре «Куда должна, и должна ли, двигаться логика?» [4].

В настоящей работе мы рассмотрим некоторые проблемы, обусловленные неопределенностью границ применимости того или иного формализма. Мы проанализируем некоторые сложности, связанные с коммуникацией, эпистемической логикой, в частности с так называемой логикой публичного оглашения (*logic of public announcement*), и некоторыми логическими эффектами, близкими по своей сути к так называемому парадоксу Мура.

### **Взгляд назад: былые надежды**

Значительная часть логических исследований начала XX в. была инспирирована лейбницеанской мечтой обнаружить безусловные «логические законы», с помощью которых можно было бы *априори* конструировать критерии правильности *произвольных* человеческих рассуждений. Например, Я. Лукасевич считал, что безусловные формы знания не только существуют, но и необходимы как условие возможности обоснованного (в частности, научного) знания как такового: «Что бы плохого кто-

нибудь ни хотел бы сказать о многозначных логиках, все же нельзя отрицать, что несмотря на их существование, нетронутым остался принцип исключения противоречия. Эта истина безусловна, она обязательна для всех логических систем под угрозой, что в случае ее превышения *вся логика и вообще все научные исследования станут бесцельными* (курсив мой. – К.П.). Нетронутыми остались и правила вывода, а значит, правило подстановки, отвечающее аристотелевскому *dictum de omni*, а также правило отделения, аналогичное силлогизму *modus ponens* стоиков. Ведь благодаря именно этим правилам мы создаем сегодня не одну, но много логических систем, каждая из которых сама по себе последовательна и непротиворечива. Возможно, существуют еще и другие безусловные принципы, которым должны подчиняться *любые* (курсив мой. – К.П.) логические системы. Извлечь на свет Божий все эти принципы – я считаю одним из важнейших заданий будущей логики и философии», – писал Я. Лукасевич в 1937 г. в своей работе «В защиту логики» [5].

Если бы эта задача была осуществимой, то такие «безусловные» логические принципы можно было бы без труда использовать для компьютерного моделирования процесса логического рассуждения, поскольку их общность (безусловная) гарантировала бы непременно правильное употребление во всяком частном случае. Как только в процессе рассуждения возникала бы *формальная* уместность применения того или иного «безусловного» закона или правила, его «безусловность» гарантировала бы также и его *содержательную* уместность, иначе бы не было оснований считать данное правило безусловным.

Тем не менее, по-видимому, ни один из логических законов и принципов (в формализованной версии) не является безусловным. Примеры наличия контрпримеров и причины этого обстоятельства рассматриваются, например, в учебнике Н.Н. Непейводы [6], а также в монографии В.В. Целищева, где, в частности, приводится пример, авторство которого принадлежит МакГи и который вполне правомерно можно считать контрпримером к *modus ponens* [7].

В нашу задачу, однако, сейчас не входит анализ уже существующих контрпримеров, поскольку хотелось бы рассмотреть иной *тип* контрпримеров. Этот тип логических ситуаций будет связан с коммуникативным аспектом логики и основан на тех интуициях, о которых говорил уже У. Кауин в своей «Философии логики». В этой книге Кауин справедливо утверждает, что было бы последовательнее называть «истинными» или «ложными» не сами предложения, а *случаи их произнесения*. Он пишет: «...Очевидно, что одно произнесение предложения может быть

истинным, а другое произнесение того же самого предложения может быть ложным» [8]. Далее Куайн замечает, что то же самое верно и в отношении записей, поскольку запись того или иного предложения «может быть истинной или ложной в зависимости от того, *кто* ее написал, кому он ее *адресовал* и когда» (курсив мой. – К.П.) [9].

Коммуникативный аспект логики становится особенно важным с точки зрения компьютерного моделирования логических рассуждений, поскольку компьютер должен уметь работать логически корректно с произвольными (включая коммуникативные) ситуациями. Это тем более верно для исследований в области «искусственного интеллекта», поскольку тест Тьюринга (со всей его коммуникативной спецификой) является наиболее важным критерием успешности данного проекта. Но именно тут и возникает масса очевидных и при этом труднопреодолимых сложностей. «Безусловность» ряда логических форм и правил оказывается ограниченной исключительно рамками «монолога», т.е. рамками *одноагентной логической ситуации* (или, говоря более метафизично, рамками солипсистской установки). Если мы перейдем к *логике мультиагентных ситуаций* (как в теории игр или в перспективе логики диалога и коммуникации), то без труда обнаружим там множество тривиальных контрпримеров.

На самом деле даже одноагентная (монологическая) перспектива не лишена аналогичных пробелов: адекватность формализмов здесь также оказывается *обусловленной* смысловыми контекстами, учет которых не поддается формализации. По этому поводу в начале статьи я уже приволил соответствующую цитату из монографии В.В. Целищева [10]. Все это требует более внимательного отношения к идее «логической формы».

### **Коммуникативный аспект дедуктивной логики**

Обратимся в первую очередь к рассуждениям Я. Лукасевича. Комментируя смысл самой идеи формальности, Он говорит о коммуникативном аспекте этой идеи как о «неоспоримой истине». «Современная формальная логика стремится к возможно большей точности. Эта цель может быть достигнута только с помощью точного языка, построенного из устойчивых, наглядно воспринимаемых знаков. Такой язык необходим для любой науки. *Наши собственные мысли, не оформленные в словах, являются для нас же самих почти непостижимыми*; невыраженные же мысли других людей могут быть доступны только для ясновидца.

Каждая научная истина, для того чтобы быть воспринятой и удостоверенной, должна быть *воплочена в понятную для каждого внешнюю форму*. Все эти утверждения представляются неоспоримой истиной» (курсив мой. – К.П.) [11].

Аналогичную позицию занимают и многие современные отечественные исследователи. Например, так считают авторы «Словаря по логике», в котором дается следующее определение «логических констант»: «Логические константы, или логические постоянные, – термины, относящиеся к *логической форме* рассуждения (доказательства, вывода) и являющиеся *средством передачи человеческих* мыслей и выводов, заключений в любой области» [12]. Заострим внимание: логическая форма есть не просто некая абстракция, а средство передачи мыслей (!). Логическая форма – это не столько вневременной «образец логичности», сколько форма, воплощенная в языке, служащая цели обеспечения *понятного* (для определенного круга исследователей) способа экспликации того, что «подразумевается».

Из процитированного вытекает, что одна из важнейших целей, которую преследует формализм, – это придание *коммуникативной значимости* нашим рассуждениям, без чего, по мнению Я. Лукасевича, они суть нечто «почти непостижимое». Только посредством «слов», посредством «языка, построенного из устойчивых, наглядно воспринимаемых знаков», всякий исследователь может внятно сообщить не только научному сообществу, но и даже *самому себе* то, что неартикулированно возникает в его уме на уровне «внутренней речи», на уровне интуиций и неких смутных предвосхищений. Внешняя форма – это неустранимый *коммуникативный* аспект не только логики, но и вообще всякой науки, причем неустранимо значимый как в плане реальной (многосубъектной) коммуникации, так и в смысле его значимости для всякого индивидуального прояснения (самопрояснения) утверждаемых суждений.

Но у всякого формализма (т.е. у «внешней формы»), очевидно, есть и вторая функция. Я. Лукасевич поясняет понятие внешней формы как раз на примере закона отделения (т.е. разбирая *modus ponens*, контрпримеры к которому мы приведем ниже), при этом он считает данный закон безусловным. Лукасевич утверждает: «Формализм требует, чтобы одна и та же мысль всегда выражалась при помощи одних и тех же рядов слов, расположенных одним и тем же способом. В том случае, когда доказательство построено в соответствии с этим принципом, мы в состоянии контролировать его *законность исключительно на основании его внешней формы, не обращаясь к значению* (курсив мой – К.П.) тех тер-

минов, которые в этом доказательстве употребляются. Чтобы получить заключение  $\beta$  из посылок «Если  $\alpha$ , то  $\beta$ » и  $\alpha$ , нам нет необходимости знать, что реально означают  $\alpha$  и  $\beta$ ; достаточно подчеркнуть, что содержащиеся в посылках две  $\alpha$  имели одну и ту же внешнюю форму» [13].

Итак, постараемся теперь всерьез принять во внимание *коммуникативный аспект логики* и попробуем понять, действительно ли «мы в состоянии контролировать законность» совершаемых рассуждений «исключительно на основании внешней формы, не обращаясь к значению тех терминов», которые фигурируют в рассуждении. Нет ли такой коммуникативной ситуации, когда значения  $\alpha$  и  $\beta$  могут привести к неадекватному использованию закона отделения?

Наш пример будет построен на высказывании, *факт произнесения которого есть причина изменения его истинностного значения* (подобные эффекты могут учитываться так называемой логикой публичного оглашения). Очевидно, что это никак не отражается на его «внешней форме», в результате чего и возникает содержательное противоречие, которое невозможно устранить без апелляции к смыслу высказывания.

### Контрпримеры, связанные с коммуникацией

Общая схема проблемных ситуаций, о которых пойдет речь, может быть следующей. Закрепим обозначения: пусть у нас имеется некоторая языковая игра  $L$  и пусть факт высказанности некоторого утверждения  $A$  обозначается как  $A!$ . Если речь идет о вопросе применимости *modus ponens* к ситуации  $L$ , то в общем случае могут иметь место как минимум три приводимых ниже формальных описания структуры  $L$ . Число формальных описаний может быть увеличено, например, за счет введения оператора знания  $K()$ , но мы не будем касаться этой стороны вопроса.

$$\begin{array}{l} \text{Случай 1.} \\ \frac{A \rightarrow B \quad A}{B} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Случай 2.} \\ \frac{(A \rightarrow B)! \quad A}{\text{не-}B} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Случай 3.} \\ \frac{(A \rightarrow B)! \quad A}{B} \end{array}$$

Обратим внимание на то, что случай 2 можно рассматривать как своего рода контрпример *modus ponens*, поскольку *формальная* применимость *modus ponens* приведет в данном случае к *содержательному противоречию*, в то время как именно логическая форма случая 2 оказывается логически корректной. Заметим также, что случай 1 и случай 3

формально являются отличными друг от друга, несмотря на то, что оба они приводят к одному и тому же как формальному, так и содержательному результату. Это значит, что ситуации, подпадающие под случай 3, нельзя обосновывать формализмом случая 1, и наоборот.

Итак, рассмотрим несколько вариантов языковых игр. Предположим, что имеется три собеседника –  $X$ ,  $Y$  и  $Z$ , которые (при разных дополнительных предположениях) оказываются в различных коммуникативных ситуациях.

**Пример 1 (случай 2).** Пусть  $X$  беседует с  $Y$ . Предположим три вещи: во-первых, что  $X$  и  $Y$  ранее не были знакомы и ничего не знают друг о друге; во-вторых, что у  $X$  есть брат; в-третьих, что  $Y$  хочет услышать контрпример к *modus ponens*. Тогда  $X$  может привести такой пример правильного рассуждения, который противоречит возможности адекватного применения *modus ponens*.

*X говорит:* Поскольку ты ничего обо мне не знаешь, то следует считать истинной следующую импликацию: «если  $Y$  ничего не знает об  $X$ , то  $Y$  не знает, что у  $X$  есть брат». Здесь роль утверждения  $\alpha$  играет утверждение « $Y$  ничего не знает об  $X$ », а роль утверждения  $\beta$  играет утверждение « $Y$  не знает, что у  $X$  есть брат». Можно ли применить *modus ponens* к такой ситуации?

*Y отвечает:* Да, если эта импликация истинна и поскольку утверждение  $\alpha$  истинно, то *modus ponens* применим.

*X говорит:* Но какой теперь вывод, следуя *modus ponens*, ты должен сделать?

*Y отвечает:* Вспомним, что говорит Лукасевич. Он утверждает: «Чтобы получить заключение  $\beta$  из посылок “Если  $\alpha$ , то  $\beta$ ” и  $\alpha$ , нам нет необходимости знать, что реально означают  $\alpha$  и  $\beta$ ; достаточно подчеркнуть, что содержащиеся в посылках две  $\alpha$  имели одну и ту же внешнюю форму». Поскольку имеет место именно эта ситуация, постольку я должен бы сделать заключение, что истинным является утверждение  $\beta$ : « $Y$  не знает, что у  $X$  есть брат». Однако очевидно, что заключение ложно, потому что я *теперь уже знаю* о существовании брата у  $X$ . Произнеся консеквент импликации *во второй раз*, я произнес бы ложное утверждение, ибо его можно было признать истинным только в первый раз произнесения (т.е. тогда, когда была впервые артикулирована истинная на тот момент импликация).

*X поясняет:* Это и есть искомый контрпример, поскольку здесь работает не *modus ponens*, а логическая форма из Случая 2. Понятно, что

проблема с применением закона отделения связана со спецификой функционирования слова «знать» в естественном языке. Логика использования этого слова не подразумевает однозначной правильности применения *modus ponens*.

Ясно, что та же самая ситуация может послужить контрпримером и для *формального* «закона тождества», который иногда формулируется так: если  $A$ , то  $A$  [14]. Формальная версия (пропозиционального) закона тождества, очевидно, также нарушается, поскольку сам факт произнесения утверждения « $Y$  не знает, что у  $X$  есть брат» в *первый раз* меняет его истинностное значение и делает его ложным при произнесении в любой следующий раз. Фактически мы здесь должны бы были говорить о схеме типа «если  $A!$ , то не- $A$ ».

**Пример 2** (случай 1 или случай 3). Обратим внимание на то, что смена истинностного значения далеко не всегда имеет место при коммуникации. В этом и заключается серьезная сложность указанного обстоятельства: в одних коммуникативных случаях *один и тот же* формальный закон (или формальное правило) работает, а в других – не работает. И фактором, определяющим адекватность или неадекватность того или иного формализма, является *смысл* исследуемой ситуации. Проиллюстрируем это двумя важными в контексте наших рассуждений примерами.

Предположим, что в примере 1 тот же самый разговор происходит не между  $X$  и  $Y$ , а между  $X$  и  $Z$ , причем  $Y$  не слышит этого разговора. Совершенно очевидно, что тот же самый разговор, только адресованный другому человеку, будет иметь уже другую логическую структуру, поскольку никакой смены истинностного значения в данном случае не произойдет и *modus ponens* (или, скорее, логическая форма из Случая 3) здесь будет работать вполне привычным образом.

**Пример 3** (случай 3 или случай 1). Пусть теперь опять у нас беседают  $X$  и  $Y$ , только рассмотрим иную истинную импликацию, например такую: «если  $Y$  не знаком с астрономией, то  $Y$  не знает, сколько звезд на небе». Ясно, что артикуляция этой импликации в присутствии  $Y$  ни в коей мере не приводит к изменению истинностных значений приводящих в нее компонент, хотя здесь (казалось бы, как и в примере 1) речь также идет об артикуляции некоего *незнания* у  $Y$ .

Из всего вышесказанного вытекает одно весьма важное следствие: в случае учета коммуникативного измерения логики одни и те же фор-



мальные законы могут как действовать, так и не действовать, причем, и это главное, вопрос об их применимости не является вопросом чисто формальным. Иными словами, здесь имеет место принципиальная смысловая и контекстуальная обусловленность. Это касается *любого* формального «логического закона» или «логического вывода», в которых по разные стороны от импликации или знака вывода встречается одно и то же высказывание, могущее зависеть в своей истинности от факта высказанности или же от обстоятельств адресованности.

Такое положение дел является весьма значимым с точки зрения компьютерного моделирования способности логического рассуждения. Для того чтобы компьютер мог адекватно решать подобные задачи, ему необходимо иметь правильный доступ к *смысловому* измерению всего человеческого языка, а эта задача представляется далекой от тривиальной: фактически необходимо уметь моделировать «апелляцию к интуиции», значимость которой для логики постоянно подчеркивал А. Пуанкаре.

Таким образом, подобные примеры порождают сомнение в универсальности идеи расщепления на «внешнюю форму» (о которой говорят Я. Лукасевич, А. Тарский, Б. Рассел и др.) и «содержание». Исходя из приведенных примеров, можно предположить, что в общем случае рассуждения следует считать логичными не в силу только «внешней формы», а в силу характера *некоей изначальной связи* формы и содержания. Причину логичности того или иного «логического рассуждения» надо искать не в идее формы (внешней), напоминающей по своей сути лишь грамматические схемы построения «правильных» предложений, а в особенностях формирования и построения логико-смысловых структур, лежащих в основе возможности коммуникации и контекстуальных трансформаций.

## Примечания

1. *Целищев В.В.* Нормативность дедуктивного дискурса. – Новосибирск: Nonparel, 2004. – С. 145.
2. Там же.
3. См.: *Bentham J., van.* Logical Dynamics of Information and Interaction. – Cambridge Univ. Press, 2010.
4. См.: *Бентем Й., ван.* Куда должна, и должна ли, двигаться логика? // VOX. – 2010. – № 9. – URL: <http://vox-journal.org>.
5. *Лукасевич Я.* В защиту логики // Логос. – 1999. – № 7 (17).

6. См.: *Нелейвода Н.Н.* Прикладная логика. – Новосибирск: Изд-во Новосиб. ун-та, 2000. – С. 399, 404, 405.
7. См.: *Целищев В.В.* Нормативность дедуктивного дискурса. – С. 154–155.
8. См.: *Куайн У.В.О.* Философия логики. – М.: Канон+, 2008. – С. 28.
9. Там же.
10. См.: *Целищев В.В.* Нормативность дедуктивного дискурса. – С. 145.
11. *Лукасевич Я.* Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной логики. – М.: Иностр. лит., 1959. – С. 52.
12. *Ивин А.А., Никифоров А.Л.* Словарь по логике. – М.: Туманит; изд. центр «ВЛАДОС», 1997.
13. *Лукасевич Я.* Аристотелевская силлогистика... – С. 52.
14. Такая формулировка закона тождества имеется, например, в работе Я. Лукасевича «Аристотелевская силлогистика...» (С. 92).

Дата поступления 11.02.2013 г.

Институт философии РАН  
г. Москва  
[pavlov-koal@ya.ru](mailto:pavlov-koal@ya.ru)

***Pavlov, K.A. Logic and contrary instances***

The paper considers some problems concerning the scope of applicability of formalisms in logic. If we take into account pragmatic and communicative aspects of logic, uncertainty in identification of its scope just increases, which is shown by the example of problems arising when modus ponens is used.

**Keywords:** modus ponens; communication; contrary instances; scope of formalization