

УДК 532.526

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЛНОВЫХ И ДИССИПАТИВНЫХ СТРУКТУР СИСТЕМЫ СВЕРХЗВУКОВЫХ СТРУЙ В СПУТНОМ СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ

Ш.А. ЕРШИН, У.К. ЖАПБАСБАЕВ

*Казахский государственный национальный университет
им. аль-Фараби, Алматы*

Приводятся результаты расчетно-теоретических исследований развития системы плоских сверхзвуковых струй в спутном сверхзвуковом потоке. Расчеты выполнены на основе параболизированных уравнений Навье — Стокса с привлечением алгебраической (Болдуина — Ломакса) и двухпараметрической $k - \varepsilon$ -моделей турбулентности. Полученные данные описывают волновую картину газодинамического участка с наличием области сжатия и разрежения, взаимодействия волн возмущения с образованием скачков уплотнения. Показано возникновение диссипативных ячеистых структур в поле кинетической энергии турбулентности, порожденное волновой структурой газодинамического участка.

Гиперзвуковой прямоточный воздушно-реактивный двигатель (ГПВРД) рассматривается как один из возможных вариантов двигателя будущего воздушно-космического самолета. В камере сгорания ГПВРД происходит горение системы водородных струй в спутном воздушном потоке, и эффективная организация рабочего процесса требует подробного газодинамического описания закономерностей смешения топлива с окислителем [1]. В частности, представляется интересным выяснить, какую роль играет интенсивность системы скачков уплотнения на газодинамическом участке струй в процессе смеобобразования. К настоящему времени выполнен ряд экспериментальных и расчетно-теоретических исследований сверхзвуковых струй в спутном потоке, обзор которых дан в монографии [2]. Вместе с тем приходится констатировать, что достаточно полного представления (как в качественном, так и в количественном отношении) о влиянии скачков уплотнения на турбулентное состояние течения (его тонкой структуры) пока, к сожалению, нет. Метод характеристик [3] не может дать физически полноценной картины смешения струй с потоком с учетом вязкого взаимодействия. Существенно большие возможности дает использование параболизированных уравнений Навье — Стокса (ПУНС) [4 – 6], однако без учета турбулентного взаимодействия течений невозможно раскрыть всю полноту исследуемого процесса. Часто этот недостаток модели объясняют несовершенством методов решения ПУНС. Не отрицая важности модели турбулентности для адекватного описания реальных свойств сверхзвуковых струйных течений, авторы настоящей работы ставили своей целью показать, что привлечение системы ПУНС в сочетании с известными моделями турбулентности может дать более полное представление о газодинамической структуре системы плоских сверхзвуковых струй в спутном сверхзвуковом потоке.

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕЧЕНИЯ

Рассматривается задача о развитии системы плоских сверхзвуковых струй в спутном потоке воздуха. Схема течения показана на рис. 1.

Из плоских сопел высотой $2h_1$ вытекает струя газа со сверхзвуковой скоростью U_1 в спутный сверхзвуковой поток, движущийся со скоростью U_2 . Газы струи и спутного потока могут быть либо однородными, либо отличающимися молекулярными массами, в частности, возможна смесь водорода с воздухом. Ось OX направим вдоль плоскости симметрии струи, ось OY — перпендикулярно ей. Так как система спутных струй периодически повторяющаяся, то можно выделить полосу шириной L , ограниченную плоскостями симметрии струи и смежного воздушного потока, и рассматривать решение задачи в этой области, заменив отброшенную часть условиями симметрии вдоль плоскостей AA_1 и BB_1 .

Течение во всей области предполагается сверхзвуковым, газ считается вязким, теплопроводным, химически инертным, а режим течения — турбулентным.

Для описания осредненного течения воспользуемся системой параболизированных уравнений сохранения количества движения, энергии, вещества и уравнения неразрывности, записанной в матричной форме:

$$\frac{\partial \overset{r}{F}}{\partial x} + \frac{\partial \overset{r}{G}}{\partial y} = \frac{\partial \overset{r}{S}}{\partial y}, \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} \overset{r}{F} &= \overset{r}{F} [\rho u, \rho u^2 + p, \rho uv, (\rho E + p)u, \rho u C], \\ \overset{r}{G} &= \overset{r}{G} [\rho v, \rho uv, \rho v^2 + p, (\rho E + p)v, \rho v C], \\ \overset{r}{S} &= \overset{r}{S} \left[0, \mu_\varepsilon \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{4}{3} \mu_\varepsilon \frac{\partial v}{\partial y}, \gamma \left(\frac{\mu}{\text{RePr}} + \frac{\mu_t}{\text{Pr}_t} \right) \frac{\partial e}{\partial y} + \right. \\ &\quad \left. + \mu_\varepsilon \left(\frac{1}{2} \frac{\partial u^2}{\partial y} + \frac{2}{3} \frac{\partial v^2}{\partial y} \right), \left(\frac{\mu}{\text{ReSc}} + \frac{\mu_t}{\text{Sc}_t} \right) \frac{\partial C}{\partial y} \right]. \end{aligned}$$

Здесь приняты следующие обозначения: u, v — продольная и поперечная составляющие скорости, p — давления, ρ — плотность, e — удельная внутренняя энергия, E — полная энергия, C — концентрация водорода в смеси, $\mu_\varepsilon =$

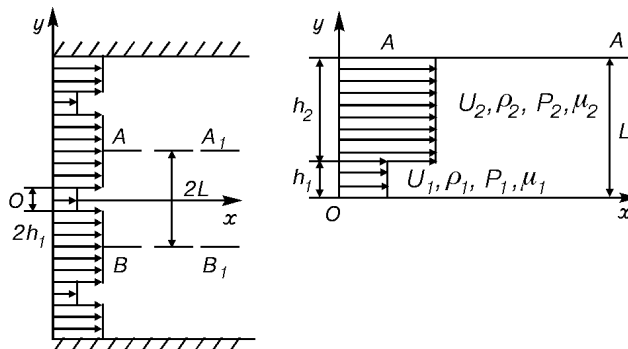


Рис. 1. Схема течения.

$= \left(\frac{\mu}{\text{Re}} + \mu_t \right)$, μ_t — коэффициент вихревой турбулентной вязкости, Re , Pr , Sc — числа Рейнольдса, Прандтля и Шмидта, Pr_t , Sc_t — турбулентные аналоги чисел Прандтля, Шмидта ($\text{Pr}_t, \text{Sc}_t = 0,9$), $\vec{F}, \vec{G}, \vec{S}$ — векторы потока, x, y — продольная и поперечная координаты.

Все величины, входящие в уравнения (1), являются безразмерными. В качестве масштабов были выбраны скорость U_1 , плотность ρ_1 и высота h_1 (координаты x, y отнесены к h_1 , компоненты скорости u и v — к U_1 , давление p — к $\rho_1 U_1^2$, плотность ρ — к ρ_1 , удельная внутренняя энергия e — к U_1^2 , турбулентная вязкость μ_t — к $\rho_1 U_1 h_1$).

Уравнение состояния совершенного газа записывается в виде

$$p = \rho R T, \quad (2)$$

где $R = R_0 \sum_i C_i / m_i$, m_i — молекулярная масса i -го компонента смеси, R_0 — универсальная газовая постоянная.

Полная энергия

$$\rho E = \rho \left(e + \frac{u^2 + v^2}{2} \right). \quad (3)$$

Динамический коэффициент вязкости является функцией температуры:

$$\mu = T^{1/2}.$$

Для вычисления теплофизических свойств водородно-воздушной смеси использовалась формула Уилке [7]. Удельная теплоемкость смеси при постоянном объеме находилась как $c_v = \sum_i C_i c_{vi}$.

Коэффициент турбулентной динамической вязкости μ_t определялся двумя следующими способами.

1) По модели Болдуина — Ломакса [8]

$$\mu_t = 0,0168 \rho_0 V_0 L_0. \quad (4)$$

В исходной модели V_0 находится как наименьшее из величин F_m и $0,25 q_d^2 / F_m$. Здесь $F_m = \max(\omega |l_\omega / k)$, $q_d = (\sqrt{u^2 + v^2})_{\max} - (\sqrt{u^2 + v^2})_{\min}$, где $\omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$, l_ω — длина пути смещения, k — константа Кармана ($k = 0,41$).

В неавтономных струйных течениях для определения l_ω рекомендуется выражение [9]: $l_\omega = \frac{u_{\max} - u_{\min}}{(\partial u / \partial y)_{\max}}$. В соответствии с выражением l_ω интегральный масштаб турбулентности L_0 в исходной модели приняли равным $L_0 = 1,61 l_\omega$.

2) По двухпараметрической $k - \varepsilon$ -модели турбулентности [10]

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon} f(M), \quad (5)$$

где функция $f(M)$ учитывает сжимаемость течения, $f(M) = 1$ при $M < 1$, $f(M) = 1/M$ при $M > 1$ (M — число Маха). Применение этой модели в сверхзвуковых течениях показано в работах [1, 11].

Кинетическая энергия турбулентности k и скорость ее диссипации находятся из уравнения [10]

$$\rho u \frac{\partial k}{\partial x} + \rho v \frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_t \frac{\partial k}{\partial y} \right) + \mu_t \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - \rho \varepsilon, \quad (6)$$

$$\rho u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu_t}{\sigma} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) + C_1 \mu_t \frac{\varepsilon}{k} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - C_2 \frac{\rho \varepsilon^2}{k}. \quad (7)$$

Константы модели принимают значения: $C_\mu = 0,09$, $C_1 = 1,43$, $C_2 = 1,92$, $\sigma = 1,3$.

Система уравнений (1) – (7) интегрировалась при следующих граничных условиях:

а) в начальном сечении при $x = 0$
в струе

$$u = 1, v = 0, \rho = 1, e = \frac{C_{v1}}{M_1^2 R_1 \gamma}, C = C_0, k = C_k u_1^2, \varepsilon = C_\varepsilon \frac{k^{3/2}}{l_\varepsilon},$$

в потоке

$$u = \frac{M_2}{M_1} \sqrt{\frac{R_2 T_2}{R_1 T_1}}, v = 0, \rho = \frac{T_1 R_1}{n T_2 R_2}, e = \frac{C_{v2} T_2}{M_1^2 T_1 R_1 \gamma}, C = 0, k = C_k u_2^2,$$

$$\varepsilon = C_\varepsilon \frac{k^{3/2}}{l_\varepsilon}; \quad (8)$$

б) при $x > 0$ ($y = 0, y = L$) задаются условия симметрии

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial \rho}{\partial y} = \frac{\partial e}{\partial y} = \frac{\partial C}{\partial y} = \frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = 0, v = 0, \quad (9)$$

здесь γ — показатель адиабаты. Система уравнения (1) – (9) решается численным методом.

Аппроксимация $\partial \vec{G} / \partial y$ конвективных членов с градиентом давления в направлении оси OY производилась с учетом знака собственных значений матрицы Якоби $B = \partial \vec{G} / \partial \vec{U}$ вектора \vec{G} с использованием схемы Стегера — Уорминга [12]. Вязкие члены аппроксимировались центральной разностью. Предположение о сверхзвуковом течении в направлении оси OX приводит к положительности собственных значений матрицы Якоби $A = \partial \vec{F} / \partial \vec{U}$, что позволяет использовать маршевую методику решения по продольной координате. Конечно-разностные аналоги системы (1) решаются релаксационным методом матричной прогонки [13]. Для апробации численного метода решения ПУНС были рассмотрены тестовые задачи: а) развитие плоской сверхзвуковой недорасширенной струи идеального газа в спутном сверхзвуковом потоке, б) расчет изобарической сверхзвуковой струи вязкого газа в спутном сверхзвуковом потоке. Расчетные данные сопоставлены с аналитическим ре-

шением Бай-Ши-и [14], расчетом по методу характеристик [3] и сквозного счета [5]. Результаты тестовых расчетов показывают, что используемая схема расщепления векторов потока, как и метод характеристик, отслеживает волны возмущения, устойчива при сильных разрывах скорости, давления в начальном сечении течения [15], однако в силу монотонности несколько размывает скачок уплотнения. При малых степенях нерасчетности ($n = p_1/p_2$) и спутности ($m = M_2/M_1$) данные находятся в хорошем согласии с расчетом [5] и аналитическим решением Бай-ши-и в случае расчетного режима истечения струй [15].

Для изучения влияния схемной вязкости были проведены методические расчеты с воздушной струей при одних и тех же значениях режимных параметров ($n = 10$, $M_1 = 2$, $M_2 = 6$, $T_1 = T_2 = 500$ К) на основе модели идеального газа и на базе модели вязкого газа с числом $Re = 10^6$.

Как показывают расчетные данные, картины изобар моделей идеального и вязкого газов практически не различаются. При $Re = 10^6$ сила вязкого взаимодействия мала и влияние схемной вязкости будет одинаково в струе как идеального, так и вязкого газа. На скачках уплотнения происходит диссипация кинетической энергии в тепловую, что приводит к выравниванию поля давления. В обоих случаях волновые структуры одинаковы. Все это показывает, что при изучении внутренней структуры течения в газодинамическом участке по сравнению с действием турбулентных напряжений действием схемной вязкости можно пренебречь.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТА

К основным режимным параметрам течения относились степень нерасчетности $n = p_1/p_2$, числа Маха струи M_1 и потока M_2 , массовая концентрация водорода в струе C_0 , температуры струи T_1 и потока T_2 , отношение ширины потока L к высоте струи h_1 ($g = L/h_1$). В расчетах с привлечением алгебраической и двухпараметрической $k - \varepsilon$ -модели турбулентности были получены подробные поля давления, плотности, температуры, скорости и концентрации. На рис. 2 представлены некоторые результаты расчета взаимодействия сверхзвуковой воздушной струи со спутным потоком воздуха при следующих режимных параметрах: $M_1 = 2$, $M_2 = 6$, $n = 10$, $T_1 = 500$ К, $T_2 = 500$ К, $g = 8$.

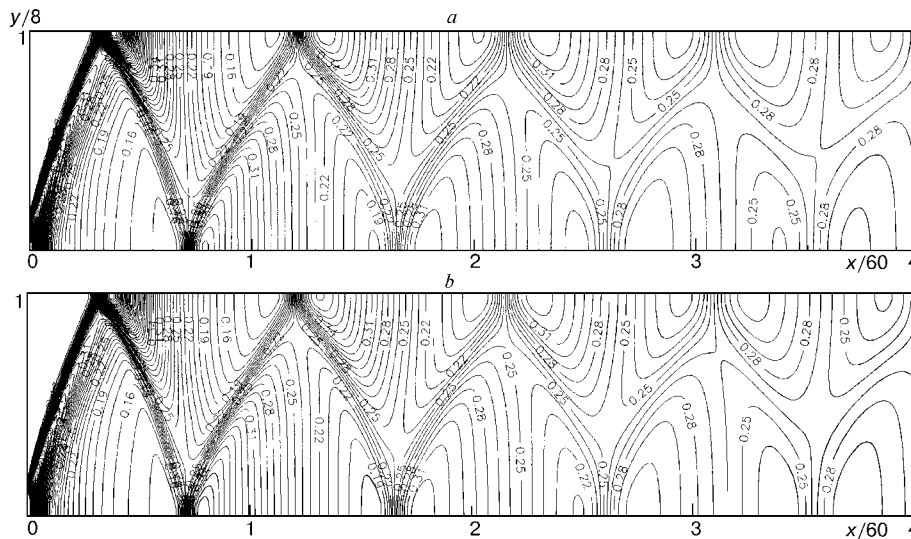


Рис. 2. Изобары на газодинамическом участке течения, полученные на основе модели Болдуина — Ломакса (а) и двухпараметрической модели турбулентности (b).

Изобары на верхнем рисунке получены с помощью модели Болдуина — Ломакса, а на нижнем — $k - \epsilon$ -модели турбулентности. Как видно, изобары показывают структуру газодинамического участка, области разрежения и сжатия, взаимодействия волн возмущения с образованием ударных волн, их отражения от осевой и граничной плоскости течения. Изобары на обоих рисунках (a , b) при качественном хорошем согласии имеют количественные различия, вызванные изменением коэффициента вихревой вязкости μ_t . Расчетные данные μ_t , полученные на основе модели Болдуина — Ломакса, несколько занижены, хотя картина их распределения качественно не отличается от изолиний μ_t , найденных с помощью $k - \epsilon$ -модели (рис. 3, a). Обе модели показывают сгущение изолиний μ_t непосредственно за скачком уплотнения и разрежение их в областях снижения давления. Изолинии μ_t коррелируют с распределением изобар. Значения μ_t , вычисленные по обеим моделям, различаются, причем наибольшая величина по $k - \epsilon$ -модели равнялась 0,00071 и в 1,42 раза превышала соответствующее значение μ_t , найденное на основе модели Болдуина — Ломакса. Однако это обстоятельство не оказывает существенного влияния на распределение давления. Волновые структуры, полученные по обеим моделям, мало отличаются друг от друга (см. рис. 2).

Величина μ_t , вызывая интенсивное тепловыделение на ударных волнах, приводит к росту мощности волн возмущения. Изотермы, представленные на рис. 3, b , показывают повышение температуры на скачках уплотнения, при этом сгущение изотерм происходит непосредственно за ударными волнами и значения температур в этих областях превышают начальную температуры струи и потока.

На начальном участке течения под действием больших поперечных градиентов давления усиливается поперечный перенос массы, приводящий как к ускорению процесса смешения, так и к более быстрому выравниванию поля статического давления. Изотахи продольной компоненты скорости, представленные на рис. 4, a , наглядно иллюстрируют картину развития струи в потоке. Нетрудно заметить, что изотахи продольной компоненты скорости в соответствии с распределением давления имеют волнообразный характер.

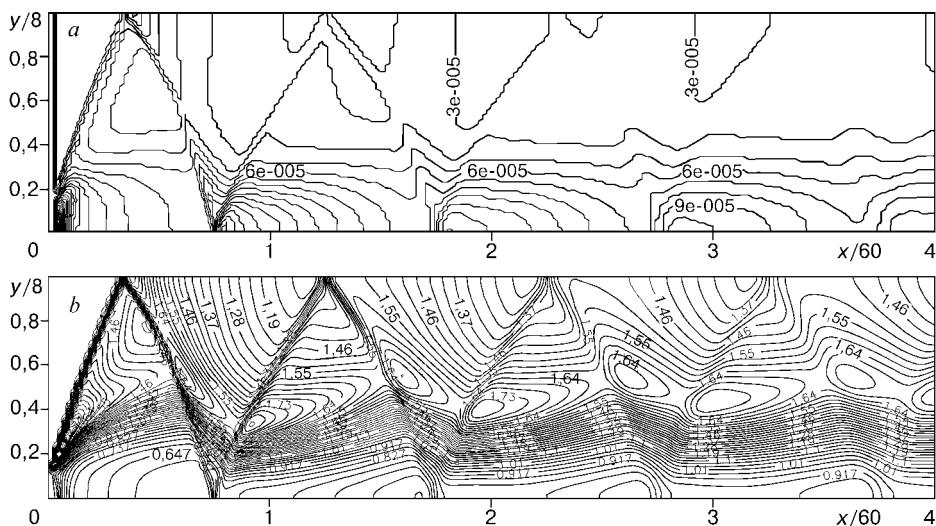


Рис. 3. Изолинии коэффициента динамической турбулентной вязкости (a) и температуры (b) на газодинамическом участке течения.

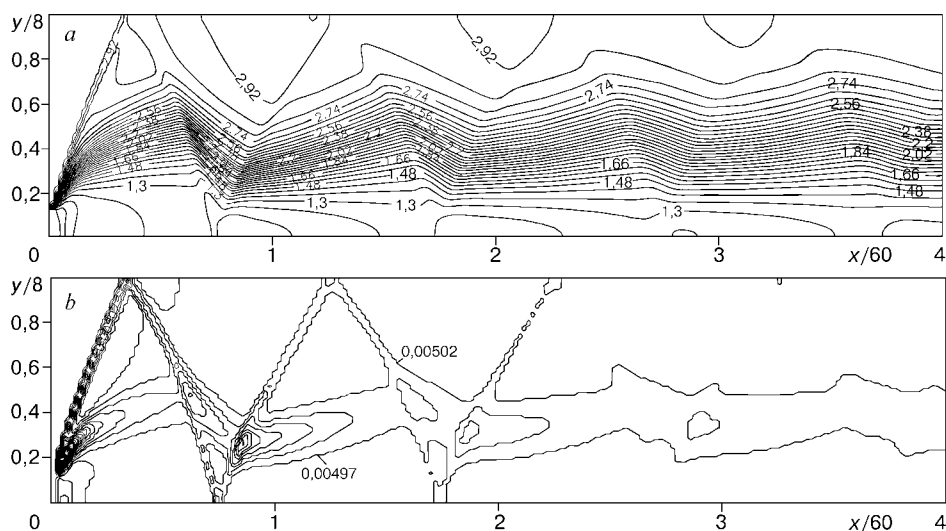


Рис. 4. Изоахи продольной скорости (а) и изолинии кинетической энергии турбулентности (б) на газодинамическом участке течения.

В численных расчетах были найдены изменения кинетической энергии турбулентности k в зависимости от режимных параметров течения. На рис. 4, б приведены изолинии кинетической энергии турбулентности k при тех же режимных параметрах, что и на рис. 2. Как видно, присоединенный скачок уплотнения приводит к сильному порождению кинетической энергии турбулентности k . В области разрежения (ускорение потока) происходит подавление кинетической энергии турбулентности. Система скачков уплотнения вызывает возбуждение кинетической энергии турбулентности, наблюдаемое в виде ячеистых структур (см. рис. 4, б), и этот процесс продолжается по длине газодинамического участка до тех пор, пока диссипация кинетической энергии из-за турбулентного взаимодействия струи с потоком не приводит к выравниванию поля давления.

Различие температуры струи и потока ($M_1 = 2$, $M_2 = 6$, $n = 10$, $T_1 = 500$ К, $T_2 = 1500$ К, $g = 8$) влияет на мощность волн возмущения. Увеличение скорости взаимодействия волн возмущения приводит к частому расположению волновых структур, что сказывается и на поле кинетической энергии турбулентности (рис. 5, б). Ячеистые структуры кинетической энергии турбулентности по сравнению с предыдущим случаем расположены чаще (см. рис. 5, б).

Небольшое содержание водорода в струе ($M_1 = 2$, $M_2 = 6$, $T_1 = T_2 = 500$ К, $n = 10$, $g = 8$, $C_0 = 0,1$) вызывает снижение интенсивности волн возмущения и, уменьшая порождение энергии пульсационного движения, приводит к локализации диссипативных структур в поле кинетической энергии турбулентности (рис. 6, б).

В расчетах было показано, что увеличение g снижает мощность волн возмущения и тем самым обуславливает вырождение диссипативных ячеистых структур в поле кинетической энергии турбулентности.

В заключение можно сделать следующие выводы.

1. Решение системы параболизированных уравнений Навье — Стокса методом расщепления векторов потока позволяет получить подробные данные о структуре газодинамического участка системы сверхзвуковых спутных струй в широком диапазоне изменения параметров нерасчетности и спутности.

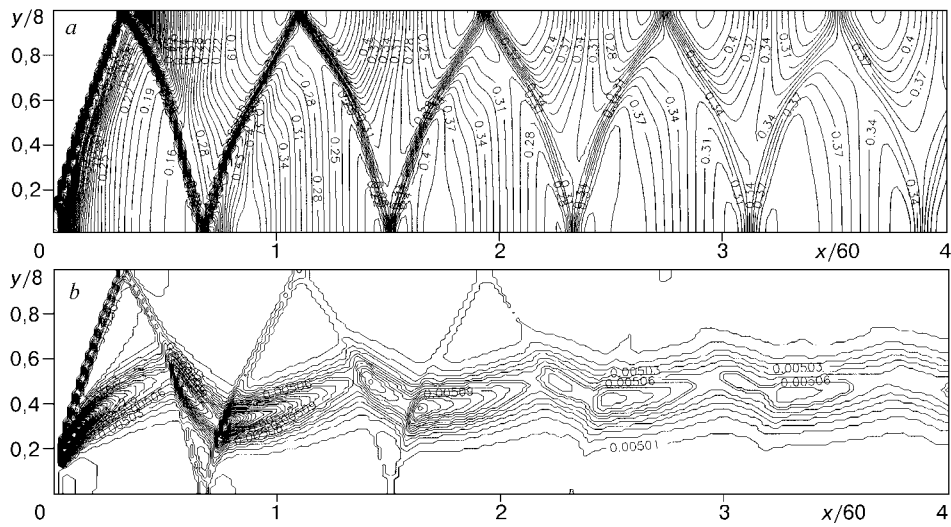


Рис. 5. Изобары (а) и изолинии кинетической энергии турбулентности (b) на газодинамическом участке течения.

2. Расчетные данные описывают волновую картину газодинамического участка с наличием областей разрежения и сжатия, взаимодействия волн возмущения с образованием ударных волн.

3. Показано возникновение диссипативных ячеистых структур в поле кинетической энергии турбулентности, вызванное порождением кинетической энергии турбулентности системой скачков уплотнения на газодинамическом участке сверхзвуковых струй в спутном сверхзвуковом потоке.

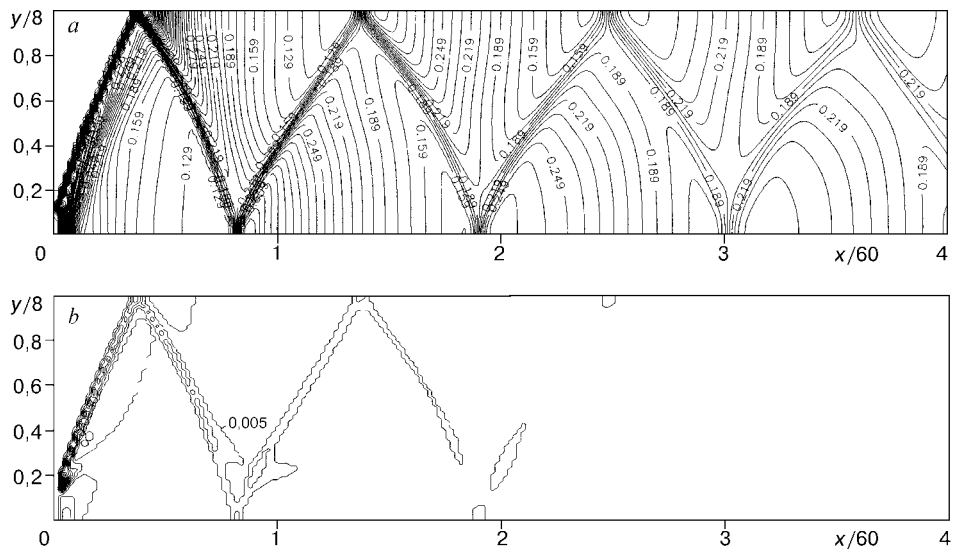


Рис. 6. Изобары (а) и изолинии кинетической энергии турбулентности (b) на газодинамическом участке течения при содержании водорода в струе $C_0 = 0,1$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Баев В.К., Головичев В.И., Третьяков П.К. и др.** Горение в сверхзвуковом потоке. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1984.
2. **Авдеевский В.С., Ашратов Э.А., Иванов А.В., Пирумов У.Г.** Газодинамика сверхзвуковых неизобарических струй. — М.: Машиностроение, 1989.
3. **Аверенкова Г.И., Ашратов Э.А., Волконская Т.Г. и др.** Сверхзвуковые струи идеального газа. Ч. 1 // Тр. ВЦ МГУ, 1970.
4. **Копченков В.И.** Метод численного решения задачи о распространении сверхзвуковой недорасширенной турбулентной струи в спутном сверхзвуковом потоке // Уч. зап. ЦАГИ. — 1980. — Т. 11, № 4.
5. **Иванов М.Я., Крайко А.Н.** К численному решению задачи о нерасчетном истечении сверхзвуковой струи вязкого газа в спутный сверхзвуковой поток // Численные методы механики сплошной среды. Т. 6, № 2. — Новосибирск, 1975.
6. **Ковалев Б.Д., Мышенков В.И.** Расчет сверхзвуковой струи, истекающей в спутный поток // Уч. зап. ЦАГИ. — 1978. — Т. 9, № 13.
7. **Рид Р., Праусниц Дж., Шервуд Т.** Свойства газов и жидкостей. — Л.: Химия, 1982.
8. **Baldwin B.S., Lomax H.** Thin Layer Approximations and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows. — AIAA Paper 78-257, 1978.
9. **Крашенинников С.Ю.** К расчету осесимметричных закрученных и незакрученных турбулентных струй // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1972. — № 3.
10. **Launder B., Morse A., Rodi W., Spalding D.B.** Prediction of free shear flows—a comparison of the performance of six turbulence models. — Free Turbulent Shear Flows. — NASA SP-321, 1971.
11. **Синха Н., Дэш С.М.** Расчеты сверхзвуковых течений в каналах при наличии горения, выполняемые посредством решения параболизированных уравнений Навье — Стокса // Аэрокосмическая техника. — 1988. — № 7.
12. **Steger J.L., Warming R.F.** Flux vector splitting of the inviscid gas dynamics equations with application to finite difference methods // J. Comput. Phys. — 1981. — Vol. 40. — P. 263.
13. **Томас Дж.Л., Уолтерс Р.У.** Релаксационные схемы с разностями против потока для уравнений Навье — Стокса // Аэрокосмическая техника. — 1988. — № 2.
14. **Бай-Ши-и.** Теория струй. — М.: Физматгиз, 1960.
15. **Султангазин У.М., Ершин Ш.А., Жапбасбаев У.К.** Волновая структура при расчетном режиме истечения системы плоских сверхзвуковых спутных струй // Вестн. АН КазССР. — 1990. — № 11.

*Статья поступила в редакцию в декабре 1997 г.,
в доработанном виде — 15 апреля 1998 г.*