

УДК 539.3

## УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ ПРИ СЛОЖНОМ НАГРУЖЕНИИ

И. А. Волков, Л. А. Игумнов\*, Д. А. Казаков\*,  
Д. Н. Шишулин\*\*, И. С. Тарасов

Волжский государственный университет водного транспорта,  
603950 Нижний Новгород, Россия

\* Научно-исследовательский институт механики Национального исследовательского  
Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского,  
603022 Нижний Новгород, Россия

\*\* Нижегородский государственный технический университет им. Р. Е. Алексеева,  
603950 Нижний Новгород, Россия  
E-mails: pmptmvgavt@yandex.ru, igumnov@mech.unn.ru, kazakov@mech.unn.ru,  
shisha-ne@rambler.ru, ivansptm@yandex.ru

Предложена математическая модель, описывающая процессы нестационарной ползучести металлов при сложном нагружении. Приводятся результаты численного моделирования процесса ползучести стали марки Ст.304 при сложных режимах блочного многоосного циклического деформирования. Полученные результаты численных расчетов сравниваются с данными натурных экспериментов. Проводится моделирование ползучести при сложных процессах деформирования, сопровождающихся вращением главных площадок тензоров напряжений, деформаций и деформаций ползучести.

Ключевые слова: нестационарная ползучесть, математическое моделирование, сложное нагружение, поверхность ползучести, материальные параметры, численный и натурный эксперименты.

DOI: 10.15372/PMTF20180320

**Введение.** Требования, предъявляемые к надежности работы конструктивных элементов важных инженерных объектов, срок службы которых составляет несколько десятков лет, обуславливают необходимость исследования длительной прочности материала, разработки теоретических методов расчета выработанных и остаточных ресурсов материалов и конструкций. Для решения этих проблем проводятся теоретические и экспериментальные исследования процесса ползучести на всех его стадиях и процесса накопления повреждений в материале конструкции в зонах с интенсивной ползучестью [1, 2].

Экспериментальному изучению ползучести материалов при нормальных и повышенных температурах посвящено большое количество работ (см. работы [3–6] и библиографию к ним). В основном эти исследования проводились для случая одноосного напряженного состояния при постоянной или переменной нагрузке. Особенности деформации ползучести являются ее практически полная необратимость и сильная нелинейность зависимости скорости ползучести от действующего напряжения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 16-19-10237).

© Волков И. А., Игумнов Л. А., Казаков Д. А., Шишулин Д. Н., Тарасов И. С., 2018

Анализ экспериментальных данных о процессе ползучести при меняющейся знакопеременной нагрузке позволяет сделать следующие основные выводы [3, 4]:

- при увеличении температуры скорость ползучести, как правило, возрастает;
- при резком увеличении напряжения сначала наблюдается резкое увеличение скорости ползучести (скорость ползучести соизмерима со скоростью на начальном участке кривой ползучести), затем — ее уменьшение, при этом кривая ползучести асимптотически приближается к кривой, соответствующей большему значению напряжения; если по истечении некоторого промежутка времени напряжение меняет знак на противоположный, то сначала также наблюдается резкое увеличение скорости ползучести, в дальнейшем характер кривой ползучести определяется упрочнением материала;
- циклическое нагружение всегда приводит к увеличению скорости деформации ползучести;
- характер изменения скорости деформации оказывает существенное влияние на процесс деформирования материала.

На основе анализа большого количества экспериментальных данных выявлены следующие особенности процесса ползучести материала при скачкообразно меняющемся напряжении [1, 3, 5]:

- “преемственность” процесса ползучести (ползучесть образца, имеющего некоторую остаточную деформацию, тем интенсивнее, чем меньше напряжение, при котором достигается эта деформация);
- отсутствие закона коммутативности Одквиста для конечных деформаций ползучести.

Экспериментальное исследование процесса ползучести при сложном напряженном состоянии обычно проводится при испытаниях пластин на сдвиг и растяжение, при нагружении труб внутренним давлением, изгибе стержней с одновременным растяжением или кручением и т. д. Экспериментально установлено, что в случае изотропных однородных материалов ползучесть представляет собой процесс накопления в основном сдвиговых деформаций. Это позволило сделать следующие выводы [6]: изменение гидростатического давления не влияет на ползучесть; скорости главных деформаций пропорциональны главным сдвиговым напряжениям; эффективная скорость деформации связана с эффективным напряжением той же зависимостью, что и в случае одноосного растяжения.

Закономерности процесса ползучести при сложном напряженном состоянии и переменных температурах исследованы недостаточно. В работе [7] приведены результаты экспериментов, в которых исследовалась кратковременная ползучесть алюминиевого сплава при двухосном напряженном состоянии и резких изменениях температуры и напряженного состояния, при построении определяющих соотношений использовалось понятие поверхности ползучести, аналогичной поверхности текучести в теории пластичности, при этом положение и форма поверхности ползучести зависели от деформации ползучести. В данном случае термин “поверхность ползучести” используется для описания геометрического места напряженных состояний, для которых по истечении определенного промежутка времени эквивалентные скорости деформации равны  $\dot{\epsilon}_u = \sqrt{\dot{\epsilon}_{ij}\dot{\epsilon}_{ij}} = \text{const}$ . В работе [7] обнаружена зависимость направления скорости деформации  $\dot{\epsilon}_{ij}$  от времени, которая, по мнению авторов, обусловлена влиянием обратимой вязкоупругой деформации. При этом асимптотическое направление вектора  $\dot{\epsilon}_{ij}$  совпадало с нормалью к поверхности ползучести. При изучении поведения поверхностей ползучести во времени обнаружен эффект, аналогичный эффекту Баушингера в теории пластичности: при изменении направления кручения с сохранением постоянного напряжения сдвига возникала первая стадия ползучести, на которой деформация больше, чем при начальном направлении кручения.

В общем случае деформация ползучести в явном виде зависит от действующего напряжения, времени процесса и температуры [3]. Для описания стандартных кривых ползучести предложено большое количество упрощенных одномерных определяющих соотношений [3]. Данный класс математических моделей ползучести получил название моделей временного упрочнения.

Известные модели временного упрочнения применимы только в случае постоянных напряжений и приближенно описывают первую и вторую стадии ползучести.

В случае переменных напряжений при построении определяющих соотношений учитывается зависимость процесса ползучести от скорости нагружения [3]. В ряде работ предлагаются модели, в определяющих соотношениях которых содержатся “скрытые”, или “внутренние” параметры. Такие модели позволяют описать поведение материалов в широком диапазоне параметров процесса ползучести. В частности, в этих соотношениях можно учесть склерономную пластичность и ползучесть [8–13].

Для моделирования процесса ползучести при сложном нагружении необходимо задать законы изменения параметров состояния. Предполагается, что эти изменения определяются двумя механизмами: упрочнением и разупрочнением. Данный подход аналогичен подходу, используемому в математической теории пластичности (теории течения) [1].

В настоящей работе на основе результатов работ [1, 8–14] предлагается математическая модель нестационарной ползучести при сложном нагружении. На основе результатов сравнения экспериментальных и расчетных данных о ползучести нержавеющей стали марки Ст.304 при блочном циклическом многоосном нагружении [15] проводится оценка достоверности предложенных определяющих соотношений нестационарной ползучести при сложном нагружении. Выполняется анализ различных вариантов соотношений предлагаемой математической модели нестационарной ползучести.

**1. Определяющие соотношения нестационарной ползучести.** Определяющие уравнения нестационарной ползучести основаны на следующих положениях [1, 13, 14]:

- рассматриваются изначально изотропные среды;
- компоненты тензора малых деформаций  $e_{ij}$  и соответствующие им компоненты тензора скоростей деформаций  $\dot{e}_{ij}$  представляют собой сумму компонент упругих деформаций  $e_{ij}^e$ ,  $\dot{e}_{ij}^e$ , пластических деформаций  $e_{ij}^p$ ,  $\dot{e}_{ij}^p$  и деформаций ползучести  $e_{ij}^c$ ,  $\dot{e}_{ij}^c$ ;
- эволюция эквипотенциальных поверхностей ползучести определяется изменением их радиусов  $C_c$  и перемещением их центров  $\rho_{ij}^c$ ;
- изменение объема элемента тела определяется упругими деформациями:  $e_{ii}^p = e_{ii}^c = 0$ .

Связь между компонентами тензора напряжений и компонентами тензора упругих деформаций устанавливается с помощью уравнений термоупругости:

$$\begin{aligned} \sigma &= 3K(e - \alpha T), & \dot{\sigma} &= 3K(\dot{e} - \dot{\alpha}T - \alpha\dot{T}) + (\dot{K}/K)\sigma, \\ \sigma'_{ij} &= 2Ge'_{ij}, & \dot{\sigma}'_{ij} &= 2G\dot{e}'_{ij} + (\dot{G}/G)\sigma'_{ij}, & e'_{ij} &= e'_{ij} - e^p_{ij} - e^c_{ij}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $\sigma$ ,  $e$  и  $\sigma'_{ij}$ ,  $e'_{ij}$  — шаровые и девиаторные компоненты тензоров напряжений  $\sigma_{ij}$  и деформаций  $e_{ij}$  соответственно;  $G(T)$  — модуль сдвига;  $K(T)$  — объемный модуль упругости;  $\alpha(T)$  — коэффициент температурного расширения материала.

Для описания процессов ползучести в пространстве напряжений вводятся эквипотенциальные поверхности ползучести  $F_c$ , имеющие общий центр  $\rho_{ij}^c$  и различные радиусы  $C_c$ , определяемые текущим напряженным состоянием:

$$F_c^{(i)} = S_{ij}^c S_{ij}^c - C_c^2 = 0, \quad S_{ij}^c = \sigma'_{ij} - \rho_{ij}^c, \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

В соответствии с ассоциированным законом

$$\dot{e}_{ij}^c = \lambda_c \frac{\partial F_c^{(i)}}{\partial S_{ij}^c} = \lambda_c S_{ij}^c \quad (3)$$

(множитель  $\lambda_c$  соответствует текущей поверхности  $F_c^{(i)}$ , определяющей текущее напряженное состояние  $S_{ij}^c$ ).

Среди эквипотенциальных поверхностей можно выделить поверхность радиусом  $C_c^*$ , соответствующую нулевой скорости ползучести:

$$F_c^{(0)} = S_{ij}^{c*} S_{ij}^{c*} - C_c^{*2} = 0, \quad S_{ij}^{c*} = \sigma_{ij}' - \rho_{ij}^c. \quad (4)$$

Здесь  $S_{ij}^{c*}$ ,  $\sigma_{ij}'$  — совокупность напряженных состояний, соответствующих (с определенным допуском) нулевой скорости ползучести [1, 13].

Будем полагать, что имеют место зависимости

$$C_c^* = C_c^*(\chi_c, T), \quad \dot{\chi}_c = \left( \frac{2}{3} \dot{e}_{ij}^c, \dot{e}_{ij}^c \right)^{1/2}, \quad \chi_c = \int_0^t \dot{\chi}^c dt, \quad \lambda_c = \lambda_c(\psi_c, T),$$

$$\psi_c = \frac{(S_{ij}^c S_{ij}^c)^{1/2} - C_c^*}{C_c}, \quad \lambda_c = \begin{cases} 0, & \psi_c \leq 0, \\ \lambda_c, & \psi_c > 0, \end{cases} \quad (5)$$

где  $C_c^*$ ,  $\lambda_c$  — экспериментально определяемые функции температуры  $T$ .

Эволюционное уравнение для изменения координат центра поверхности ползучести принимается в виде [1, 13]

$$\dot{\rho}_{ij}^c = g_1^c \dot{e}_{ij}^c - g_2^c \rho_{ij}^c \dot{\chi}_c, \quad (6)$$

где  $g_1^c > 0$  и  $g_2^c > 0$  — экспериментально определяемые материальные параметры.

Таким образом, соотношение (3) (закон градиентальности) можно представить в виде

$$\dot{e}_{ij}^c = \lambda_c(\psi_c, T) S_{ij}^c = \lambda_c \psi_c S_{ij}^c = \lambda_c \frac{\sqrt{S_{ij}^c S_{ij}^c} - C_c^*}{C_c} S_{ij}^c. \quad (7)$$

Тогда выражение для  $\lambda_c$  можно записать в виде

$$\lambda_c = \frac{\dot{\chi}_c}{\sqrt{2/3} (\sqrt{S_{ij}^c S_{ij}^c} - C_c^*)}. \quad (8)$$

Зависимость  $\chi_c$  от времени процесса  $t$  при многоосном деформировании по лучевой траектории приведена на рис. 1.

В случае одноосного напряженного состояния имеем

$$\dot{\chi}_c = \dot{e}_{11}^c, \quad C_c^* = \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_c^*, \quad \sqrt{S_{ij}^c S_{ij}^c} - C_c^* = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( \sigma_{11}' - \frac{3}{2} \rho_{11}^c - \sigma_c^* \right); \quad (9)$$

$$\dot{e}_{11}^c = \frac{2}{3} \lambda_c \left( \sigma_{11}' - \frac{3}{2} \rho_{11}^c - \sigma_c^* \right), \quad \dot{\chi}_c = \dot{e}_{11}^c, \quad \chi_c^{(1)} = e_{11}^{c(1)}, \quad \chi_c^{(2)} = e_{11}^{c(2)}, \quad \chi_c^{(3)} = e_{11}^{c(3)} \quad (10)$$

( $\sigma_c^* = \sigma_c^*(e_{11}^c, T)$  — предел ползучести материала, соответствующий нулевой скорости ползучести) и диаграмма  $\chi_c \sim t$  эквивалентна диаграмме  $e_{11}^c \sim t$ .

На втором участке ( $e_{11}^{c(1)} \leq e_{11}^c \leq e_{11}^{c(2)}$ ) величина  $\lambda_c$  определяется из соотношения (9) (см. рис. 1):

$$\lambda_c^{\text{II}} = \frac{3}{2} \frac{\dot{e}_{11}^{c(1)}}{\sigma_{11}' - 3\rho_{11}^c/2 - \sigma_c^*}. \quad (11)$$

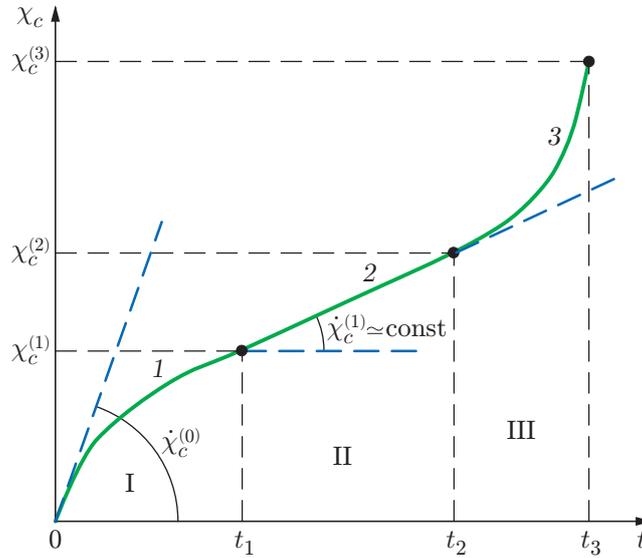


Рис. 1. Кривая ползучести при многоосном деформировании по лучевым траекториям:

I, II, III — первая, вторая, третья стадии процесса ползучести; 1 —  $0 < \chi_c < \chi_c^{(1)}$ , 2 —  $\chi_c^{(1)} < \chi_c < \chi_c^{(2)}$ , 3 —  $\chi_c > \chi_c^{(2)}$

На первом участке ( $0 \leq e_{11}^c \leq e_{11}^{c(1)}$ )

$$\lambda_c^I = \lambda_c^{(0)} \left( 1 - \frac{e_{11}^c}{e_{11}^{c(1)}} \right) + \lambda_c^{(1)} \frac{e_{11}^c}{e_{11}^{c(1)}}, \quad (12)$$

где  $\lambda_c^{(0)} = (3/2)\dot{e}_{11}^{c(0)}/(\sigma'_{11} - \sigma_c^*)$ ,  $\lambda_c^{(1)} = (3/2)\dot{e}_{11}^{c(1)}/(\sigma'_{11} - 3\rho_{11}^c/2 - \sigma_c^*)$  — значения параметра  $\lambda_c$  в начальной и конечной точках первого участка кривой ползучести материала (см. рис. 1).

На третьем участке ( $e_{11}^{c(2)} < e_{11}^c \leq e_{11}^{c(3)}$ ), предшествующем разрушению:

$$\lambda_c^{III} = \lambda_c^{II}/(1 - \omega)^{r_c}, \quad (13)$$

где  $\omega$  — величина поврежденности;  $r_c$  — параметр материала [1].

Обобщая полученные соотношения на неодномерный случай, имеем

$$\lambda_c = \begin{cases} 0, & \psi_c \leq 0, \quad \chi_c = 0, \\ \lambda_c^I, & 0 \leq \chi_c \leq \chi_c^{(1)}, \\ \lambda_c^{II}, & \chi_c^{(1)} \leq \chi_c \leq \chi_c^{(2)}, \\ \lambda_c^{III}, & \chi_c^{(2)} \leq \chi_c \leq \chi_c^{(3)}. \end{cases} \quad (14)$$

Уравнения (1)–(14) описывают участки кривой неустановившейся и установившейся ползучести при разных уровнях напряжений и основные закономерности процесса ползучести при сложном нагружении.

При отсутствии необходимой экспериментальной информации определение материальных параметров, содержащихся в определяющих соотношениях (1)–(14), практически невозможно, поэтому определяющие соотношения нестационарной ползучести при сложном нагружении были сформулированы в виде системы “вложенных” моделей. Из общих соотношений (1)–(14) можно получить частные соотношения нестационарной ползучести

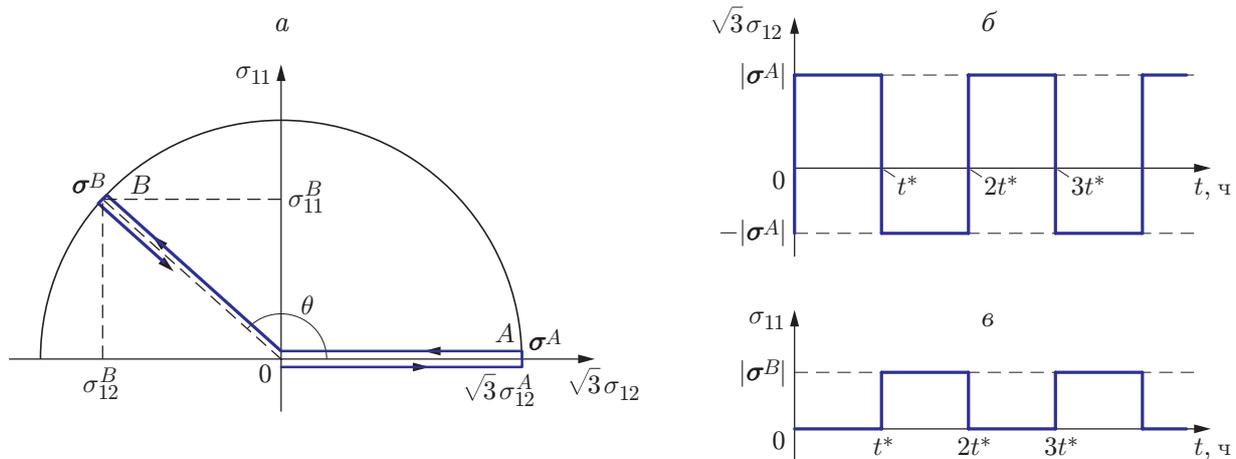


Рис. 2. Схема нагружения образца во времени:

*a* — путь нагружения в пространстве напряжений, *б* — зависимость напряжения сдвига от времени, *в* — зависимость растягивающего напряжения от времени

при сложном нагружении. При  $g_1^c = g_2^c = 0$  соотношения соответствуют изотропному нелинейному упрочнению, при  $g_1^c = \text{const}$ ,  $g_2^c = 0$  — изотропному и линейному кинематическому упрочнению, при  $C_c^* = \text{const}$ ,  $g_1^c = g_2^c \neq 0$  — нелинейному кинематическому упрочнению.

**2. Результаты численных расчетов.** В работе [15] представлены результаты испытаний на ползучесть трубчатых лабораторных образцов из нержавеющей стали марки Ст.304 при многоосном напряженном состоянии. Испытания проводились при температуре  $T = 650$  °С при периодическом чередовании двух видов напряженного состояния с различными направлениями главных осей тензора напряжений.

Эксперименты выполнялись по схеме “мягкого” нагружения. Предварительно образцы выдерживались при температуре  $T = 650$  °С в течение 22 ч. На рис. 2 представлена диаграмма нагружения образца во времени. Каждый цикл повторяющегося многоосного нагружения включает чистое кручение ( $\sigma^A$ ) в течение  $t^*$  часов с последующей полной разгрузкой и растяжение с кручением ( $\sigma^B$ ) в течение  $t^*$  часов с последующей разгрузкой. Векторы  $\sigma^A$  и  $\sigma^B$  имеют равную величину в различных направлениях ( $\theta$  — угол между векторами (см. рис. 2)). Такой цикл нагружения повторяется пять раз при  $t^* = 8$  ч и значении  $|\sigma^A| = |\sigma^B| = 173,3$  МПа ( $|\sigma| = (\sigma_{11}^2 + 3\sigma_{12}^2)^{1/2}$ ), близком к пределу текучести стали марки Ст.304 при  $T = 650$  °С.

Материальные параметры и скалярные функции определяющих соотношений нестационарной ползучести (1)–(14) определены на основе разработанной экспериментально-теоретической методики [14] с использованием кривых ползучести стали марки Ст.304 при одноосном напряженном состоянии (растяжении и чистом кручении) для различных значений напряжений, приведенных в работе [15].

Физико-механические характеристики стали марки Ст.304 и материальные параметры модели нестационарной ползучести при температуре  $T = 650$  °С имели следующие значения:  $K = 124\,000$  МПа,  $G = 56\,500$  МПа,  $\alpha = 0,000\,0188$  1/град,  $g_1^c = 10\,000$  МПа,  $g_2^c = 470$ ,  $\chi_c^{(1)} = 0,003$ ,  $\chi_c^{(2)} = 0,025$ ,  $\lambda_c^{(0)} = 0,000\,03$  (МПа·с)<sup>-1</sup>,  $\lambda_c^{(1)} = 0,000\,012$  (МПа·с)<sup>-1</sup>. В таблице приведены значения радиуса поверхности ползучести при различных значениях длины траектории деформации.

На рис. 3–7 представлены экспериментальные и расчетные данные при  $\theta = 180, 150, 90, 30^\circ$ .

Значения радиуса поверхности ползучести  $C_c^*$  при температуре  $T = 650^\circ\text{C}$  и различных значениях длины траектории деформаций ползучести стали марки Ст.304

| $\chi_c$ | $C_c^*$ , МПа | $\chi_c$ | $C_c^*$ , МПа |
|----------|---------------|----------|---------------|
| 0        | 74,0          | 0,0040   | 81,0          |
| 0,0005   | 76,0          | 0,0050   | 81,3          |
| 0,0010   | 77,0          | 0,0100   | 81,6          |
| 0,0015   | 78,0          | 0,0200   | 81,6          |
| 0,0020   | 79,0          | 0,0300   | 81,6          |
| 0,0025   | 79,5          | 0,0400   | 81,6          |
| 0,0030   | 80,0          |          |               |

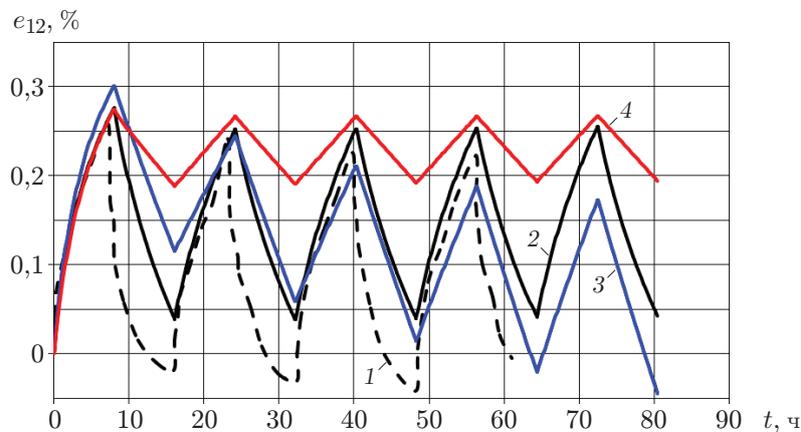


Рис. 3. Зависимость деформации ползучести от времени при знакопеременном кручении ( $\theta = 180^\circ$ ):

1 — экспериментальные данные, 2 — расчет по общим определяющим соотношениям нестационарной ползучести (1)–(14), 3, 4 — расчет по частным соотношениям (1)–(14) (3 — модель с линейным кинематическим упрочнением, 4 — модель с изотропным упрочнением)

На рис. 3 приведены экспериментальные данные для случая знакопеременного кручения при  $\theta = 180^\circ$ . Видно, что кривая ползучести после каждого изменения знака напряжения практически идентична кривой после начального нагружения, т. е. практически совпадает с кривыми ползучести для нержавеющей стали марки Ст.304 при  $T = 593^\circ\text{C}$  [15, 16]. Однако результаты расчетов, выполненных с использованием теории ползучести для материала с изотропным упрочнением (кривая 4) при  $\theta = 180^\circ$ , не позволяют описать стадию ползучести после изменения знака напряжений.

Модель нестационарной ползучести материала с линейным кинематическим упрочнением (кривая 3) позволяет получить результаты, достаточно хорошо согласующиеся с экспериментальными данными. Вместе с тем при первом изменении знака напряжений наблюдается различие экспериментальных и расчетных данных (рассчитываемая по модели с линейным кинематическим упрочнением амплитуда деформаций ползучести почти в два раза меньше экспериментальной). Кроме того, с увеличением числа циклов нагружения расчетная амплитуда деформаций ползучести уменьшается, что не согласуется с экспериментальными данными [15].

Общие соотношения теории нестационарной ползучести (1)–(14), учитывающие как изотропное, так и нелинейное кинематическое упрочнение, позволяют более точно описать экспериментальные результаты (кривая 2). После первого изменения знака напряжений

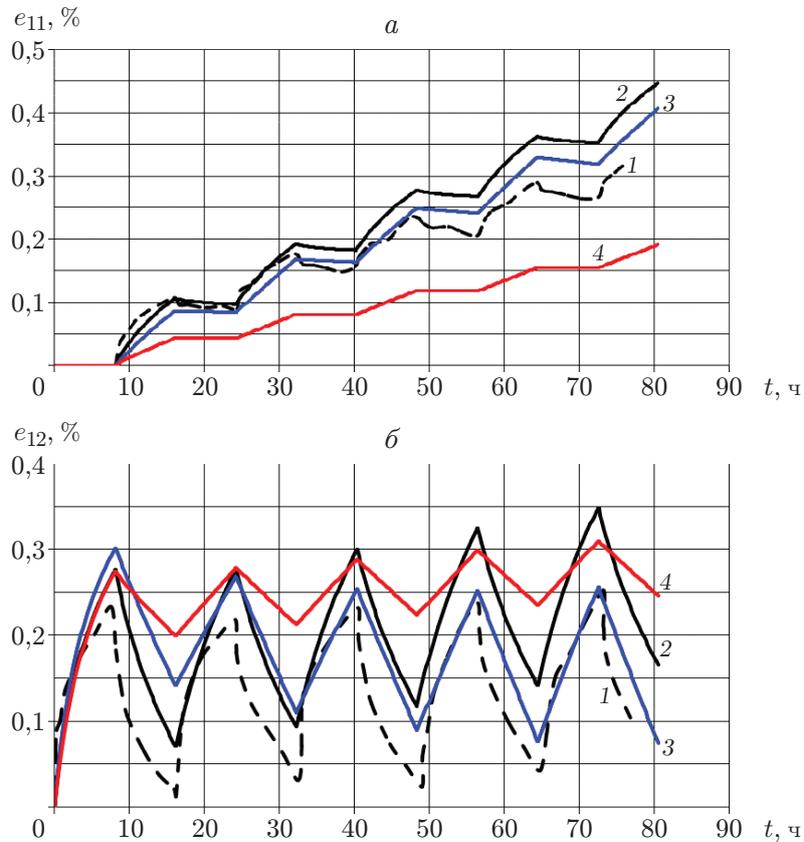


Рис. 4. Зависимости осевой (а) и сдвиговой (б) деформации ползучести от времени при циклическом многоосном нагружении ( $\theta = 150^\circ$ ):

1 — экспериментальные данные, 2 — расчет по общим определяющим соотношениям нестационарной ползучести (1)–(14), 3, 4 — расчет по частным соотношениям (1)–(14) (3 — модель с линейным кинематическим упрочнением, 4 — модель с изотропным упрочнением)

расчетные данные качественно и количественно согласуются с экспериментальными данными. С увеличением числа циклов нагружения эта тенденция сохраняется.

При циклическом многоосном нагружении при  $\theta = 150^\circ$  (см. рис. 4) результаты расчета по модели материала с изотропным упрочнением в случае сдвиговой деформации ползучести аналогичны результатам расчета деформации при  $\theta = 180^\circ$  при меньшей амплитуде, а расчетная накопленная осевая деформация ползучести почти в два раза меньше осевой деформации, определенной экспериментально [15]. Кроме того, определяющие соотношения модели материала с изотропным упрочнением не описывают уменьшение деформации при изменении направления деформирования. Поэтому теория ползучести материала с изотропным упрочнением, не учитывающая векторные характеристики процесса деформирования, не описывает разупрочнение материала при вращении вектора напряжений.

Результаты сравнения расчетов по модели материала с линейным кинематическим упрочнением и по общим соотношениям (1)–(14) показывают, что указанная модель более точно описывает зависимость осевой деформации ползучести от времени (см. рис. 4, а). В этом случае зависимость сдвиговой деформации ползучести от времени (см. рис. 4, б) практически такая же, как и в случае  $\theta = 180^\circ$ . Таким образом, соотношения (1)–(14) описывают экспериментальные данные более точно, чем модель нестационарной ползучести материала с линейным кинематическим упрочнением.

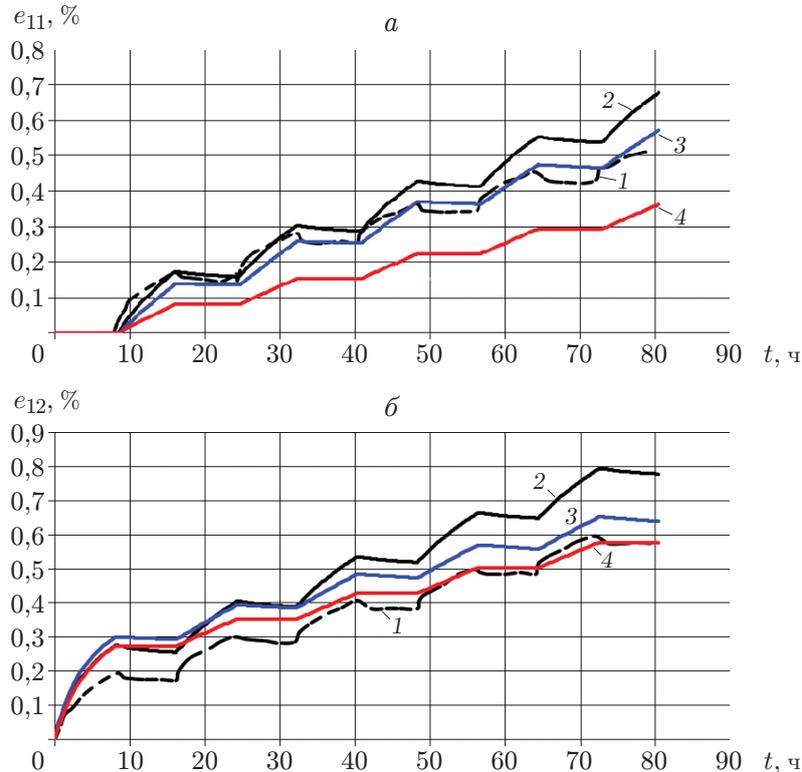


Рис. 5. Зависимости осевой (*a*) и сдвиговой (*б*) деформации ползучести от времени при циклическом многосном нагружении ( $\theta = 90^\circ$ ):

1 — экспериментальные данные, 2 — расчет по общим определяющим соотношениям нестационарной ползучести (1)–(14), 3, 4 — расчет по частным соотношениям (1)–(14) (3 — модель с линейным кинематическим упрочнением, 4 — модель с изотропным упрочнением)

На рис. 5 приведены экспериментальные и расчетные данные для случая чередования кручения и растяжения ( $\theta = 90^\circ$ ). При использовании модели ползучести материала с изотропным упрочнением при  $\theta = 90^\circ$  получены меньшие значения изменения осевой и сдвиговой деформации ползучести после циклов растяжения и кручения. Различие кривых ползучести, построенных по уравнениям общей теории ползучести (1)–(14) и модели материала с линейным кинематическим упрочнением, менее существенно.

На рис. 6 показаны зависимости осевой и сдвиговой деформации ползучести от времени при  $\theta = 30^\circ$ . Видно, что значения осевой и сдвиговой деформации, рассчитанные по различным теориям, а также полученные в экспериментах, различаются незначительно. На рис. 7 приведены расчетные и экспериментальные траектории деформаций ползучести при  $\theta = 90, 150^\circ$ . Согласно экспериментальным данным [15] вектор приращения деформаций ползучести  $de^c$  не коллинеарен вектору напряжений  $\sigma$  после поворота вектора напряжения. Однако с увеличением деформаций неколлинеарность постепенно исчезает. На рис. 7 видно, что модель ползучести с изотропным упрочнением не описывает неколлинеарность  $\sigma$  и  $de^c$ , так как не учитывает векторные характеристики процесса деформирования. Модель ползучести материала с линейным кинематическим упрочнением учитывает неколлинеарность, однако расчетная неколлинеарность исчезает медленнее по сравнению с экспериментальной. Соотношения (1)–(14) с достаточной для инженерных расчетов точностью описывают неколлинеарность векторов  $\sigma$  и  $de^c$  и могут быть использованы при решении прикладных задач.

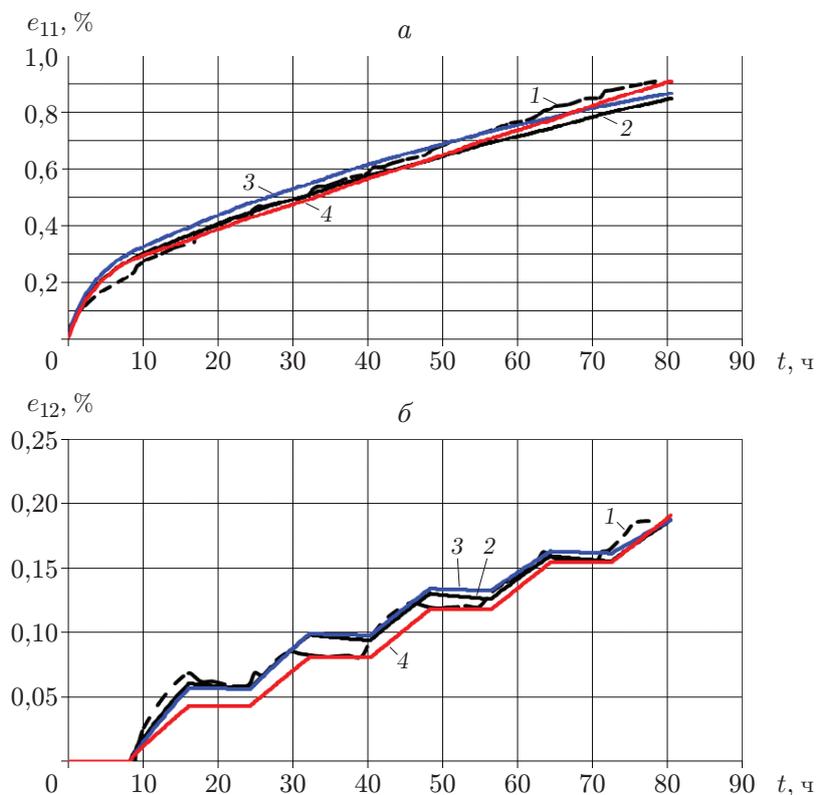


Рис. 6. Зависимости осевой (*а*) и сдвиговой (*б*) деформации ползучести от времени при циклическом многоосном нагружении ( $\theta = 30^\circ$ ):

1 — экспериментальные данные, 2 — расчет по общим определяющим соотношениям нестационарной ползучести (1)–(14), 3, 4 — расчет по частным соотношениям (1)–(14) (3 — модель с линейным кинематическим упрочнением, 4 — модель с изотропным упрочнением)

Некоторые количественные различия результатов расчетов и экспериментальных данных [15] могут быть объяснены следующими факторами:

- материальные параметры и скалярные функции модели нестационарной ползучести (1)–(14) определены неточно;
- информация в [15] представлена без учета разброса экспериментальных данных;
- результаты экспериментов, представленные в [15], свидетельствуют о наличии пластической деформации, которая не учитывалась в расчетах, выполненных в данной работе;
- при обработке экспериментальных данных в [15] учитывалось условие несжимаемости материала.

**Заключение.** В работе предложена математическая модель, описывающая процессы нестационарной ползучести конструкционных материалов (металлов и их сплавов) при сложном нагружении.

Проведено сравнение результатов численного моделирования процессов ползучести стали марки Ст.304 при сложных режимах блочного циклического многоосного нагружения с экспериментальными данными.

Показано, что предлагаемый вариант определяющих соотношений нестационарной ползучести с достаточной для инженерных расчетов точностью описывает процессы ползучести металлов при сложном нагружении.

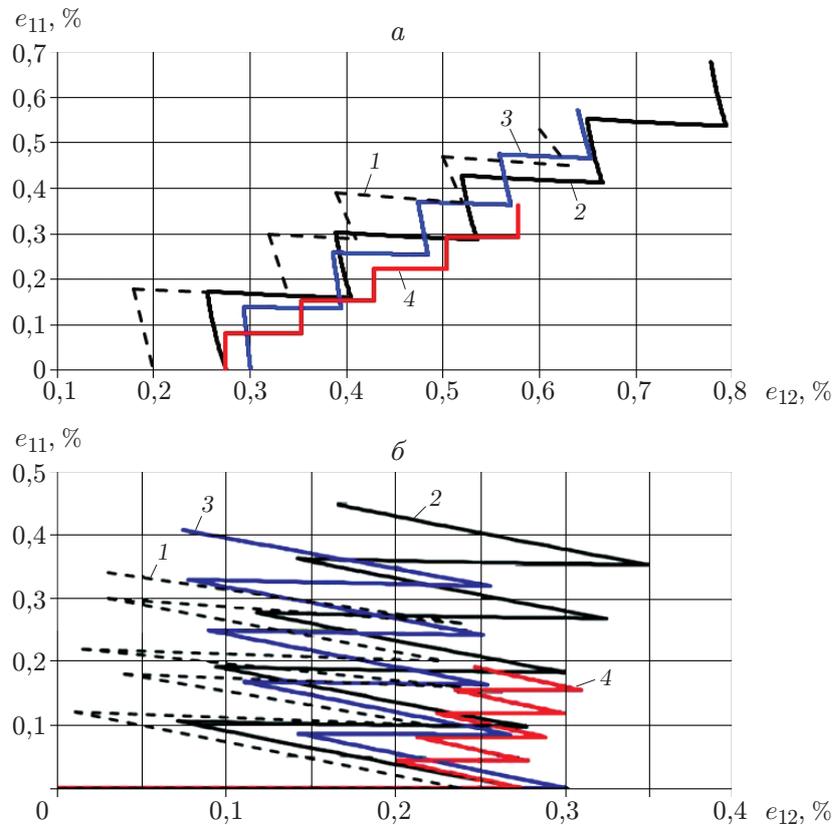


Рис. 7. Траектория деформации ползучести при циклическом многоосном нагружении:

$a$  —  $\theta = 90^\circ$ ,  $b$  —  $\theta = 150^\circ$ ; 1 — экспериментальные данные, 2 — расчет по общим определяющим соотношениям нестационарной ползучести (1)–(14), 3, 4 — расчет по частным соотношениям (1)–(14) (3 — модель с линейным кинематическим упрочнением, 4 — модель с изотропным упрочнением)

Проведено сравнение результатов расчетов с использованием соотношений модели нестационарной ползучести с экспериментальными данными.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Волков И. А. Уравнения состояния вязкоупругопластических сред с повреждениями / И. А. Волков, Ю. Г. Коротких. М.: Физматлит, 2008.
2. Волков И. А., Егунов В. В., Игумнов Л. А. и др. Оценка ресурсных характеристик конструкционных сталей с использованием моделей деградации, учитывающих усталость и ползучесть материала // ПМТФ. 2015. Т. 56, № 6. С. 70–83.
3. Локощенко А. М. Ползучесть и длительная прочность металлов. М.: Физматлит, 2016.
4. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966.
5. Бойл Дж. Анализ напряжений при ползучести / Дж. Бойл, Дж. Спенс. М.: Мир, 1986.
6. Гохфельд Д. А. Пластичность и ползучесть элементов конструкций при повторных нагружениях / Д. А. Гохфельд, О. С. Садаков. М.: Машиностроение, 1984.
7. Blass J. J., Findley W. W. Shot time biaxial creep of aluminium alloy with abrupt changes of temperature and state of stress // Trans. ASME. J. Appl. Mech. Ser. E. 1971. N 2.

8. **Murakami S., Ohno N.** A constitutive equation of creep based on the concept of a creep-hardening surface // Intern. J. Solids Structures. 1982. V. 18, N 7. P. 597–609.
9. **Пежина П.** Основные вопросы вязкопластичности. М.: Мир, 1968.
10. **Chaboche J. L.** Constitutive equation for cyclic plasticity and cyclic viscoplasticity // Intern. J. Plasticity. 1989. V. 5, N 3. P. 247–302.
11. **Krieg R. D., Swearingen J. C., Rohde R. W.** A physically-based internal variable model for rate-dependent plasticity // Inelastic behavior of pressure vessel and piping components. N. Y.: ASME, 1978. P. 15–28.
12. **Малинин Н. Н., Хажинский Г. М.** К построению теории ползучести с анизотропным упрочнением // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1969. № 3. С. 148–152.
13. **Волков И. А.** Прикладная теория вязкопластичности / И. А. Волков, Л. А. Игумнов, Ю. Г. Коротких. Н. Новгород: Нижегород. гос. ун-т, 2015.
14. **Волков И. А., Игумнов Л. А., Казаков Д. А. и др.** Определяющие соотношения нестационарной ползучести при сложном напряженном состоянии // Пробл. прочности и пластичности. 2016. № 78. С. 436–451.
15. **Охаси, Оно, Каваи.** Оценка определяющих уравнений ползучести для нержавеющей стали 304 при повторяющемся многоосном нагружении // Теоретические основы инж. расчетов. 1982. Т. 104, № 3. С. 1–8.
16. **Pugh C. A.** Constitutive equations for creep analysis of LMFBR component // Advances in design of elevated temperature environment. N. Y.: ASME, 1975. P. 1–16.

*Поступила в редакцию 11/І 2017 г.,  
в окончательном варианте — 6/VI 2017 г.*

---