УДК 519.24

КРИТЕРИЙ СОГЛАСИЯ НА ОСНОВЕ ИНТЕРВАЛЬНОЙ ОЦЕНКИ

Е. Л. Кулешов

Дальневосточный федеральный университет,
690950, г. Владивосток, ул. Суханова, 8
E-mail: kuleshov.el@dvfu.ru

Предложен новый критерий согласия, построенный с использованием интервальной оценки функции распределения вероятностей. Выполнен сравнительный анализ данного критерия и критерия Колмогорова. Показано, что можно выбрать истинную функцию распределения и отличную от неё гипотетическую так, что предложенный критерий согласия будет иметь существенно лучшие показатели качества, чем критерий Колмогорова. Представленные результаты численного моделирования хорошо согласуются с теоретическими выводами.

Ключевые слова: критерий согласия, статистическая гипотеза, интервальная оценка, функция распределения вероятностей, коэффициент доверия.

DOI: 10.15372/AUT20160104

Введение. Статистический анализ опытных данных часто сводится к проверке гипотезы о соответствии эмпирической функции распределения вероятностей измеренной случайной величины и предполагаемой теоретической [1–4]. Для решения этой проблемы обычно используются критерии согласия Колмогорова, Мизеса, хи-квадрат. Сложность реализации подхода состоит в том, что не существует какого-либо обоснованного алгоритма выбора вероятности ошибки первого рода (уровня значимости или вероятности отклонить верную гипотезу), а также в том, что не контролируется вероятность ошибки второго рода (вероятность принять неверную гипотезу). Например, выбор слишком малой вероятности ошибки первого рода приводит к большой вероятности ошибки второго рода и соответственно ухудшает качество процедуры принятия решения об истинности рассматриваемой гипотезы. Кроме того, отметим две особенности реализации данного подхода, на которые не акцентируется внимание в литературе. Во-первых, выбор статистики критерия обусловлен чисто техническим условием, а именно возможностью вычисления условного закона распределения вероятностей этой статистики при том, что верна тестируемая гипотеза. Следовательно, построенный критерий не является оптимальным решением рассматриваемой задачи. Во-вторых, различие (сходство) эмпирической функции распределения вероятностей и предполагаемой теоретической задаётся всего лишь одним числом. Единственное число может оказаться слишком общей (грубой) мерой различия двух функций вещественного аргумента. Отмеченные особенности также могут снижать качество процедуры принятия решения. В связи с этим проблема построения критериев согласия с более высокими характеристиками качества, чем известные, представляется актуальной и в литературе обсуждаются новые способы её решения [1–5].

В данной работе выполнены теоретические исследования и численное моделирование нового критерия согласия, построенного с использованием интервальной оценки функции распределения вероятностей [6]. Определены условия, при которых предложенный критерий имеет существенно лучшие показатели качества, чем критерий Колмогорова.

Интервальная оценка функции распределения вероятностей. Пусть $F(x) = P(\xi \leq x)$, $-\infty < x < \infty$, — истинная функция распределения вероятностей исследуемой случайной величины ξ, где $P(\xi \leq x)$ — вероятность события $\xi \leq x$. Представим измерения величины ξ выборкой $x_1, \ldots, x_n$ размера n. Если $\nu(x_i \le x)$ — число элементов x_i выборки таких, что каждый элемент $x_i \le x$, то эмпирическая функция распределения вероятностей (точечная оценка функции F) $\hat{F}(x) = \nu(x_i \le x)/n$. Процедура измерения случайной величины ξ и вычисления оценки $\hat{F}$ непосредственно связана со следующей вероятностной схемой Бернулли. Выполняется последовательность из n опытов, в каждом из которых измеряется значение x_i случайной величины ξ. Всякое событие $\xi \le x$ будем рассматривать как успех, вероятность которого $p = P(\xi \le x) = F(x)$. Число успехов $\nu(x_i \le x)$ имеет биномиальное распределение вероятностей $P(\nu = k) = C_n^k p^k q^{n-k}$, $k = 0, 1, \ldots, n$, где C_n^k — число сочетаний из n по k; $q = 1 - p$ — вероятность неудачи. Пусть $\mathbf{M}$, $\mathbf{D}$ — операторы математического ожидания и дисперсии соответственно. Тогда $\mathbf{M}\nu = np$, $\mathbf{D}\nu = npq$, $\mathbf{M}\hat{F}(x) = F(x)$ и $\mathbf{D}\hat{F}(x) = F(x)[1 - F(x)]/n$. Если вероятность успеха в n независимых испытаниях постоянна и равна p, $0 < p < 1$, то при $n \to \infty$ в соответствии с локальной теоремой Муавра — Лапласа распределение вероятностей числа успехов сходится к нормальному распределению. Поэтому можно полагать, что при $n \gg 1$ величина $\eta = [\hat{F}(x) - F(x)]\sqrt{n}/\sqrt{F(x)[1 - F(x)]}$ распределена по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией.

В работе [6] на основе асимптотики Муавра — Лапласа построена интервальная оценка функции $F(x)$ в виде доверительного интервала $[z_1, z_2]$ с заданным коэффициентом доверия $1 - \alpha$ (символ α будем использовать также для обозначения уровня значимости критерия Колмогорова). Границы z_1, z_2 доверительного интервала определяются условием $P(|\eta| \le \varepsilon) = 1 - \alpha$, где ε — решение уравнения $\Phi(\varepsilon) = 1 - \alpha/2$, $\Phi(\varepsilon)$ — функция распределения вероятностей нормальной случайной величины с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией. Границы z_1, z_2 находятся как решения уравнения $\eta^2 = \varepsilon^2$ относительно $F(x)$ и представляются в виде

$$z_{2,1} = \frac{2\hat{F}n + \varepsilon^2}{2(n + \varepsilon^2)} \pm \frac{\sqrt{4n\varepsilon^2(1 - \hat{F})\hat{F} + \varepsilon^4}}{2(n + \varepsilon^2)}. \tag{1}$$

Величина $(1 - \hat{F})\hat{F}$ максимальна при $\hat{F} = 0{,}5$ и минимальна при $\hat{F} = 0$ или $\hat{F} = 1$. Поэтому из (1) следует $\max(z_2 - z_1) = \delta$, где $\delta = \sqrt{\varepsilon^2/(n + \varepsilon^2)}$, и $\min(z_2 - z_1) = \delta^2$. Таким образом, если оценка $\hat{F}$ принимает значения 0, 0,5, 1, то длина $z_2 - z_1$ доверительного интервала равна δ^2, δ, δ^2 и соответственно доверительный интервал $[z_1, z_2]$ имеет вид $[0, \delta^2]$, $[0{,}5 - 0{,}5\delta,\ 0{,}5 + 0{,}5\delta]$, $[1 - \delta^2, 1]$. На основе интервальной оценки в [6] предложена следующая процедура проверки статистической гипотезы H_0 о том, что функция $F_0(x)$ является истинной функцией распределения вероятностей. Для выбранного α по формуле (1) вычисляются границы z_1, z_2 доверительного интервала, и если функция $F_0(x) \in [z_1, z_2]$ для всех x из множества $\{x\colon 1/n \le \hat{F}(x) \le (1 - 1/n)\}$, то гипотеза H_0 принимается, в противном случае H_0 отклоняется.

Некоторые свойства статистики Колмогорова. Для сравнения качества предлагаемого правила проверки статистической гипотезы с известными выполним моделирование процедуры проверки двух близких статистических гипотез. Пусть H — гипотеза (верная) о том, что $F(x)$ является функцией распределения вероятностей случайной величины ξ, и H_0 — гипотеза (неверная) о том, что отличная от $F(x)$ функция $F_0(x)$ является функцией распределения вероятностей этой же случайной величины ξ. Известные критерии согласия (Колмогорова, хи-квадрат, Мизеса) проверки, например, гипотезы H_0 предполагают по заданным эмпирической функции распределения вероятностей $\hat{F}(x)$ и гипотетической функции $F_0(x)$ вычисление числа, которое можно интерпретировать как расстояние между $\hat{F}(x)$ и $F_0(x)$. Если это расстояние меньше заданного значения, то гипотеза

H_0 принимается, в противном случае H_0 отклоняется. Очевидно, что задание различия двух функций единственным числом является далеко не полным. Предлагаемая процедура проверки статистической гипотезы обеспечивает сравнение функций $\hat{F}(x)$ и $F_0(x)$ по их значениям для всех x из области определения функции $\hat{F}(x)$, поэтому, можно полагать, будет иметь лучшие показатели качества, чем известные. Это предположение иллюстрирует представленный далее пример проверки двух гипотез H_0 и H по критерию Колмогорова и по алгоритму с использованием интервальной оценки.

Для построения примера отметим некоторые свойства статистики:

$$d = \max_x |\hat{F}(x) - F(x)|. \qquad (2)$$

В работе [6] показано, что случайная величина $[\hat{F}(x) - F(x)]\sqrt{n}$ с допустимой погрешностью распределена по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием и дисперсией $\sigma^2(x) = F(x)[1 - F(x)]$. Поэтому величина $|\hat{F}(x) - F(x)|\sqrt{n}$ имеет плотность вероятности $w(z) = [2/(\sqrt{2\pi}\sigma)]\exp[-z^2/(2\sigma^2)]$, $z \geq 0$. Для любого $z_0 > 0$ вероятность $P(|\hat{F}(x) - F(x)|\sqrt{n} > z_0) = \int\limits_{z_0}^{\infty} w(z)dz$ достигает максимума для такого $x = x_0$, при котором дисперсия $\sigma^2(x)$ имеет максимальное значение $\sigma^2(x_0)$. Очевидно, что $F(x_0) = 0{,}5$ и $\sigma^2(x_0) = 0{,}25$. Таким образом, большие значения (более z_0) уклонения $|\hat{F}(x) - F(x)|\sqrt{n}$ наиболее вероятны в окрестности медианы x_0 распределения $F(x)$. Поэтому максимальный элемент $d\sqrt{n}$ множества $\{|\hat{F}(x) - F(x)|\sqrt{n}\}$ находится с максимальной вероятностью также в окрестности x_0.

Выбор функций F и F_0. Используя свойства статистики d, можно выбрать истинную функцию распределения $F(x)$ и отличную от неё $F_0(x)$ так, что эти функции будут плохо различимы по статистике d и вполне различимы процедурой на основе интервальной оценки. Для этого функции $F(x)$ и $F_0(x)$ должны иметь близкие значения в окрестности медианы x_0 и существенно разные значения для аргументов $x = y_1$ или $x = y_2$, удалённых от точки x_0 соответственно в сторону меньших или бо́льших аргументов. Причём величина $|F(x) - F_0(x)|$ в окрестности точки y_1 или y_2, с одной стороны, должна быть достаточной, для того чтобы значения функции $F_0(x)$ выходили за пределы доверительного интервала $[z_1, z_2]$ для некоторых x, тогда гипотеза H_0 отвергается процедурой проверки на основе интервальной оценки. С другой стороны, величина $|F(x) - F_0(x)|$ в окрестности точки y_1 или y_2 не может быть слишком большой, для того чтобы максимальный элемент множества $\{|\hat{F}(x) - F_0(x)|\}$ с большой вероятностью находился в окрестности медианы x_0. При этом различие функций $\hat{F}(x_0)$ и $F_0(x_0)$ обусловлено только среднеквадратическим уклонением $\sqrt{\mathbf{D}\hat{F}(x_0)}$, чего может быть недостаточно для отклонения неверной гипотезы H_0 по критерию Колмогорова.

Выбрать функцию $F_0(x)$ по заданной $F(x)$ можно, например, из условия

$$\mathbf{M}[\hat{F}(x) - F_0(x)]^2 \leq \max_x \mathbf{D}\hat{F}(x). \qquad (3)$$

Это выражение несложно привести к виду

$$\mathbf{D}\hat{F}(x) + [F(x) - F_0(x)]^2 \leq \max_x \mathbf{D}\hat{F}(x). \qquad (4)$$

Так как $\max\limits_x \mathbf{D}\hat{F}(x) = \mathbf{D}\hat{F}(x_0)$, то из формулы (4) следует $F_0(x_0) = F(x_0)$. В окрестности точки $x = y_1$ или $x = y_2$ дисперсия $\mathbf{D}\hat{F}(x)$ — величина малая и уклонение $[F(x) - F_0(x)]^2$

может возрастать до значений, близких к величине $\max_x \mathbf{D}\hat{F}(x)$. Подставим равенства $\max_x \mathbf{D}\hat{F}(x) = 1/(4n)$ и $\mathbf{D}\hat{F}(x) = F(x)[1-F(x)]/n$ в соотношение (4). Откуда следует условие

$$F(x) - \sqrt{\frac{1-4F(x)[1-F(x)]}{4n}} \le F_0(x) \le F(x) + \sqrt{\frac{1-4F(x)[1-F(x)]}{4n}}, \tag{5}$$

которое позволяет подобрать подходящую функцию $F_0(x)$ по заданной $F(x)$.

Моделирование процедуры проверки статистических гипотез. Пусть случайная величина ξ имеет распределение Лапласа с плотностью вероятностей

$$f(x) = (\gamma/2)\mathrm{e}^{-\gamma|x|}, \quad \gamma > 0, \tag{6}$$

и соответствующей функцией распределения вероятностей

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} (\gamma/2)\mathrm{e}^{-\gamma|t|}dt = \begin{cases} (1/2)\mathrm{e}^{\gamma x}, & x \le 0, \\ 1-(1/2)\mathrm{e}^{-\gamma x}, & x > 0. \end{cases} \tag{7}$$

Рассмотрим две гипотезы: H — о том, что $F(x)$ вида (7) является функцией распределения вероятностей случайной величины ξ (верная гипотеза), и H_0 — о том, что ξ распределена по нормальному закону с плотностью вероятностей $f_0(x) = (\sqrt{2\pi})^{-1}\exp(-x^2/2)$ и соответствующей функцией распределения вероятностей $F_0(x)$ (неверная гипотеза). Выберем параметр γ из условия

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f_0(x) - f(x)|dx \to \min_{\gamma}. \tag{8}$$

Это обеспечивает минимальное различие плотностей $f_0(x)$ и $f(x)$. Несложно найти, что минимум (8) достигается для $\gamma = 1{,}1$. Из соотношения (7) получаем функцию $F^{-1}(t)$, обратную по отношению к функции $F(x)$:

$$F^{-1}(t) = \begin{cases} (1/\gamma)\ln(2t), & 0 < t \le 1/2, \\ -(1/\gamma)\ln[2(1-t)], & 1/2 < t < 1. \end{cases} \tag{9}$$

Если случайная величина η равномерно распределена на интервале $[0,\ 1]$, то случайная величина $\xi = F^{-1}(\eta)$ имеет функцию распределения вероятностей вида $F(x)$. Формула (9) использовалась для вычисления выборки $x_i = F^{-1}(t_i)$, $i = 1,\dots,n$, случайной величины ξ с функцией распределения вероятностей $F(x)$, где $t_1,\dots,t_n$ — последовательность на выходе датчика случайных чисел с равномерным распределением на интервале $[0,\ 1]$.

Представленная пара распределений (Лапласа и нормального) удовлетворяет условию (5) подбора функций $F(x)$ и $F_0(x)$. При этом их медианы совпадают и равны $x_0 = 0$. Разность $F(x) - F_0(x)$ имеет локальные экстремумы 0,0328; $-0{,}0248$; 0,0248; $-0{,}0328$ при x равном $-1{,}88$; $-0{,}33$; 0,33; 1,88 соответственно. Поэтому следует ожидать, что $F(x)$ и $F_0(x)$ будут неразличимы по статистике d и в силу существенного значения $|F(x) - F_0(x)| = 0{,}0328$ для $x = \pm 1{,}88$ могут быть вполне различимы процедурой, основанной на интервальной оценке.

Моделирование процедуры проверки гипотезы H_0 выполнялось следующим образом. Формировалась выборка $x_1,\dots,x_n$ размера $n = 100$ случайной величины ξ с функцией распределения вероятностей F вида (7). Затем находилась $\hat{F}$ — эмпирическая функция распределения вероятностей. Далее для проверки гипотезы H_0 по критерию Колмогорова вычислялись статистика d по формуле (2) с подстановкой $F_0(x)$ вместо $F(x)$ и порог $d_0 = \sqrt{[\ln(2/\alpha)]/(2n)}$ решающего правила для выбранного уровня значимости α. Если $d < d_0$, то гипотеза H_0 принималась, в противном случае H_0 отклонялась. Для этой же выборки выполнялась проверка гипотезы H_0 с использованием интервальной оценки. При этом для выбранного α и соответствующего ε по формуле (1) вычислялись границы z_1, z_2 доверительного интервала. Если функция $F_0(x) \in [z_1, z_2]$ для всех x из множества $\{x\colon 1/n \le \hat{F}(x) \le (1 - 1/n)\}$, то гипотеза H_0 принималась, в противном случае H_0 отклонялась. Аналогично для этой же выборки дважды проводилась проверка гипотезы H: по критерию Колмогорова, а также с помощью интервальной оценки.

Данная процедура выполнялась для 100 независимых выборок случайной величины ξ. По полученным результатам вычислялись $\nu_1(H_0)$, $\nu_1(H)$ — частоты появления событий «принята гипотеза H_0» и «принята гипотеза H» по критерию Колмогорова соответственно, а также $\nu_2(H_0)$, $\nu_2(H)$ — частоты появления событий «принята гипотеза H_0» и «принята гипотеза H» по алгоритму с использованием интервальной оценки. Здесь частота события — это отношение числа выборок, для которых наблюдалось данное событие, к их общему числу $n = 100$. Такой численный эксперимент проводился для девяти значений параметра α: 0,0002; 0,0006; 0,001; 0,002; 0,006; 0,02; 0,06; 0,2; 0,4. Его результаты представлены в табл. 1. Каждая строка таблицы содержит значение α и соответствующие ему основные параметры ε, d_0, δ алгоритма проверки статистических гипотез, а также частоты $\nu_1(H_0)$, $\nu_1(H)$ принятия гипотез H_0 и H по критерию Колмогорова и частоты $\nu_2(H_0)$, $\nu_2(H)$ принятия этих гипотез по алгоритму с использованием интервальной оценки.

Как и предполагалось, статистика d не различает функции $F(x)$ и $F_0(x)$: неверная гипотеза H_0 и верная гипотеза H принимались приблизительно одинаково часто, т. е. $\nu_1(H_0) \approx \nu_1(H)$ для всех значений α. При этом критерий на основе интервальной оценки отклоняет неверную гипотезу H_0 в 100 случаях из 100 ($\nu_2(H_0) = 0$ для всех α) и принимает верную гипотезу H с высокой частотой в широком интервале значений α. Так, для α от 0,0002 до 0,006 частота $\nu_2(H) \ge 0{,}84$. В эксперименте значение параметра $\alpha = 0{,}001$ можно рассматривать как оптимальное, поскольку частота события «принять верную гипотезу» достигает максимального значения $\nu_2(H) = 0{,}95$.

Смещение доверительного интервала. Снижение уровня значимости (а также параметра α в алгоритме проверки гипотез с использованием интервальной оценки) влечёт за собой рост вероятности события «принять верную гипотезу H». Частота события как оценка вероятности должна обладать таким же свойством. Однако результаты модели-

Таблица 1

α	ε	d_0	δ	$\nu_1(H_0)$	$\nu_1(H)$	$\nu_2(H_0)$	$\nu_2(H)$
0,0002	3,55	0,215	0,335	1,00	1,00	0,00	0,91
0,0006	3,43	0,201	0,324	1,00	1,00	0,00	0,94
0,001	3,38	0,195	0,320	1,00	1,00	0,00	0,95
0,002	3,10	0,186	0,296	1,00	1,00	0,00	0,94
0,006	2,75	0,170	0,265	0,99	0,99	0,00	0,84
0,02	2,33	0,151	0,227	0,99	0,98	0,00	0,59
0,06	1,88	0,132	0,185	0,93	0,94	0,00	0,43
0,2	1,28	0,107	0,127	0,78	0,83	0,00	0,03
0,4	0,84	0,090	0,084	0,51	0,61	0,00	0,00

рования, представленные в табл. 1, показывают, что для малых α, равных 0,001; 0,0006; 0,0002, частота $\nu_2(H)$ снижается с уменьшением параметра α и принимает значения 0,95; 0,94; 0,91 соответственно. Этот эффект объясняется тем, что замена точного распределения вероятностей величины $\hat{F}$ приближённым нормальным приводит к смещению доверительного интервала в области малых α и близких к нулю или единице значений F. Рассмотрим этот вопрос более детально.

Асимптотика Муавра — Лапласа имеет небольшую погрешность, если вероятность p успеха в одном опыте не является слишком малой (близкой к нулю), а также слишком большой (близкой к единице) [6]. Для значений параметра p, близких к нулю или к единице, биномиальное распределение имеет сильную асимметрию, и его хорошей аппроксимацией является асимптотика Пуассона $P(\nu = k) = \lambda^k \mathrm{e}^{-\lambda}/k!$, $k = 0, 1, \ldots, n$, где $\lambda = np$. Для вывода формулы (1) использовалось нормальное распределение вместо биномиального. Поэтому можно полагать, что при $\hat{F} = 0{,}5$ вычисления по формуле (1) приводят к точному значению величины доверительного интервала, а максимальная погрешность возникает на границах для $\hat{F} = 0$ и $\hat{F} = 1$, поскольку при $F \approx 0$ и $F \approx 1$ распределение вероятностей величины $\hat{F}$ имеет значительную асимметрию и плохо аппроксимируется нормальным распределением. Минимальное ненулевое значение оценки $\hat{F} = 1/n$, поэтому практический интерес представляет анализ погрешностей формулы (1) в окрестностях значений $\hat{F} = 1/n$. Пусть в распределении Пуассона $p = 1/n$, тогда $\lambda = 1$ и

$$1 - \alpha = P(0 \le \nu < m) = P(0 \le \hat{F} < m/n) = \mathrm{e}^{-1} \sum_{k=0}^{m-1} 1/k!. \tag{10}$$

Таким образом, точечная оценка $\hat{F}$ с вероятностью $1 - \alpha$ попадает в интервал $[0, m/n)$, длина которого $\Delta_1 = m/n$. Этот результат можно интерпретировать как точный, имея в виду, что при $p = 1/n$ и большом n асимптотика Пуассона является хорошим приближением биномиального распределения.

Если распределение вероятностей величины $\hat{F}$ аппроксимировать асимптотикой Муавра — Лапласа, то для заданного α доверительный интервал определяется условием $1 - \alpha = P(|\eta| \le \varepsilon)$. Откуда следует, что с вероятностью $1 - \alpha$ точечная оценка $\hat{F}$ попадает в интервал $(F - \varepsilon\sqrt{F(1-F)/n}, F + \varepsilon\sqrt{F(1-F)/n})$, длина которого $\Delta_2 = 2\varepsilon\sqrt{F(1-F)/n}$. Поэтому при малом F, например $F = 1/n$, и достаточно большом ε (чему соответствует малое α) интервал смещается в область отрицательных чисел. Если при этом F близко к единице, например $F = 1 - 1/n$, то интервал смещается в область чисел, бо́льших единицы. Смещение интервала в область невозможных значений $\hat{F}$ приводит к уменьшению его эффективной длины, поскольку в алгоритме принятия решения используется только часть интервала, включающая возможные значения $\hat{F}$. Длина этой части может быть существенно меньше длины исходного интервала, что и ведёт к снижению частоты $\nu_2(H)$. В соответствии с локальной асимптотикой Муавра — Лапласа для $p = 1/n$, $n \gg 1$, и $q \approx 1$ имеем $P(\nu = k) = P(\hat{F} = k/n) \approx (1/\sqrt{2\pi}) \exp(-(k-1)^2/2)$. Поэтому если доверительный интервал длины Δ_2 включает отрицательные числа, то для его части, содержащей неотрицательные числа, можно определить длину как $\Delta_3 = \Delta_2/2 + 1/n$.

По заданному $\Delta_1 n$ при $n = 100$ значение α определялось формулой (10), затем находились величины ε, $\Delta_2 n$, $\Delta_3 n$. Результаты вычислений для $\Delta_1 n = 2, 3, 4, 5, 6$ представлены в табл. 2. Для больших α точная длина интервала Δ_1 и приближённая Δ_3 примерно равны. С уменьшением α различие между величинами Δ_1 и Δ_3 становится существенным. Так, если $\alpha = 0{,}0006$, то отношение $\Delta_1/\Delta_3 \approx 1{,}38$, что и ведёт к уменьшению частоты

Таблица 2

$\Delta_1 n$	α	ε	$\Delta_2 n$	$\Delta_3 n$
6	0,0006	3,43	6,72	4,36
5	0,0037	2,91	5,70	3,85
4	0,0190	2,34	4,59	3,30
3	0,0803	1,75	3,43	2,71
2	0,2640	1,12	2,20	2,10

$\nu_2(H)$. Очевидно, если в алгоритме принятия решения исключить некоторые крайние значения величины $\hat{F}$, например $\hat{F} = 1/n$ и $\hat{F} = 1 - 1/n$, то в результате снижается эффект смещения доверительного интервала.

Заключение. В данной работе выполнен сравнительный анализ двух критериев согласия: критерия Колмогорова и критерия, построенного с использованием интервальной оценки. Показано, что алгоритм проверки статистической гипотезы на основе интервальной оценки имеет существенно лучшие показатели качества. Для этого определены условия, позволяющие выбрать истинную функцию распределения вероятностей и отличную от неё гипотетическую так, что эти функции будут плохо различимы по статистике Колмогорова и вполне различимы процедурой на основе интервальной оценки. Представлен пример выбора такой пары функций. Численное моделирование процедуры проверки статистической гипотезы хорошо согласуется с теоретическими выводами. Результаты можно использовать для решения задач определения вида функции распределения вероятностей исследуемой случайной величины.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Лемешко Б. Ю., Постовалов С. Н.** Применение непараметрических критериев согласия при проверке сложных гипотез // Автометрия. 2001. № 2. С. 88–102.
2. **Клявин И. А., Тырсин А. Н.** Метод подбора наилучшего закона распределения случайной величины по экспериментальным данным // Автометрия. 2013. **49**, № 1. С. 18–25.
3. **Лапко А. В., Лапко В. А.** Непараметрические алгоритмы распознавания образов в задаче проверки статистической гипотезы о тождественности двух законов распределения случайных величин // Автометрия. 2010. **46**, № 6. С. 47–53.
4. **Лемешко Б. Ю., Лемешко С. Б., Постовалов С. Н.** Мощность критерия согласия при близких альтернативах // Измерительная техника. 2007. № 2. С. 22–27.
5. **Салов Г. И.** О мощности одного нового статистического критерия и двухвыборочного критерия Вилкоксона // Автометрия. 2014. **50**, № 1. С. 44–59.
6. **Кулешов Е. Л.** Интервальная оценка функции распределения вероятностей // Автометрия. 2015. **51**, № 2. С. 23–26.

Поступила в редакцию 31 марта 2015 г.