

# Численное исследование возможностей ветрового зондирования в атмосферном слое 10–20 км когерентным доплеровским лидаром наземного базирования

И.Н. Смалихо<sup>✉</sup>, В.А. Банах\*

Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН  
634055, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1

Поступила в редакцию 20.05.2022 г.;  
после доработки 21.06.2022 г.;  
принята к печати 15.07.2022 г.

Численно исследованы возможности измерения скорости ветра в атмосферном слое от 10 до 20 км импульсным когерентным доплеровским лидаром (ИКДЛ) наземного базирования, работающем на молекулярном рассеянии света. В численных экспериментах определены требования к параметрам ИКДЛ с длинами волн зондирующего излучения 1 и 2 мкм для получения достоверной информации о скорости и направлении ветра в рассматриваемом атмосферном слое.

**Ключевые слова:** когерентный доплеровский лидар, молекулярное рассеяние, ветер, численное моделирование; coherent Doppler lidar, molecular scattering, wind, numerical simulation.

## Введение

Определяющим фактором для извлечения информации о ветре из измерений импульсным когерентным доплеровским лидаром (ИКДЛ) является достаточно высокое отношение сигнал-шум SNR ( $SNR = P_S/P_N$ , где  $P_S$  – средняя мощность когерентно детектируемого лидарного эхосигнала;  $P_N = \bar{S}_N B$  – средняя мощность шума детектора в задаваемой частотной полосе пропускания  $B$ ,  $\bar{S}_N$  – усредненная в пределах этой полосы спектральная плотность шума). Согласно теории однократного рассеяния света [1–3] SNR пропорционально энергии зондирующего импульса  $E_p$  и коэффициенту обратного рассеяния  $\beta_\pi = \beta_{\pi a} + \beta_{\pi m}$  ( $\beta_{\pi a}$  и  $\beta_{\pi m}$  – коэффициенты аэрозольного и молекулярного рассеяния соответственно). В результате рассеяния строго назад зондирующего излучения на аэрозольных частицах, которые полностью переносятся ветровым потоком воздуха, формируется лидарный эхосигнал, имеющий спектральную плотность с относительно узким пиком (шириной, например, несколько МГц) на частоте  $f_D = f_l + (\lambda/2)V_r$ . Здесь  $f_l$  – промежуточная частота (разность частот зондирующего и опорного излучения), второе слагаемое – доплеровский сдвиг частоты,  $\lambda$  – длина волны зондирующего излучения и  $V_r$  – усредненная по зондирующему

объему радиальная скорость (проекция вектора скорости ветра на оптическую ось лазерного пучка ИКДЛ); положение ИКДЛ предполагается фиксированным в пространстве.

Особенность молекулярного рассеяния света заключается в том, что из-за хаотического движения молекул воздуха в пространстве на скоростях, сравнимых со скоростью звука, эффективная ширина спектра молекулярного рассеяния (определенная температурой воздуха) примерно на два порядка больше, чем в случае аэрозольного рассеяния. При этом средняя скорость молекул воздуха в зондируемом объеме совпадает с  $V_r$ . Таким образом, если в ИКДЛ с  $\lambda = 1$  (или 2) мкм используется аэрозольное рассеяние, то частотную полосу пропускания  $B$  следует задавать в 20 раз меньше, чем в случае использования молекулярного рассеяния. Это означает, что, когда  $\beta_{\pi a}$  и  $\beta_{\pi m}$  равны, SNR во столько же раз больше при использовании в ИКДЛ аэрозольного рассеяния по сравнению с молекулярным рассеянием.

Согласно известным экспериментальным данным [4, 5] в пределах пограничного слоя атмосферы (толщиной  $\sim 1$  км) коэффициент  $\beta_{\pi a}$ , как правило, более чем на порядок превышает  $\beta_{\pi m}$ . С увеличением высоты  $h$  над Землей  $\beta_{\pi a}(h)$  уменьшается значительно быстрее, чем  $\beta_{\pi m}(h)$ , и уже на высотах более 5 км для чистой (безоблачной) атмосферы в большинстве случаев основной вклад в  $\beta_\pi$  вносит молекулярное рассеяние. Кроме того, изменчивость

\* Игорь Николаевич Смалихо (smalikh@iao.ru);  
Виктор Арсентьевич Банах (banakh@iao.ru).

коэффициента обратного рассеяния  $\beta_{\text{pa}}$  является более существенной, чем вариации  $\beta_{\text{pm}}$ . Величина  $\beta_{\text{pa}}$  может опускаться до уровня, при котором ИКДЛ не способен регистрировать эхосигнал при любой максимально возможной большой энергии зондирующего импульса  $E_p$ . В связи с этим для зондирования ветра с помощью ИКДЛ в условиях предельно малых значений  $\beta_{\text{pa}}$  имеет смысл рассмотреть возможность использования молекулярного рассеяния в такой лидарной системе. Впервые это было сделано в [6], где получены теоретические оценки параметров ИКДЛ (диаметр приемо-передающего телескопа  $D$ , энергия зондирующего импульса  $E_p$  и число зондирующих импульсов  $N_a$  для спектральной аккумуляции), требуемых при использовании молекулярного рассеяния в прилегающем к Земле атмосферном слое толщиной 10 км. При этом пороговые значения  $E_p$  для разных длин волн определялись по равенству погрешности лидарной оценки радиальной скорости 1 м/с.

Настоящая работа посвящена численному исследованию возможностей использования молекулярного рассеяния для определения вектора скорости ветра с помощью конически сканирующего ИКДЛ наземного базирования в атмосферном слое на высотах от 10 до 20 км. Предложены алгоритм численного моделирования случайных реализаций доплеровского спектра при молекулярном рассеянии и способ оценивания радиальной скорости из таких спектров. В численных экспериментах определены пороговые (минимальные) значения энергии зондирующего импульса для ИКДЛ с длиной волны 1 и 2 мкм для зондирования ветра в рассматриваем атмосферном слое.

## 1. Оценивание доплеровских спектров

Проведем численное исследование возможностей использования молекулярного рассеяния в работе импульсных когерентных доплеровских лидаров на длинах волн 1 и 2 мкм (1-микронный и 2-микронный ИКДЛ). Для каждого из этих лидаров выберем частотные полосы пропускания  $B$ , удовлетворяющие условию  $B \gg \sigma_f$ , где  $\sigma_f = (2/\lambda)\sigma_v$  — полуширина спектра мощности лидарного эхосигнала и  $\sigma_v$  — среднеквадратическое отклонение скорости движения молекулы воздуха. Учитывая, что  $\sigma_v \sim 300$  м/с, зададим  $B$  и  $f_I = B/2$  равными, соответственно, 4 и 2 ГГц для 1-микронного ИКДЛ и 2 и 1 ГГц для 2-микронного ИКДЛ. Пусть тот и другой лидар посыпают в атмосферу зондирующие импульсы длительностью  $\tau_p = 500$  нс с частотой следования  $f_p = 1$  кГц. При этом для получения спектров мощности лидарного эхосигнала используется временное окно длительностью  $T_W = \tau_p = 500$  нс. Следовательно, ширина спектрального канала  $\Delta f = 1/T_W = 2$  МГц, а число спектральных каналов в измеряемом спектре  $L = B/\Delta f = 2000$  и 1000 в случаях 1-микронного и 2-микронного ИКДЛ.

В соответствии с указанными выше параметрами ИКДЛ оценку спектра  $\hat{S}(f_k)$  мощности лидарно-

го сигнала можно получать из  $2L \cdot N_a$  его отсчетов  $Z(t_0 + l\delta t; n)$ , воспользовавшись формулой [3]:

$$\hat{S}(f_k) = \frac{1}{N_a} \sum_{n=1}^{N_a} \left| \sum_{l=0}^{2L-1} Z(t_0 + l\delta t; n) \exp\left(-2\pi j \frac{kl}{2L}\right) \right|^2, \quad (1)$$

где  $f_k = k\Delta f$  — частота,  $k = 1, 2, 3, \dots, L$ ;  $t_0$  — время, отсчитываемое с момента вылета зондирующего импульса из телескопа лидара;  $l = 0, 1, 2, \dots, 2L - 1$  — номер отсчета;  $\delta t = 1/(2B)$  — интервал дискретизации реального сигнала;  $n = 1, 2, 3, \dots$ , до полного числа посылок импульсов в атмосфере  $N_a$ ;  $j = \sqrt{-1}$  — мнимая единица. Будем считать, что сигнал  $Z(t)$  нормирован на шумовую составляющую таким образом, что имеет место следующее соотношение для суммы всех спектральных компонент [3]:

$$\sum_{k=1}^L S(f_k) = \text{SNR} + 1, \quad (2)$$

где  $S(f_k) = \langle \hat{S}(f_k) \rangle$  — нормированный спектр лидарного сигнала, угловые скобки означают усреднение по ансамблю реализаций (т.е. оценка спектра  $\hat{S}(f_k)$  является несмещенной).

Спектр  $S(f_k)$  может быть представлен в виде суммы спектра мощности эхосигнала  $S_S(f_k)$  и шумовой составляющей спектра  $S_N(f_k)$  [3]:

$$S(f_k) = S_S(f_k) + S_N(f_k). \quad (3)$$

Так как мы рассматриваем здесь только молекулярное рассеяние света, для спектра  $S_S(f_k)$  воспользуемся моделью [3]:

$$S_S(f_k) = \text{SNR} \frac{\Delta f}{\sqrt{2\pi}\sigma_f} \exp\left\{-\frac{(f_k - f_I - f_r)^2}{2\sigma_f^2}\right\}, \quad (4)$$

где  $f_r = (2/\lambda)V_r$  — доплеровский сдвиг частоты. В действительности спектр  $S_S(f_k)$  имеет более сложную форму (см., например, рис. 2 в [6]). В принципе, воспользовавшись описанным в [7] алгоритмом, можно рассчитать  $S_S(f_k)$  с учетом эффекта столкновения молекул воздуха, но для рассматриваемых здесь длин волн  $\lambda = 1$  и 2 мкм и высот  $h = 10$ –20 км применение простой модели (2) не должно заметным образом повлиять на конечные результаты численного исследования, которые представлены ниже.

Из (2)–(4) с учетом неравенства  $\Delta f \ll \sigma_f$  следует, что если бы шум был белым, то  $S_N(f_k) = 1/L$ . Но, когда величина  $\text{SNR} \cdot B / (\sqrt{2\pi}\sigma_f)$  более чем на один порядок меньше единицы, даже небольшое отклонение  $S_N(f_k)$  от равномерного распределения по частоте (белого шума) может привести к большой погрешности оценивания радиальной скорости из измерений  $\hat{S}(f_k)$ . В силу того, что с расстоянием  $R = ct_0/2$  от лидара ( $c$  — скорость света и  $0 < t_0 < f_p^{-1} - T_W$ ) мощность эхосигнала падает, шумовой спектр  $S_N(f_k)$  может быть определен из лидарных измерений на больших расстояниях (когда мощность эхосигнала  $P_S$  пренебрежимо мала по сравнению с  $P_N$ ). Например, при частоте следования импульсов  $f_p = 1$  кГц это можно сделать

на расстояниях  $\sim 50$ – $150$  км при условии, что шумовая составляющая лидарного сигнала  $P_N$  не зависит от  $t_0$  (или  $R$ ).

Имея информацию о шуме  $S_N(f_k)$  и величине  $\sigma_V$ , перейдем от оценки спектра мощности лидарного сигнала  $\hat{S}(f_k)$  к оценке нормированного доплеровского спектра  $\tilde{S}_D(f_k)$  следующим образом. Вначале вычитаем из измеренного спектра шум:

$$\hat{S}_S(f_k) = \hat{S}(f_k) - S_N(f_k). \quad (5)$$

Затем оцениваем отношение сигнал-шум:

$$\text{SNR} = \sum_{k=1}^L \hat{S}_S(f_k) / \sum_{k=1}^L S_N(f_k). \quad (6)$$

И наконец с учетом (4) определяем

$$\tilde{S}_D(f_k) = \hat{S}_S(f_k) / [\text{SNR} \Delta f / (\sqrt{2\pi}\sigma_f)]. \quad (7)$$

## 2. Определение радиальной скорости

Получаемые по формуле (1) оценки спектральных амплитуд на различных частотах являются статистически независимыми. При большом количестве импульсов  $N_a$ , используемом в (1) для спектральной аккумуляции (усреднении одиночных спектров), например когда  $N_a \geq 1000$ , оценки  $\hat{S}(f_k)$  имеют распределение плотности вероятностей, близкое к нормальному, с дисперсией величины  $\hat{S}(f_k)/S(f_k)$ , равной  $N_a^{-1}$  [8]. В этом случае оценивание радиальной скорости  $V_r$  по максимуму правдоподобия [8] из массива спектральных амплитуд  $\hat{S}(f_k)$  сводится к минимизации функционала

$$\rho(V_r) = \sum_{k=1}^L \left[ \tilde{S}_D(f_k) - \exp \left\{ -\frac{(f_k - f_I - 2V_r/\lambda)^2}{2\sigma_f^2} \right\} \right]^2, \quad (8)$$

т.е.

$$\rho(\hat{V}_r) = \min \{\rho(V_r)\}, \quad (9)$$

где  $\hat{V}_r$  – оценка радиальной скорости.

В (8)–(9) осуществляется подгонка гауссовой зависимости спектра от частоты в соответствии с (4) к измеренному нормированному доплеровскому спектру  $\tilde{S}_D(f_k)$  (полученному с использованием алгоритма (5)–(7)), что вполне применимо, если относительная погрешность оценки SNR значительно меньше 1.

## 3. Численное моделирование доплеровских спектров

Один из способов определения точности оценки радиальной скорости включает в себя следующие шаги: 1) численное моделирование случайных реализаций спектров мощности лидарного сигнала  $\hat{S}(f_k)$ ; 2) оценивание из этих спектров радиальной скорости по алгоритму (5)–(9); 3) расчет погрешности

оценивания  $E_r = \sqrt{<(\hat{V}_r - \bar{V}_r)^2>}$ , где  $\bar{V}_r$  – истинное значение радиальной скорости, усредненной по зондирующему объему. Для моделирования случайных реализаций  $\hat{S}(f_k)$  можно воспользоваться формулой (1) и описанным, например, в [3] алгоритмом компьютерной генерации лидарного сигнала  $Z(t_l; n)$ . Однако такой подход потребует длительных компьютерных вычислений, особенно при большом числе посылок зондирующих импульсов в атмосфере  $N_a$ . Задача моделирования может быть существенно упрощена, если воспользоваться следующим алгоритмом.

Полагая, что шумовая составляющая спектра близка к белому шуму, мы задавали истинный (средний) спектр мощности лидарного сигнала  $S(f_k)$  в виде (3) и (4), где  $S_N(f_k) = L^{-1}$ . Так как оценки спектральных амплитуд  $\hat{S}(f_k)$  на разных частотах  $f_k$  являются статистически независимыми и для  $N_a \geq 1000$  дисперсия отношения  $\hat{S}(f_k)/S(f_k)$  равна  $N_a^{-1}$ , на компьютере мы генерировали случайные реализации  $\hat{S}(f_k)$  в виде

$$\hat{S}(f_k) = S(f_k)(1 + \xi_k / \sqrt{N_a}), \quad (10)$$

где  $\xi_k$  – гауссов белый шум с нулевым средним и единичной дисперсией ( $<\xi_k^2> = 1$ ).

На рис. 1 (цв. вкладка) приведены примеры численного моделирования случайных реализаций оценок нормированного доплеровского спектра  $\tilde{S}_D(f_k)$ , полученного с использованием (5)–(7), в случае 1-микронного и 2-микронного ИКДЛ при двух значениях SNR и  $N_a$  ( $\bar{V}_r = 0$  м/с). Здесь и далее мы задавали  $\sigma_V = 300$  м/с.

## 4. Погрешности лидарных оценок радиальной скорости и компонент вектора скорости ветра

Из каждой моделируемой на компьютере реализации  $\hat{S}(f_k)$  мы получали оценки радиальной скорости  $\hat{V}_r$  с использованием алгоритма, описанного в разд. 2. Для этого каждый раз мы рассчитывали массив значений функционала  $\rho(V_r)$  в точках на оси  $V_r$  от  $-30$  до  $+30$  м/с с шагом 0,1 м/с и находили точку минимума (формула (9)). По 10000 независимых реализаций для  $\lambda = 1$  и 2 мкм и при различных SNR мы получили зависимости погрешности оценки радиальной скорости  $E_r$  от SNR и  $N_a$ . Такие зависимости представлены на рис. 2. Анализ этого рисунка показал, что при  $\text{SNR} \geq -16$  дБ погрешность  $E_r \sim N_a^{-1/2}$ . В связи с тем, что количество спектральных каналов в случае 1-микронного ИКДЛ в два раза больше, чем в случае 2-микронного, при  $\text{SNR} \geq -16$  дБ ( $N_a = 10^3$ ),  $\text{SNR} \geq -20$  дБ ( $N_a = 10^4$ ) и  $\text{SNR} \geq -24$  дБ ( $N_a = 10^5$ ) погрешность оценки радиальной скорости из измерений ИКДЛ с  $\lambda = 1$  мкм в  $\sqrt{2}$  раза меньше, чем  $E_r$  для ИКДЛ с  $\lambda = 2$  мкм.

Пусть для извлечения информации о скорости и направлении ветра используются данные конических сканирующего ИКДЛ, работающего на молекулярном рассеянии. В численном моделировании,

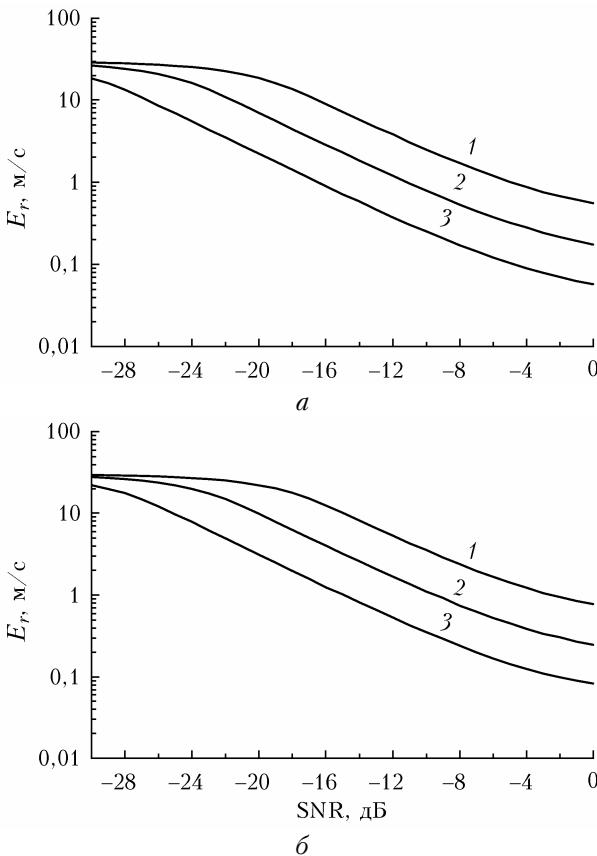


Рис. 2. Зависимости погрешности оценки радиальной скорости от отношения сигнал-шум в случае 1-микронного (а) и 2-микронного (б) ИКДЛ при  $N_a = 1000$  (кривые 1), 10000 (кривые 2) и 100000 (кривые 3)

результаты которого представлены ниже, мы задавали угол места  $\phi = 60^\circ$  и за одно сканирование получали массив оценок радиальной скорости  $\hat{V}_r(\theta_i)$ , где  $\theta_i = i\Delta\theta$  – азимутальный угол;  $i = 0, 1, 2, \dots, I - 1$  – номер луча,  $I = 60$ ;  $\Delta\theta = 6^\circ$  – разрешение по азимуту. Пусть при частоте следования импульсов  $f_p = 1$  кГц для спектральной аккумуляции используется  $N_a = 10000$ , т.е. продолжительность одного измерения радиальной скорости  $\Delta t = N_a/f_p = 10$  с, а время одного конического сканирования  $T_{\text{scan}} = I\Delta t = 10$  мин при  $I = 60$ .

Для получения оценок компонент вектора скорости ветра  $\mathbf{V} = \{V_x, V_y, V_z\}$  ( $V_x$  и  $V_y$  – горизонтальные и  $V_z$  – вертикальная компоненты) мы применяли процедуру подгонки  $\mathbf{V} \cdot \mathbf{S}_i$  ( $\mathbf{S}_i = \{\cos\phi\cos\theta_i, \cos\phi\sin\theta_i, \sin\phi\}$ ) к  $\hat{V}_r(\theta_i)$  методом наименьших квадратов (прямая синусоидальная подгонка [3]), что в итоге сводилось к решению системы линейных уравнений. Оценки компонент вектора скорости ветра обозначим как  $\hat{V}_x$ ,  $\hat{V}_y$  и  $\hat{V}_z$ , а оценки скорости и угла направления ветра (горизонтального) обозначим, соответственно, как  $\hat{U} = |V_x + jV_y|$  и  $\hat{\theta}_V = \arg\{V_x + jV_y\}$ . Учитывая, что в атмосферном слое 10–20 км, как правило, присутствует сильное струйное течение со скоростью, которая может достигать 60 м/с, при численном моделировании работы конически сканирующего ИКДЛ мы задавали

скорость ветра  $U = 40$  м/с, вертикальную компоненту  $V_z = 0$  м/с и угол направления ветра  $\theta_V = 90^\circ$ . С использованием 1000 независимых оценок скорости и направления ветра из моделируемых данных при различных SNR нами были рассчитаны погрешности оценок  $E_U = \sqrt{\langle(\hat{U} - U)^2\rangle}$ ,  $E_\theta = \sqrt{\langle(\hat{\theta}_V - \theta_V)^2\rangle}$  и  $E_z = \sqrt{\langle(\hat{V}_z - V_z)^2\rangle}$ .

На рис. 3 представлены зависимости погрешностей оценок скорости ветра ( $E_U$ ), угла направления ветра ( $E_\theta$ ) и вертикальной компоненты вектора скорости ветра ( $E_z$ ) от отношения сигнал-шум в случаях 1-микронного и 2-микронного ИКДЛ. Согласно требованиям многих практических приложений

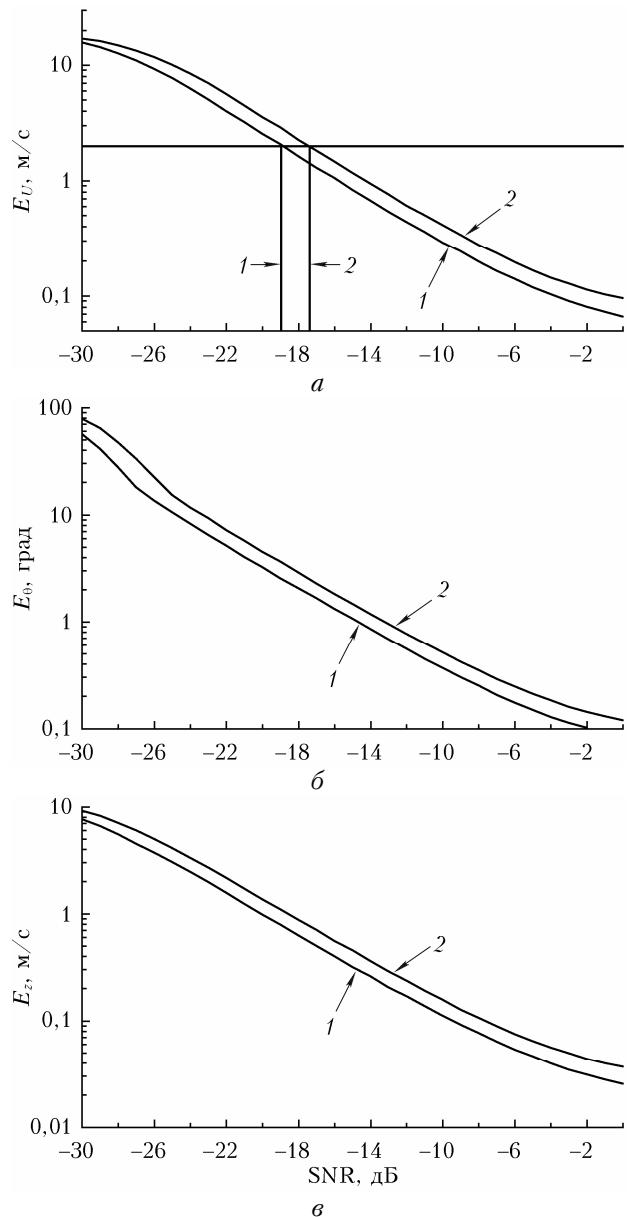


Рис. 3. Зависимости погрешности оценки скорости ветра (а), угла направления ветра (б) и вертикальной компоненты вектора скорости ветра (в) от отношения сигнал-шум в случае 1-микронного (кривые 1) и 2-микронного (кривые 2) ИКДЛ

к точности измерения скорости ветра, погрешность  $E_U$  не должна превышать 2 м/с. В точках пересечения горизонтальной линии ( $E_U(\text{SNR}) = 2 \text{ м/с}$ ) с кривыми 1 и 2 на рис. 3, *a* нами были определены пороговые значения отношения сигнала-шум  $\text{SNR}_{\text{Thr}} = -18,8 \text{ дБ}$  для ИКДЛ с  $\lambda = 1 \text{ мкм}$  (вертикальная линия 1 на рис. 3, *a*) и  $\text{SNR}_{\text{Thr}} = -17,3 \text{ дБ}$  для ИКДЛ с  $\lambda = 2 \text{ мкм}$  (вертикальная линия 2 на рис. 3, *a*). Различие этих пороговых значений  $\text{SNR}_{\text{Thr}}$  составляет  $1,5 \text{ дБ} = 10\lg(\sqrt{2}) \text{ дБ}$  в силу вышеупомянутого превышения погрешности оценивания радиальной скорости в  $\sqrt{2}$  раза для случая  $\lambda = 2 \text{ мкм}$  по сравнению с со случаем  $\lambda = 1 \text{ мкм}$ . Согласно рис. 3, *b*, *c* при таких пороговых значениях отношения сигнала-шум погрешности  $E_\theta(\text{SNR}_{\text{Thr}}) = 2,5^\circ$  и  $E_z(\text{SNR}_{\text{Thr}}) = 0,75 \text{ м/с}$ .

Таким образом, мы определили пороговые значения отношения сигнала-шум  $\text{SNR}_{\text{Thr}}$ , превышение которых обеспечивает репрезентативную оценку скорости ветра. Чтобы найти минимальные значения энергии зондирующего импульса  $E_p$ , при которых будет получен результат с требуемой точностью для различных высот  $h$  в слое 10–20 км, воспользуемся моделями для вертикальных профилей  $\text{SNR}(h)$  (отношение сигнал-шум линейно пропорционально энергии зондирующего импульса).

## 5. Модели вертикальных профилей отношения сигнала-шум

Согласно теории [2, 3] отношение сигнал-шум как функция расстояния  $R$  от ИКДЛ представимо в виде

$$\begin{aligned} \text{SNR}(R) &= \frac{(1-q)\pi\eta E_p \lambda}{8hB} \times \\ &\times \beta_\pi(R \sin\varphi) T_A^2(R) \left(\frac{D}{R}\right)^2 \eta_s(R), \end{aligned} \quad (11)$$

где  $q$  — потери энергии рассеянного излучения внутри лидара;  $\eta$  — квантовая эффективность фотодетектора;  $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$  — постоянная Планка;

$$T_A(R) = \exp\left[-\int_0^R \beta_t(R' \sin\varphi) dR'\right] \quad (12)$$

— атмосферное пропускание,  $\beta_t(h)$  — высотный профиль коэффициента ослабления излучения за счет поглощения и рассеяния молекулами воздуха и аэрозольными частицами;  $D$  — диаметр апертуры телескопа;

$$\eta_s(R) = \frac{1}{2} \left(\frac{8}{\pi}\right)^3 \left(\frac{R}{D}\right)^2 \frac{\lambda^2}{D_b^4} \int_{-\infty}^{+\infty} I_p^2(R, \rho) d^2\rho \quad (13)$$

— эффективность системы (эффективность гетеродинирования);  $D_b$  — диаметр зондирующего пучка (в плоскости апертуры телескопа), определяемый по уровню  $e^{-2}$  в распределении его интенсивности  $D_b = 2\sqrt{2}a_0$  ( $a_0$  — радиус зондирующего пучка на выходе из телескопа (при  $R = 0$ ), определяемый

по спаданию интенсивности пучка до уровня  $e^{-1}$  при отходе от точки максимума);  $I_p(R, \rho)$  — мгновенное распределение нормированной интенсивности зондирующего пучка на расстоянии  $R$  в плоскости, перпендикулярной оптической оси,  $\rho = \{x, y\}$ ;

$$\int_{-\infty}^{+\infty} d^2\rho \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{+\infty} dy \quad \text{— интегрирование по всей этой}$$

плоскости. Интенсивность  $I_p(R, \rho) = |U_p(R, \rho)|^2$ , где

$$U_p(R, \rho) = \int_{-\infty}^{+\infty} A_T(\rho') U_P(0, \rho') G(0, \rho'; R, \rho) d^2\rho' \quad (14)$$

— комплексная нормированная амплитуда поля зондирующего излучения;

$$A_T(\rho') = \begin{cases} 1, & \text{если } |\rho'| \leq D/2 \\ 0, & \text{если } |\rho'| > D/2 \end{cases} \quad (15)$$

— функция зрачка апертуры телескопа;

$$U_P(0, \rho) = \exp\left\{-\frac{\rho^2}{2a_0^2} - j\frac{\pi}{\lambda F} \rho^2\right\} \quad (16)$$

— комплексная нормированная амплитуда поля зондирующего излучения перед выходом через апертуру телескопа;  $F$  — расстояние в атмосфере, на которое фокусируется лазерный пучок;  $\rho^2 = x^2 + y^2$ ;  $G(0, \rho'; R, \rho)$  — функция Грина, описывающая распространение сферической волны из точки  $\{0, \rho'\}$  в точку  $\{R, \rho\}$  с граничным условием  $G(0, \rho'; 0, \rho) = \delta(\rho' - \rho)$  (здесь  $\delta(\rho' - \rho)$  — дельта-функция) и удовлетворяющая соотношению взаимности  $G(0, \rho'; R, \rho) = G(R, \rho; 0, \rho')$ .

Так как мы рассматриваем случай молекулярного рассеяния, положим в (11) коэффициент обратного рассеяния  $\beta_\pi = \beta_{\pi m}$  (коэффициент обратного аэрозольного рассеяния  $\beta_{\pi a} = 0$ ). Для высотного профиля коэффициента обратного молекулярного рассеяния воспользуемся известной моделью [4–6], которая хорошо описывается простым выражением

$$\beta_{\pi m}(h) = \beta_{\pi m}(0) \exp(-h/h_m), \quad (17)$$

где  $\beta_{\pi m}(0) = 1,39(0,55/\lambda)^4 \cdot 10^{-6} (\text{м} \cdot \text{ср})^{-1}$ ,  $h_m = 8,7 \text{ км}$ . Для высотного профиля коэффициента  $\beta_t(h)$  мы использовали приведенную в [4] модель (для  $\lambda = 1,06$  и  $2,02 \text{ мкм}$ ).

При распространении зондирующего излучения в атмосфере происходят случайные искажения его интенсивности  $I_p(R, \rho)$  из-за турбулентных пульсаций показателя преломления воздуха. При произвольных турбулентных условиях распространения света (произвольных значениях структурной характеристики турбулентных пульсаций показателя преломления  $C_n^2$  [9–11] и длии трасс  $R$ ) аналитического решения для эффективности системы  $\eta_s(R)$  (см. формулу (13)) нет. Поэтому для расчетов  $\eta_s(R)$  мы воспользовались описанным в [3] алгоритмом численного моделирования случайных распределений интенсивности  $I_p(R, \rho)$ . При этом 30-километ-

ровая трасса разбивалась на 150 слоев толщиной 200 м и на передней границе каждого слоя моделировался случайный фазовый экран с учетом значения  $C_n^2$  на рассматриваем расстоянии от лидара. Для усреднения в (13) (оператор в виде угловых скобок) мы использовали по 100 статистически независимых реализаций моделируемых значений

$$\mu(R) = \int_{-\infty}^{+\infty} I_p^2(R, \rho) d^2\rho.$$

Структурная характеристика  $C_n^2$  в зависимости от атмосферных условий довольно изменчива. Моделирование случайных значений  $\mu(R)$  проводилось нами на основе модели высотных профилей  $C_n^2(h)$ , предложенной в [12] для наилучших, средних и наихудших турбулентных условий распространения света. На рис. 4 приведена эта модель.

Воспользуемся показанной на рис. 4 моделью  $C_n^2(h)$  для средних условий. Расчеты высотных профилей  $\text{SNR}(h/\sin\phi)$  по формулам (11)–(13) проведем, задав угол места  $\phi = 60^\circ$ ; потери внутри лидара  $q = 0,2$ ; квантовую эффективность детектора  $\eta = 0,8$ ; энергию зондирующего импульса  $E_p = 1$  Дж; отношение диаметра телескопа к диаметру зондирующего пучка  $D/D_b = 0,8$  [13] и фокусное расстояние  $F = \infty$ , для двух длин волн  $\lambda = 1$  (при этом в (11) частотная полоса пропускания  $B = 4$  ГГц) и  $\lambda = 2$  мкм ( $B = 2$  ГГц в (11)) и для трех диаметров телескопа  $D = 10, 20$  и 30 см.

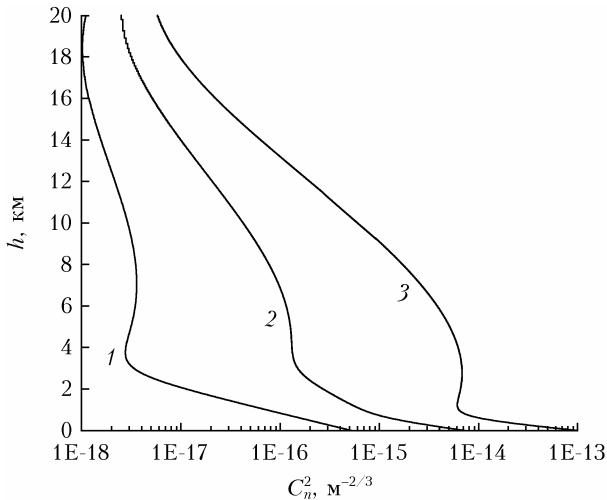


Рис. 4. Модель высотных профилей структурной характеристики показателя преломления для наилучших (1), средних (2) и наихудших (3) турбулентных условий распространения света

На рис. 5 показаны высотные профили  $\text{SNR}(h/\sin\phi)$  для ИКДЛ с  $\lambda = 1$  и 2 мкм и различными диаметрами телескопа. Серым цветом показан интересующий нас атмосферный слой 10–20 км, а вертикальные штриховые и штрихпунктирные линии указывают на полученные выше пороговые значения  $\text{SNR}_{\text{Thr}}$ . Из анализа результатов, представленных на этом рисунке, следует, что в атмосферном слое 10–20 км наиболее оптимальный (в смысле

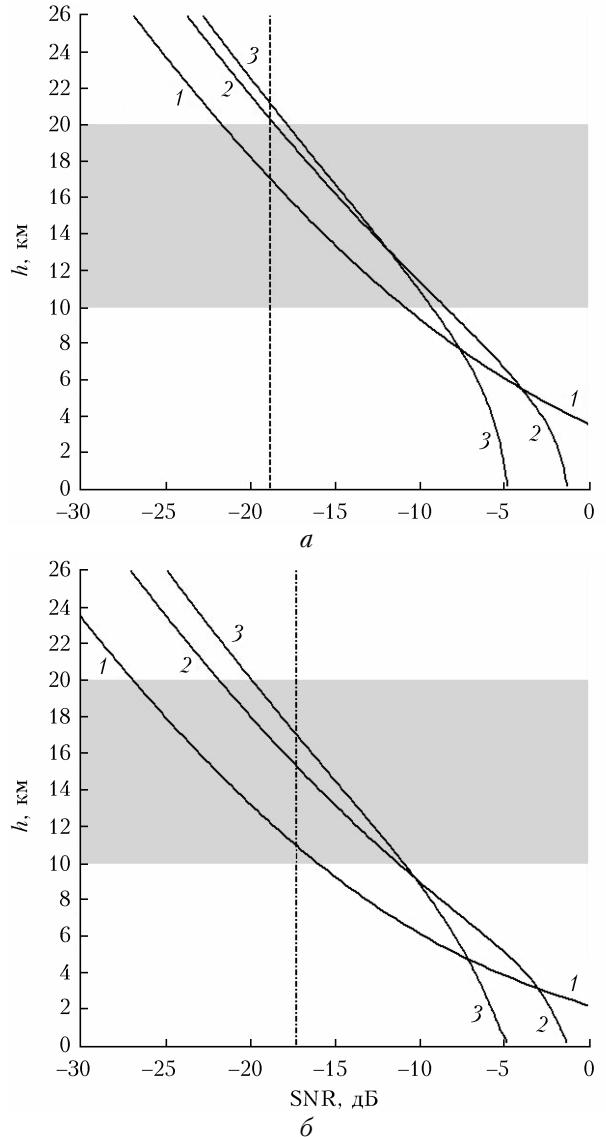


Рис. 5. Высотные профили отношения сигнала-шума для 1-микронного (а) и 2-микронного (б) ИКДЛ с энергией зондирующего импульса 1 Дж и диаметром телескопа 10 (кривые 1), 20 (кривые 2) и 30 см (кривые 3). Средние турбулентные условия распространения света. Штриховая и штрихпунктирная вертикальные линии указывают на пороговые значения  $\text{SNR}_{\text{Thr}} = -18,8$  и  $-17,3$  дБ соответственно

достижения максимальных значений SNR) диаметр телескопа  $D = 20$  см для 1-микронного ИКДЛ и 30 см для 2-микронного ИКДЛ. Видно, что в рассматриваемом атмосферном слое энергия зондирующего импульса  $E_p = 1$  Дж обеспечивает превышение порогового значения  $\text{SNR}_{\text{Thr}}$  при  $\lambda = 1$  мкм и  $D = 20$  см. В то же время, согласно рис. 5, б, ИКДЛ с  $\lambda = 1$  мкм и  $D = 20$  см при  $E_p = 1$  Дж позволяет получать репрезентативную оценку скорости ветра максимум до высоты  $\sim 17$  км. Поэтому, чтобы 2-микронный ИКДЛ мог получать достоверную информацию в пределах всего атмосферного слоя 10–20 км, энергия зондирующего импульса должна превышать 1 Дж.

Задав диаметр телескопа  $D = 20$  и  $30$  см для ИКДЛ с длиной волны  $\lambda$ , соответственно,  $1$  и  $2$  мкм, мы рассчитали высотные профили отношения сигнала-шума для различных турбулентных условий распространения света в рамках модели, показанной на рис. 4. Результаты расчетов представлены на рис. 6. Видно (см. кривые 3), что в случае наихудших турбулентных условий распространения света ИКДЛ с  $E_p = 1$  Дж не способен извлекать достоверную информацию о ветре в атмосфере выше  $10\text{--}11$  км. Отметим, что результаты расчетов высотных профилей отношения сигнала-шум при наилучших и средних турбулентных условиях отличаются незначительно (см. кривые 1 и 2).

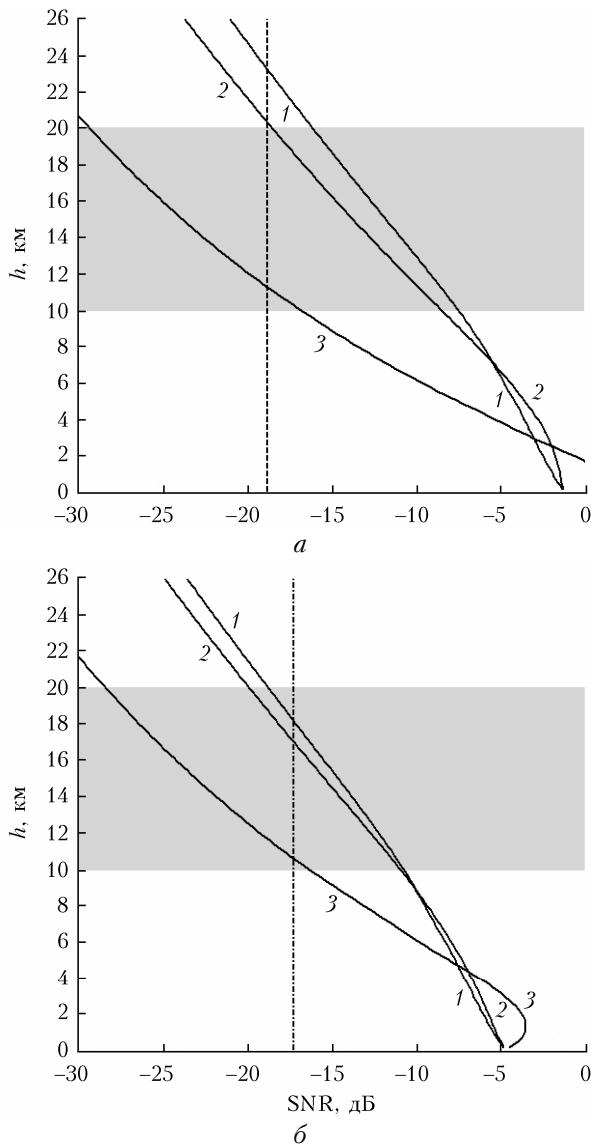


Рис. 6. Высотные профили отношения сигнала-шум для ИКДЛ с энергией зондирующего импульса  $1$  Дж, с  $\lambda = 1$  мкм и  $D = 20$  см (а) и  $\lambda = 2$  мкм и  $D = 30$  см (б) при наилучших (кривые 1), средних (кривые 2) и наихудших (кривые 3) турбулентных условиях распространения света. Штриховая и штрихпунктирная вертикальные линии указывают на пороговые значения  $\text{SNR}_{\text{Thr}} = -18,8$  и  $-17,3$  дБ соответственно

На основании представленных выше расчетов нами были определены зависимости максимальной высоты  $h_{\max}$  измерения скорости ветра с погрешностью не более  $2$  м/с конически сканирующим ИКДЛ в зависимости от  $E_p$ . Параметры измерения скорости ветра с помощью ИКДЛ, работающим на молекулярном рассеянии, приведены в разд. 4.

## 6. Максимальная высота измерения скорости ветра с помощью ИКДЛ, использующего молекулярное рассеяние света, в зависимости от энергии зондирующего импульса

Воспользовавшись показанными на рис. 5 (или рис. 6) кривыми 2 ( $E_p = 1$  Дж,  $D = 20$  см при  $\lambda = 1$  мкм и  $D = 30$  см при  $\lambda = 2$  мкм, средние турбулентные условия распространения света), которые обозначим как  $\text{SNR}_1(h)$ , и пороговыми значениями  $\text{SNR}_{\text{Thr}} = -18,8$  дБ (для  $\lambda = 1$  мкм) и  $-17,3$  дБ (для  $\lambda = 2$  мкм), мы определили зависимости  $h_{\max}(E_p)$  из равенства

$$\text{SNR}_1(h_{\max}) = \text{SNR}_{\text{Thr}} - 10 \lg(E_p), \quad (18)$$

где  $E_p$  задается в Дж, а  $\text{SNR}_1(h)$  и  $\text{SNR}_{\text{Thr}}$  задается в дБ.

На рис. 7 представлены зависимости  $h_{\max}(E_p)$  для ИКДЛ, работающих на молекулярном рассеянии света, с  $\lambda = 1$  и  $2$  мкм. Из данных этого рисунка следует, что для измерений ветра с погрешностью не более  $2$  м/с 1-микронным ИКДЛ на высоте  $10$  км требуется  $E_p \geq 100$  мДж, а на высоте  $20$  км —  $\sim 1$  Дж. Интересно отметить примерно двукратное превышение энергии зондирующего импульса, требуемой для измерения ветра на любой из высот в атмосферном слое  $10\text{--}20$  км, в случае 2-микронного ИКДЛ по сравнению с 1-микронным лидаром. Этому есть простое объяснение, учитывая формулу (11) и то, что в слое  $10\text{--}20$  км эффективности системы  $\eta_s$  для рассматриваемых здесь лидаров на  $\lambda = 1$  и  $2$  мкм близки и составляют  $\sim 0,2$ , коэффициент обратного молекулярного рассеяния  $\beta_{\text{pm}}$  для  $\lambda = 1$  мкм в восемь раз больше, чем для  $\lambda = 2$  мкм, и полоса пропускания  $B$  в два раза меньше для ИКДЛ с  $\lambda = 2$  мкм, чем для 1-микронного лидара.

Таким образом, для получения достоверной информации о ветре вплоть до высоты  $20$  км из измерений ИКДЛ, использующим молекулярное рассеяние зондирующего излучения на длинах волн  $1$  и  $2$  мкм, энергия зондирующего импульса должна составлять  $1\text{--}2$  Дж. Мы предполагаем, что частота следования зондирующих импульсов  $f_p = 1$  кГц. Тогда при  $E_p = 1$  Дж средняя мощность зондирующего излучения  $P_p = E_p f_p$  составляет  $1000$  Вт. Если ИКДЛ с такой большой мощностью не существует или его создание в настоящее время технически не реализуемо, можно получить репрезентативную оценку скорости ветра из измерений ИКДЛ с меньшей мощностью  $P_p$  путем существенного увеличения ширины временного окна  $T_W$  (числа  $L$ ) и времени сканирования  $T_{\text{scan}}$

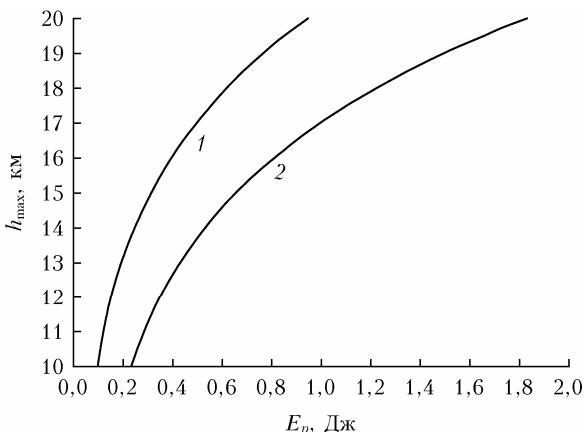


Рис. 7. Зависимости максимальной высоты измерения скорости ветра с помощью ИКДЛ, работающем на  $\lambda = 1$  (кривая 1) и 2 мкм (кривая 2)

(или числа импульсов  $N_a$  для спектральной аккумуляции). Например, увеличение  $T_W$  и  $T_{\text{scan}}$  в 10 раз (продольный размер зондируемого объема  $cT_W/2 = 750$  м; при  $f_p = 1$  кГц суммарная продолжительность измерения  $T_{\text{scan}} = 100$  мин; если число лучей за одно коническое сканирование  $I = 60$ , то  $N_a = 10^5$  и  $\Delta t = 100$  с) обеспечит репрезентативные измерения ветра лидаром с энергией зондирующего импульса  $E_p$  на порядок меньшей (и во столько же раз меньшей средней мощности  $P_p$ ).

## Заключение

Представлены результаты численного исследования возможности использования молекулярного рассеяния света для измерения скорости ветра в атмосферном слое 10–20 км с помощью импульсного когерентного доплеровского лидара наземного базирования. Рассмотрены два случая, когда ИКДЛ работает на длине волны 1 и 2 мкм. Для этих лидаров определены частотные полосы пропускания и предложены способы обработки исходных лидарных данных с целью получения оценок доплеровского спектра, радиальной скорости и компонент вектора скорости ветра.

Для оценки точности лидарных оценок скорости разработан алгоритм численного моделирования спектров мощности лидарного сигнала. С использованием этого алгоритма определены пороговые значения отношения сигнал-шум, выше которых погрешность лидарной оценки скорости ветра не превышает 2 м/с. В численных экспериментах, имитирующих распространение зондирующего излучения в турбулентной атмосфере, определены оптимальные диаметры телескопа ИКДЛ (20 см для 1-микронного и 30 см для 2-микронного лидара),

при которых отношение сигнал-шум максимально в слое 10–20 км для наилучших и средних турбулентных условий распространения света.

Из сопоставления найденных пороговых значений и высотных профилей отношения сигнала-шума получены зависимости максимальной высоты измерения ветра с помощью ИКДЛ, использующего молекулярное рассеяние, от энергии зондирующего импульса. Согласно этой зависимости для 1-микронного ИКДЛ, максимальная высота измерения составляет 10 и 20 км при энергии импульса, соответственно,  $\sim 100$  мДж и 1 Дж. В случае 2-микронного ИКДЛ энергия импульса примерно в 2 раза больше.

**Финансирование.** Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (проект № 19-17-00170-П).

## Список литературы

1. Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. Т. 1. Однократное рассеяние и теория переноса. М.: Мир, 1981. 280 с.
2. Frehlich R.G., Kavaya M.J. Coherent laser radar performance for general atmospheric turbulence // Appl. Opt. 1991. V. 30. P. 5325–5337.
3. Банах В.А., Смалихо И.Н. Когерентные доплеровские ветровые лидары в турбулентной атмосфере. Томск: Изд-во ИОА СО РАН, 2013. 304 с.
4. Зуев В.Е., Креков Г.М. Оптические модели атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1986. 256 с.
5. Spinagine J.D., Chudamani S., Cavanaugh J.F., Buffon J.L. Aerosol and cloud backscatter at 1.06, 1.54, and 0.53  $\mu\text{m}$  by airborne hard-target-calibrated Nd:YAG/metane Raman lidar // Appl. Opt. 1997. V. 36, N 15. P. 3475–3490.
6. Rye B.J. Molecular backscatter heterodyne lidar: A computational evaluation // Appl. Opt. 1998. V. 37, N 27. P. 6321–6328.
7. Tenti G., Boley C.D., Desai R.C. On the kinetic model description of Rayleigh–Brillouin scattering from molecular gases // Canad. J. Phys. 1974. V. 52. P. 285–290.
8. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных. М.: Мир, 1989. 540 с.
9. Татарский В.И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1967. 548 с.
10. Гурвич А.С., Кон А.И., Миронов В.Л., Хмелевцов С.С. Лазерное излучение в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1976. 280 с.
11. Зуев В.Е., Банах В.А., Покасов В.В. Современные проблемы атмосферной оптики. Часть 5. Оптика турбулентной атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1988. 272 с.
12. Gurvich A.S., Gracheva M.E. Simple model for calculation of turbulent noise in optical systems // Phys. Atmos. Ocean. 1980. V. 16, N 10. P. 1107–1111.
13. Kameyama S., Ando T., Asaka K., Hirano Y. Semianalytic pulsed coherent laser radar equation for coaxial and apertured systems using nearest Gaussian approximation // Appl. Opt. 2010. V. 49, N 27. P. 5169–5174.

I.N. Smalikho, V.A. Banakh. Numerical study of possibilities of wind sounding in the atmospheric layer from 10 to 20 km with a ground-based coherent Doppler lidar.

Possibilities of wind speed measurement in the atmospheric layer from 10 to 20 km with a ground-based pulsed coherent Doppler lidar (PCDL) operating on molecular light scattering are numerically studied. Requirements for the parameters of PCDL with sounding radiation wavelengths of 1 and 2  $\mu\text{m}$  for receiving reliable information about the wind speed and direction in the atmospheric layer under study are determined in numerical experiments.