

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ГОРЕНИЯ ПОРОХА

А. Г. Истратов, В. Б. Либрович

(Москва)

В теории горения порохов и взрывчатых веществ Я. Б. Зельдовичем [1] была получена своеобразная зависимость скорости горения от начальной температуры вещества: при понижении температуры происходит падение скорости лишь до определенного предела, а затем устойчивое горение становится невозможным; порох, воспламеняясь, дает лишь отдельные вспышки. Этот температурный предел возможного горения присущ лишь горению конденсированных веществ. В отличие от предела распространения пламени в газах, стационарное решение при низких температурах существует, но оказывается неустойчивым (в газовом пламени под пределом стационарных решений не существует вовсе).

В работе [1] дается критерий, устанавливающий возможность стационарного горения пороха.

$$y = \frac{E_2(T_s - T_0)}{2RT_b^2} \frac{c_{p1}}{c_{p2}} \leq 1 \quad (1)$$

Здесь T_b , T_s , T_0 — температуры сгорания, поверхности и начальная температура пороха соответственно, E_2 — энергия активации химической реакции в газе, c_{p1} и c_{p2} — теплоемкости пороха и газа соответственно.

Однако в экспериментах отмечено [2], что для реальных порохов критерий (1) не выполняется. Можно назвать следующие причины этого. Во-первых, критерий Я. Б. Зельдовича выведен в предположении, что газификация твердого вещества происходит в бесконечно узкой, безынерционной зоне химического превращения (испарения); только в этом случае можно считать, что скорость горения определяется градиентом михельсоновского распределения температуры в конденсированной фазе (k -фазе) пороха у его поверхности. В действительности зона химической реакции имеет конечную протяженность и инерционность. В связи с этим гипотеза Я. Б. Зельдовича об определяющей роли градиента температуры была видоизменена А. Д. Марголиным, который предположил, что скорость горения определяется градиентом температуры в конце зоны реакции, где заканчивается химическое превращение твердого вещества в газообразные продукты. При этом критерий устойчивости приобретает вид

$$y = \frac{E_2(T_s - T_0)}{2RT_b^2} \frac{c_{p1}}{c_{p2}} \leq \left[1 - \frac{q_1}{c_{p1}(T_s - T_0)} \right]^{-1} \quad (2)$$

где q_1 — теплота реакции в k -фазе.

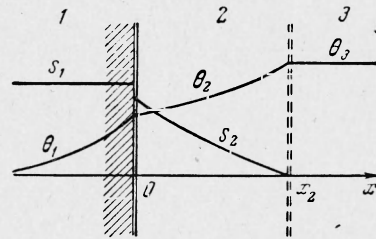
Во-вторых, при выводе критерия Я. Б. Зельдович полагал, что температура поверхности пороха постоянна. Однако ее быстрые изменения, даже малые, оказывают существенное влияние на прилегающий к поверхности участок теплового слоя, сильно изменяя градиент температуры, что сказывается на устойчивости горения. Исследование устойчивости горения с учетом этого второго обстоятельства проводится ниже.

Отметим, что иной подход к изучению устойчивости горения жидких конденсированных систем применил Л. Д. Ландау [3]. Он рассматривал гидродинамический аспект устойчивости. Предполагалось, что пламя находится непосредственно на поверхности горящего вещества, скорость горения не зависит от возмущений (возмущения рассматривались двумерные) и является известной постоянной. Таким образом, в самой постановке задачи Л. Д. Ландау исключалась структура пламени пороха, с которой связана неустойчивость, обнаруженная Я. Б. Зельдовичем.

Срыв устойчивого горения может произойти также из-за взаимодействия колебаний давления в камере сгорания и колебаний скорости горения пороха (см., например, работу Я. Б. Зельдовича [4]). Здесь этот вопрос не рассматривается.

Исследование устойчивости решения, описывающего стационарное горение пороха, проведем методом, примененным Г. И. Баренблаттом, Я. Б. Зельдовичем и А. Г. Истратовым для исследования диффузионно-тепловой устойчивости ламинарного пламени [2]. В методе используется предположение, что химические реакции сосредоточены в узких, пренебрежимо тонких по сравнению с зонами подогрева, областях. Это соответствует химическим реакциям с очень большими энергиями активации.

Примем, что при горении распределения температуры и концентрации имеют вид, изображенный на фиг. 1. Различаются три области. В области 1 происходит нагрев твердого пороха от начальной температуры T_0 до температуры поверхности T_s , затем на границе между областями 1 и 2 в узкой зоне происходит химическая реакция разложения пороха в газообразное вещество. Продукты газификации, перемешиваясь с диффундирующими к поверхности продуктами горения пороха, движутся по поверхности 2 и нагреваются от температуры поверхности до температуры сгорания T_b теплом, поступающим из зоны реакции на стыке зон 2 и 3. Зона 3 заполнена одними продуктами горения пороха.



Фиг. 1

Будем считать все возмущения одномерными. Кроме того, следуя работе [1], предположим, что процессы в газе безынерционны по сравнению с процессами в конденсированной фазе. Это соответствует условию, что отношение плотности газа к плотности пороха весьма мало.

В области 1 возмущения температуры должны удовлетворять обычному уравнению теплопроводности, которое в безразмерной форме имеет вид

$$\frac{\partial \theta_1'}{\partial \tau} + \frac{\partial \theta_1'}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 \theta_1'}{\partial \xi^2} \quad (3)$$

$$\left(\theta = \theta^\circ + \theta' = \frac{T - T_0}{T_b - T_0}, \quad \xi = \frac{u_1 \rho_1 c_{p1}}{\lambda_1} x, \quad \tau = \frac{u_1^2 \rho_1 c_{p1}}{\lambda_1} t \right)$$

Здесь x — координата по нормали к поверхности пороха, t — время, $\rho_1, c_{p1}, \lambda_1$ — плотность, теплоемкость и теплопроводность пороха, u_1 — линейная скорость стационарного горения. Индекс 1 относится к k -фазе пороха, индексы 2, 3 — соответственно к газовой фазе в зонах 2 и 3. Верхний индекс $^\circ$ относится к стационарным величинам, штрих означает возмущение. Для возмущений концентрации реагирующего вещества s_1' получим, положив коэффициент диффузии в k -фазе равным нулю, $s_1' \equiv 0$. Плотность в области 1, очевидно, можно также считать постоянной.

В областях 2 и 3, занятых газом, для возмущений температуры и концентрации получим уравнения

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta_2'}{\partial \xi} + j' \frac{\partial \theta_2^\circ}{\partial \xi} &= \frac{\lambda}{c_p} \frac{\partial^2 \theta_2'}{\partial \xi^2}, & \frac{\partial s_2'}{\partial \xi} + j' \frac{\partial s_2^\circ}{\partial \xi} &= \frac{\lambda}{c_p} \frac{\partial^2 s_2'}{\partial \xi^2} \\ \frac{\partial \theta_3'}{\partial \xi} &= \frac{\lambda}{c_p} \frac{\partial^2 \theta_3'}{\partial \xi^2} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\left(\lambda = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\lambda_3}{\lambda_1}, \quad c_p = \frac{c_{p2}}{c_{p1}} = \frac{c_{p3}}{c_{p1}}, \quad j' = \frac{(\rho_2 u_2)'}{\rho_1 u_1} \right)$$

Отсутствие в уравнениях (4) членов с производными по времени связано с предположением об относительно малой плотности газа; как легко убедиться, эти члены

порядка $\rho_2/\rho_1 \ll 1$. По той же причине из уравнения неразрывности следует, что возмущение массового потока $j' = (\rho_2 w_2)' / \rho_1 u_1$ постоянно вдоль зон 2 и 3. Зависимость возмущений от времени в этих областях квазистационарна — время входит как параметр через граничные условия. Несмотря на малую плотность газа, массовый поток вещества от поверхности пороха следует считать конечным, так как он равен массовой скорости горения. Введение бесконечно большой линейной скорости оттока газов вовсе не означает, что газовое пламя должно быть сильно удалено от поверхности пороха; существенным параметром здесь является именно массовая, а не линейная скорость.

Уравнения диффузии в зоне 3 писать не нужно, так как в этой области концентрация реагирующего вещества равна нулю (полное сгорание).

Предполагается также, что теплоемкости и коэффициенты переноса постоянны, причем число Льюиса равно единице.

Напомним стационарные распределения температуры и концентрации [1]

$$\begin{aligned} \theta_1^\circ &= \theta_s^\circ e^{\xi} & \left(\theta_s^\circ = \frac{T_s - T_0}{T_b - T_0} \right) \\ \theta_2^\circ &= 1 - \frac{\Delta_2}{c_p} \left[1 - \exp \frac{c_p}{\lambda} (\xi - \xi^\circ) \right] & \left(\Delta_2 = \frac{q_2}{c_{p1}(T_b - T_0)} \right) \\ s_2^\circ &= 1 - \exp \frac{c_p}{\lambda} (\xi - \xi^\circ), & \theta_3^\circ = 1 \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь q_2 — тепловой эффект реакции в газе, ξ° — расстояние зоны реакции в газе от поверхности пороха при стационарном режиме горения.

Решения уравнений (3), (4) должны удовлетворять, помимо естественных условий на бесконечности, условиям сшивки на границах между зонами, т. е. условиям на зонах реакции. Как в работе [5], допустим, что зоны реакции являются поверхностями слабых разрывов температуры и концентрации, и напишем для них линеаризованные законы сохранения. При этом учтем следующие обстоятельства.

Сами поверхности реакции могут испытывать малые смещения. Пусть поэтому координата зоны реакции в k -фазе (между зонами 1 и 2) будет $\zeta_1 = \zeta_1^\circ + \zeta_1'(\tau)$ (стационарное положение зоны $\zeta_1^\circ = 0$); для газа соответственно $\zeta_2 = \zeta_2^\circ + \zeta_2'(\tau)$; ($\zeta_2^\circ = \xi^\circ$).

Будем считать, что изменения скорости химических реакций w_1 и w_2 , к которым приведет возмущение стационарного состояния, обусловлены целиком изменением температуры T_s и T_r на соответствующих поверхностях в k -фазе и в газе. Такое предположение естественно при больших энергиях активации химических реакций E_1 и E_2 . В стационарном состоянии скорости реакций равны массовой скорости сгорания, поэтому скорости реакции в k -фазе и в газе соответственно можно записать в виде

$$\begin{aligned} \rho_1 w_1 &= \rho_1 u_1 \left(1 + \frac{d \ln w_1^\circ}{dT_s} T_s' \right) & \left(\frac{d \ln w_1^\circ}{dT_s} = \frac{E_1}{2RT_s^2} \right) \\ \rho_2 w_2 &= \rho_1 u_1 \left(1 + \frac{d \ln w_2^\circ}{dT_r} T_r' \right) & \left(\frac{d \ln w_2^\circ}{dT_r} = \frac{E_2}{2RT_b^2} \right) \end{aligned}$$

или в безразмерном виде

$$\begin{aligned} m_1 &= \frac{\rho_1 w_1}{\rho_1 u_1} = 1 + z_1 \theta_s' & \left(z_1 = \frac{E_1 (T_b - T_0)}{2RT_s^2} \right) \\ m_2 &= \frac{\rho_2 w_2}{\rho_1 u_1} = 1 + z_2 \theta_r' & \left(z_2 = \frac{E_2 (T_b - T_0)}{2RT_b^2} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

В глубине пороха возмущения должны затухать; условие затухания возмущений в газе вдали от поверхности пороха является слишком жестким из-за предположения о бесконечной линейной скорости газового потока, достаточно считать возмущения конечными.

Таким образом,

$$\theta_1' \rightarrow 0 \quad \text{при } \xi \rightarrow -\infty, \quad \theta_3' < \infty \quad \text{при } \xi \rightarrow +\infty \quad (7)$$

На поверхности пороха ($\xi = 0$) должны осуществляться:
непрерывность температуры

$$\frac{d\theta_1^\circ}{d\xi} \zeta_1' + \theta_1' = \frac{d\theta_2^\circ}{d\xi} \zeta_1' + \theta_2' = \theta_s' \quad (8)$$

сохранение потока тепла (с учетом тепловыделения в зоне реакции)

$$(1 - c_p)(\theta_s^\circ + \theta_0^\circ) \frac{d\zeta_1'}{d\tau} - (1 - c_p)\theta_s' + \frac{d^2\theta_1^\circ}{d\xi^2} \zeta_1' + \frac{\partial\theta_1'}{\partial\xi} - \lambda \frac{d^2\theta_2^\circ}{d\xi^2} \zeta_1' - \\ - \lambda \frac{\partial\theta_2'}{\partial\xi} = \Delta_1 z_1 \theta_s' \quad \left(\theta_0^\circ = \frac{T_0}{T_b - T_0}, \quad \Delta_1 = \frac{q_1}{c_{p1}(T_b - T_0)} \right) \quad (9)$$

условие полного потребления реагирующего вещества

$$-d\zeta_1' / d\tau = z_1 \theta_s' \quad (10)$$

сохранение потока вещества s_2 (с учетом его производства на поверхности пороха)

$$-s_2^\circ \frac{d\zeta_1'}{d\tau} + \frac{ds_2^\circ}{d\xi} \zeta_1' + s_2' - \frac{\lambda}{c_p} \frac{d^2s_2^\circ}{d\xi^2} \zeta_1' - \frac{\lambda}{c_p} \frac{\partial s_2'}{\partial\xi} = z_1 \theta_s' \quad (11)$$

непрерывность потока массы

$$j' = -d\zeta_1' / d\tau \quad (12)$$

На поверхности зоны реакции в газе ($\xi = \xi^{\circ}$) надо учесть: непрерывность температуры

$$\frac{d\theta_2^\circ}{d\xi} \zeta_2' + \theta_2' = \theta_3' = \theta_r' \quad (13)$$

непрерывность концентрации вещества s_2

$$\zeta_2' ds_2^\circ / d\xi + s_2' = 0 \quad (14)$$

сохранение потока тепла (с учетом тепловыделения в зоне реакции)

$$\lambda \frac{d^2\theta_2^\circ}{d\xi^2} \zeta_2' + \lambda \frac{\partial\theta_2'}{\partial\xi} - \lambda \frac{\partial\theta_3'}{\partial\xi} = \Delta_2 z_2 \theta_r' \quad (15)$$

условие полного потребления вещества s_2

$$-\frac{\lambda}{c_p} \frac{d^2s_2^\circ}{d\xi^2} \zeta_2' - \frac{\lambda}{c_p} \frac{\partial s_2'}{\partial\xi} = z_2 \theta_r' \quad (16)$$

В условиях (8)–(16) отношение плотности газа к плотности пороха полагалось равным нулю.

Заметим, что для схемы горения пороха Я. Б. Зельдовича (постоянная температура поверхности пороха, порох газифицируется под воздействием только внешнего потока тепла) уравнения (3), (4) остаются теми же. Изменяются лишь некоторые условия на поверхности пороха. Вместо условий (8)–(11) следует писать: условия постоянства температуры поверхности пороха

$$\frac{d\theta_1^\circ}{d\xi} \zeta_1' + \theta_1' = 0, \quad \frac{d\theta_2^\circ}{d\xi} \zeta_1' + \theta_2' = 0 \quad (17)$$

сохранения потока тепла (с учетом его потребления в зоне газификации пороха)

$$(1 - c_p)(\theta_s^\circ + \theta_0^\circ) \frac{d\xi_1'}{d\tau} + \frac{d^2\theta_1^\circ}{d\xi^2} \xi_1' + \frac{\partial\theta_1'}{\partial\xi} - \lambda \frac{d^2\theta_2^\circ}{d\xi^2} \xi_1' - \lambda \frac{\partial\theta_2'}{\partial\xi} = \Delta_1 \frac{d\xi_1'}{d\tau} \quad (18)$$

сохранения потока вещества s_2 (с учетом его производства при газификации)

$$-s_2^\circ \frac{d\xi_1'}{d\tau} + \frac{ds_2^\circ}{d\xi} \xi_1' + s_2' - \frac{\lambda}{c_p} \frac{d^2s_2^\circ}{d\xi^2} \xi_1' - \frac{\lambda}{c_p} \frac{\partial s_2'}{\partial\xi} = -\frac{d\xi_1'}{d\tau} \quad (19)$$

Решения уравнений (3), (4) и смещения поверхностей сгорания можно записать в виде

$$\begin{aligned} \theta_1' &= a \exp(r\xi + \omega\tau) \quad (r = 1/2(1 + \sqrt{1 + 4\omega})) \\ \theta_2' &= be^{\omega\tau} + c \exp\left(\frac{c_p}{\lambda} \xi + \omega\tau\right) - j \frac{\Delta_2}{\lambda} \omega \xi \exp\left[\frac{c_p}{\lambda} (\xi - \xi^\circ) + \omega\tau\right] \\ s_2' &= ke^{\omega\tau} + l \exp\left(\frac{c_p}{\lambda} \xi + \omega\tau\right) + f \frac{c_p}{\lambda} \omega \xi \exp\left[\frac{c_p}{\lambda} (\xi - \xi^\circ) + \omega\tau\right] \\ \theta_3' &= de^{\omega\tau}, \quad \xi_1' = fe^{\omega\tau}, \quad \xi_2' = ge^{\omega\tau} \end{aligned} \quad (20)$$

Решения (20) уже удовлетворяют условиям на бесконечности (7); знак величины r выбран с таким расчетом, чтобы неустойчивое решение ($\text{Re } \omega > 0$), которое отыскивается, стремилось к нулю при $\xi \rightarrow -\infty$.

После подстановки решений (20) и (5) в условия (8)–(16) найдем алгебраическую систему линейных однородных уравнений для определения постоянных a, b, c, d, f, g, k, l . Приравняв определитель системы нулю и раскрывая его, получим уравнение относительно комплексной частоты ω

$$2\omega(y - 1) + y + \sigma\omega = (y + \sigma\omega)(1 + 4\omega)^{1/2} \quad (21)$$

$$\left(y = \frac{z_2\theta_s^\circ}{c_p} = \frac{E_2(T_s - T_0)}{2RT_b^2} \frac{c_{p1}}{c_{p2}}, \quad \sigma = \frac{z_2}{z_1c_p} = \frac{E_2T_s^2}{E_1T_b^2} \frac{c_{p1}}{c_{p2}} \right)$$

Корни этого уравнения

$$\begin{aligned} \omega_1 &= 0, \quad \omega_{2,3} = 1/2\sigma^{-2}\{(y - 1)^2 - (y + 1)\sigma \pm \\ &\pm [(y - 1)^2(\sigma^2 - 2(y + 1)\sigma + (y - 1)^2)]^{1/2}\} \end{aligned} \quad (22)$$

Заметим, что возмущения, соответствующие корню $\omega_1 = 0$, возникают при смещении вдоль оси x первоначальных стационарных распределений величин без изменения их формы. Возможность таких возмущений непосредственно следует из используемых уравнений диффузии и теплопроводности, которые инвариантны относительно смещения оси x . Это свойство инвариантности использовалось в работе [6] для исследования устойчивости ламинарного пламени. В этой же работе впервые было обращено внимание на то, что присутствие «трансляционных» возмущений не свидетельствует о неустойчивости решения.

Ввиду того что в процессе решения уравнения (21) приходилось возводить в квадрат, полученные корни надлежит проверить подстановкой в исходное уравнение с целью исключения лишних корней. Оказывается, что при $y > 1$, $\sigma \leq 2(y + 1)$ уравнение имеет все три корня, при $y > 1$, $\sigma > 2(y + 1)$ корней два — ω_1 и ω_2 (со знаком +), при $y < 1$, $\sigma \leq 2(y + 1)$ корень один — ω_1 , при $y < 1$, $\sigma > 2(y + 1)$ корней два — ω_1 и ω_3 (со знаком —), при значении $y = 1$ уравнению удовлетворяют корни ω_1 и $\omega_2 = \omega_3 = -1/\sigma$.

