

ОПТИКА СЛУЧАЙНО-НЕОДНОРОДНЫХ СРЕД

УДК 535.24; 535.6

Распределение вероятностей сильных флуктуаций интенсивности вихревых лазерных пучков в турбулентной атмосфере

В.П. Аксенов¹, В.В. Дудоров¹, В.В. Колосов^{1,2*}

¹Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН

634055, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1

²Томский научный центр СО РАН

634021, г. Томск, пр. Академический, 10/4

Поступила в редакцию 27.09.2017 г.

На основе численного эксперимента исследуются законы распределения флуктуаций интенсивности лазерных пучков, распространяющихся в атмосфере. Выполнено сравнение функций плотности вероятностей интенсивности фундаментального гауссова пучка и пучка, обладающего орбитальным угловым моментом (вихревого пучка), в зависимости от положения точек наблюдения в поперечной плоскости. Предложена аналитическая модель плотности распределения вероятностей флуктуаций интенсивности, описывающая эту функцию для режимов сильных (когда дисперсия флуктуаций интенсивности принимает наибольшие значения) и насыщенных флуктуаций интенсивности.

Ключевые слова: вихревой пучок, турбулентная атмосфера, флуктуации интенсивности, функция распределения вероятностей; vortex beam, turbulent atmosphere, intensity fluctuations, probability density functions.

Введение

Для прогнозирования влияния атмосферной турбулентности на функционирование оптических систем в турбулентной атмосфере важно знать статистические свойства флуктуаций интенсивности используемых в таких системах лазерных пучков. Наиболее полно статистику таких флуктуаций (сцинтилляций) характеризуют функция распределения вероятностей или функция плотности вероятностей (ФПВ). Желательно иметь такое теоретическое распределение, которое с минимальной погрешностью моделирует флуктуации интенсивности в плоскости приемной апертуры при всех возможных условиях распространения.

Мерой турбулентных искажений волнового пучка, как правило, является параметр Рытова $\beta_0^2 = 1,23C_n^2 k^{7/6} z^{11/6}$, определяемый структурной характеристикой показателя преломления C_n^2 , длиной трассы z и волновым числом распространяющегося излучения k [1]. В зависимости от величины этого параметра условия распространения подразделяются на режим слабых флуктуаций (слабой турбулентности), когда $\beta_0^2 \leq 0,3$, режим насыщенных флуктуаций (насыщенной турбулентности), когда $\beta_0^2 \geq 10$, и промежуточные условия, отвечающие значениям $\beta_0^2 \approx 5$

и называемые режимом сильной фокусировки (умеренной турбулентности). Совокупность режимов сильной фокусировки и насыщенных флуктуаций называется режимом сильных флуктуаций.

Функция плотности вероятности изучается очень активно [1–8]. Предложенные к настоящему времени теоретические модели включают логарифмически нормальное, экспоненциальное, K -распределение, логарифмически нормальное, промодулированное экспоненциальным, логнормальное, промодулированное распределением Риччи (также известное как распределение Бекмана) и гамма-гамма (гамма распределение, промодулированное гамма распределением) распределения. Некоторые из этих распределений были предложены для разной интенсивности турбулентности – от слабой до насыщенной.

Наиболее распространенными являются логнормальное и гамма-гамма распределения [4]. Они проверялись на результатах численного моделирования распространения гауссова лазерного пучка через статистически однородную и изотропную турбулентность. Исследовались законы распределения флуктуаций интенсивности на оси пучка или законы распределения флуктуаций светового потока, принятого апертурой конечных размеров. Неоднократно выполнялась экспериментальная проверка предложенных моделей распределений [3, 5, 7–10].

Несмотря на большое количество теоретических моделей ФПВ, они не срабатывают для значительного числа реализующихся в атмосфере условий

* Валерий Петрович Аксенов (avr@iao.ru); Вадим Витальевич Дудоров (dvv@iao.ru); Валерий Викторович Колосов (kvv@iao.ru).

распространения. Например, логарифмически нормальное распределение существенно занижает частоту появления гигантских выбросов интенсивности света, наблюдающихся в режиме сильных флуктуаций [10]. Некоторые виды распределений содержат параметры подгонки, напрямую не связанные со значениями измеряемых статистических характеристик флуктуаций интенсивности (как правило, средняя интенсивность и дисперсия флуктуации интенсивности). Эти характеристики в основном поддаются расчетам с помощью существующих теорий распространения лазерных пучков в турбулентной среде.

Не изученными в полной мере остаются законы распределения вероятностей флуктуаций интенсивности по сечению пучка. Такие исследования становятся актуальными в связи с применением пучков специального вида, экзотических пучков [11]. Особое внимание уделяется вихревым пучкам, обладающим орбитальным угловым моментом [12, 13].

Ранее мы установили [14], что в области слабой турбулентности ($\beta_0^2 \leq 0,3$) индекс мерцаний вихревого лаггерр-гауссова пучка отвечает режиму насыщенных флуктуаций на оси и на периферии пучка и режиму слабых флуктуаций в максимуме средней интенсивности. В [15] мы исследовали ФПВ гауссова, лаггерр-гауссова пучков и пучка, являющегося результатом сложения световых полей матрицы волоконных лазеров [13]. В этой работе ФПВ строились для разных положений точки наблюдения в поперечном сечении пучков: на их оси, на ярком кольце, где интенсивность максимальна (для вихревых пучков), и на периферии пучков. Было установлено, что для условий распространения излучения в турбулентной атмосфере, соответствующих слабой турбулентности, индекс мерцаний на оси гауссова пучка оказывается много меньше единицы, а флуктуации интенсивности подчиняются логнормальному распределению вероятностей. Такой же результат имел место и на кольце лаггерр-гауссова пучка, где его средняя интенсивность максимальна. В то же время на оси вихревого пучка индекс мерцания был равен единице, как и в [14], а ФПВ хорошо аппроксимировалась экспоненциальным распределением, характерным для насыщенных флуктуаций. Подобный результат воспроизводился на периферии как лаггерр-гауссова, так и гауссова пучков. В тех точках поперечного сечения этих пучков, где индекс мерцания принимал значения между нулем и единицей, функции плотности вероятности интенсивности пучков хорошо аппроксимировались гамма-распределением [16], при малом индексе мерцаний близким к логнормальному [17].

В настоящей работе на основе численного моделирования распространения лазерных пучков в атмосфере в условиях сильной турбулентности мы сравниваем функции плотности вероятностей флуктуаций интенсивности вихревого лаггерр-гауссова и фундаментального гауссова пучков. Исследуются ФПВ двух пучков в различных точках их поперечных сечений. Проводится сравнение численных результатов с известными аналитическими моделями (логнормальным, экспоненциальным, гамма-гамма

распределениями) [4]. Построенные по результатам численного моделирования распространения световых пучков в атмосфере плотности распределения вероятностей аппроксимируются предложенным в настоящей статье «дробным экспоненциальным» распределением.

1. Численная модель

Моделирование распространения лазерных пучков выполнялось на основе решения параболического волнового уравнения [18]. Атмосферная турбулентность моделировалась набором фазовых экранов [19–21]. Алгоритмы моделирования были организованы так же, как в [13, 14]. Использовался модифицированный спектр флуктуаций показателя преломления Эндруса [4]:

$$\Phi_n(\mathbf{\kappa}, 0) = 0,033C_n^2 \frac{\exp(-\kappa^2/\kappa_a^2)}{(\kappa^2 + \kappa_0^2)^{11/6}} \times \left[1 + 1,802 \frac{\kappa}{\kappa_a} - 0,254 \left(\frac{\kappa}{\kappa_a} \right)^{7/6} \right], \quad (1)$$

где $\kappa_0 = 2\pi/M_0$, $\kappa_a = 3,3/m_0$, m_0 и M_0 – внутренний и внешний масштабы атмосферной турбулентности. Предполагалось, что внешний масштаб атмосферной турбулентности $M_0 = 20a$, а внутренний масштаб $m_0 = 0,08a$. Здесь a – радиус лазерного пучка в начальной плоскости. Турбулентность предполагалась изотропной и однородной. Турбулентные условия вдоль трассы распространения излучения были заданы с помощью параметра β_0^2 . На основе полученного в результате численного моделирования массива случайных реализаций ($N = 5000$) волнового поля $E_i(\mathbf{r}, z)$ рассчитывались случайные значения интенсивности поля $I_i(\mathbf{r}, z) = |E_i(\mathbf{r}, z)|^2$. Затем строились гистограммы. Далее с использованием процедуры сглаживания аппроксимировалась ФПВ. Кроме того, определялась функция распределения вероятностей интенсивности. Строилась не теоретическая, а выборочная (эмпирическая) функция распределения с использованием стандартной формулы [22]:

$$F_N(I) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \theta(I - I_i) \quad (2)$$

($\theta(I)$ – функция Хевисайда).

Исследовались статистические характеристики флуктуаций интенсивности пучка Лаггерра–Гаусса LG_0^l с начальным распределением поля

$$E(r, \theta, z = 0) = \left(\sqrt{2} \frac{r}{a} \right)^{|l|} \exp\left(-\frac{r^2}{a^2}\right) \exp[i l \theta], \quad (3)$$

где $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ и $\theta = \arctan(y/x)$ – полярные координаты; l – значение топологического заряда. Уравнение (3) описывает гауссов пучок, если $l = 0$, и циркулярную моду LG_0^1 лаггерр-гауссова пучка, если $l = 1$.

2. Результаты численного моделирования

Результаты расчета функции плотности вероятности и функции распределения вероятностей флуктуаций интенсивности, полученные в численном эксперименте (непрерывные кривые), приведены на рис. 1–7. Для сравнения с результатами численного моделирования использовались известные аналитические модели ФПВ. Среди них логарифмически нормальное распределение

$$P_{LN}(I) = \frac{1}{I(r)\xi\sqrt{2\pi}} \exp\left[-(\ln I(r) - \mu)^2 / 2\xi^2\right], \quad (4)$$

где $\xi^2 = \ln(1 + \sigma_I^2)$; $\mu = \ln\left(\frac{\langle I(r) \rangle}{\sqrt{1 + \sigma_I^2}}\right)$, $\langle I(r) \rangle$ – средняя

интенсивность (угловые скобки обозначают усреднение по ансамблю реализаций среды),

$$\sigma_I^2(r) = \frac{B_I(r)}{\langle I(r) \rangle^2} \quad (5)$$

– относительная дисперсия флуктуаций интенсивности (индекс мерцаний),

$$B_I(r) = \langle I(r)^2 \rangle - \langle I(r) \rangle^2 \quad (6)$$

– дисперсия флуктуаций интенсивности.

Логарифмически нормальную ФПВ (4) чаще всего используют для условий слабой турбулентности.

Экспоненциальная ФПВ

$$P_E(I) = \frac{1}{\langle I(r) \rangle} \exp\left(-\frac{I}{\langle I(r) \rangle}\right) \quad (7)$$

– это модель ФПВ для режима насыщенных флуктуаций ($\sigma_I^2(r) \rightarrow 1$).

Универсальной моделью распределения, подходящей для всего диапазона турбулентных условий, принято считать гамма-гамма ФПВ [4, 23] (по крайней мере, для точечного приемника излучения [9]):

$$P_{GG}(I) = \frac{2(\alpha\beta)^{(\alpha+\beta)/2}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} I_n^{(\alpha+\beta)/2-1} K_{\alpha-\beta}(2\sqrt{\alpha\beta}I_n), \quad (8)$$

где $I_n(r) = \frac{I(r)}{\langle I(r) \rangle}$; $\Gamma(x)$ – гамма-функция; $K_\nu(x)$ –

модифицированная функция Бесселя второго рода; α, β – параметры ФПВ, эффективные числа крупномасштабных и мелкомасштабных рассеивателей соответственно [23]. Эти параметры связаны с индексом мерцаний $\sigma_I^2(r)$ равенством

$$\sigma_I^2(r) = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\alpha\beta}. \quad (9)$$

Преимущества модели ФПВ (8) и результаты ее применения для плоской и сферической волн приведены в [4, 23]. Следует отметить, однако, что использование аналитических оценок α, β [4] не во всех

случаях приводит к достаточно хорошему совпадению распределения (8) и распределения, полученного по результатам численного моделирования, что делает необходимым дополнительную корректировку этих параметров.

2.1. Умеренная турбулентность

Исследования [15] были выполнены для условий, когда индекс мерцания лазерных пучков принимал значения $0 < \sigma_I^2(r) \leq 1$ и плотность вероятности флуктуаций интенсивности этих пучков можно было достаточно хорошо аппроксимировать гамма-распределением

$$P_G(I) = \frac{m^m I^{m-1}}{\Gamma(m)\langle I \rangle^m} \exp\left(-\frac{mI}{\langle I \rangle}\right) \quad (10)$$

с параметром $m = [\sigma_I^2(r)]^{-1}$. Когда $\sigma_I^2(r) > 1$, модель (10) становится непригодной, так как в этом случае плотность вероятностей обращается в бесконечность для нулевых значений $I(r)$. Поэтому необходимо использовать другую аппроксимацию, которая, как и (10), будет преобразовываться в модель (7), если $\sigma_I^2(r) = 1$.

Оказывается, в качестве такой модели ФПВ может выступать функция

$$P_F(I) = \frac{\Gamma(2/m)}{\Gamma^2(1/m)} \frac{m}{\langle I \rangle} \exp\left[-\left(\frac{\Gamma(2/m)}{\Gamma(1/m)}\right)^m \left(\frac{I}{\langle I \rangle}\right)^m\right] \quad (11)$$

с параметром m , который находится из соотношения

$$\sigma_I^2(r) + 1 = \frac{\Gamma(1/m)\Gamma(3/m)}{\Gamma^2(2/m)}. \quad (12)$$

Если относительная дисперсия флуктуаций интенсивности $\sigma_I^2(r) = 1$, то из выражения (12) получаем, что $m = 1$ и (11) преобразуется в экспоненциальное распределение (7). Для $\sigma_I^2(r) > 1$ параметр $m < 1$. При этом чем больше значения $\sigma_I^2(r)$, тем меньше значения принимает m . В частности, для индекса мерцаний $\sigma_I^2(r) = 2$ параметр $m \approx 0,557$. Назовем модель (11)–(12) дробным экспоненциальным распределением.

Представленные на рис. 1 распределения получены на дистанции $z = 0,1z_d$ ($z_d = 0,5ka^2$ – длина Рэля, k – волновое число) для условий, близких к умеренной турбулентности на трассе ($\beta_0^2 = 1$). Сплошные кривые построены по результатам численного моделирования, штриховые кривые соответствуют экспоненциальной плотности вероятности (7), а пунктирные кривые построены по формулам (11), (12). Здесь и на всех последующих рисунках величина интенсивности I нормирована на свое максимальное значение в исходной плоскости.

Видно, что при $\sigma_I(r) > 1,1$ полученные в численных расчетах распределения плотности вероятности становятся отличными от экспоненциального распределения и хорошо аппроксимируются дробным экспоненциальным распределением.

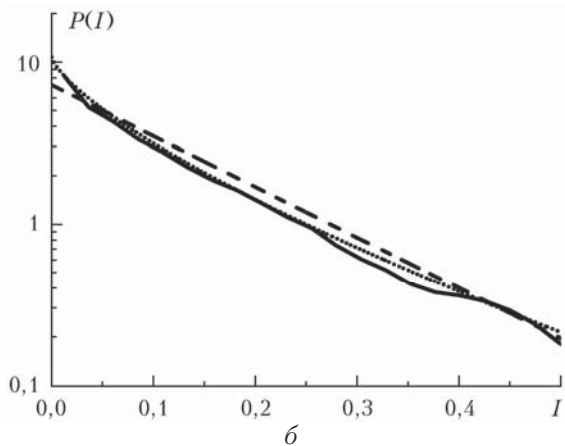
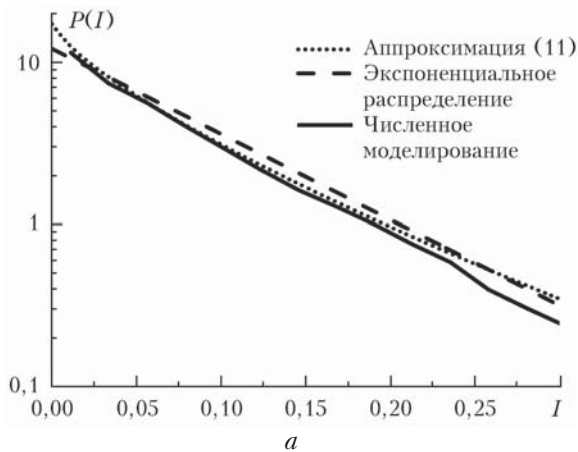


Рис. 1. Функция плотности вероятностей для гауссова пучка ($l = 0$) в точке $r = 1,2a$ (а) и для лаггер-гауссова пучка ($l = 1$) в точке $r = 0,08a$ (б): $\sigma_I(r) = 1,17$ (а) и $1,19$ (б); $m = 0,748$ (а) и $0,724$ (б)

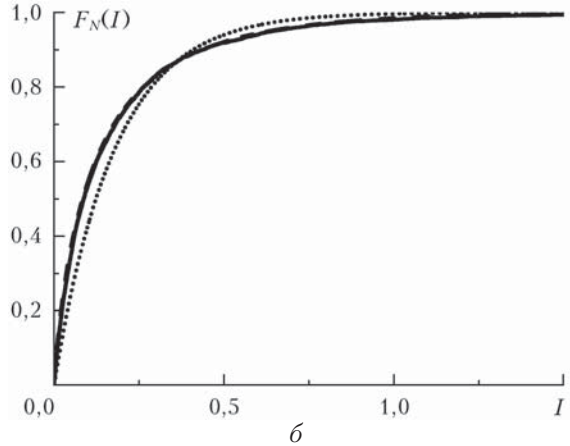
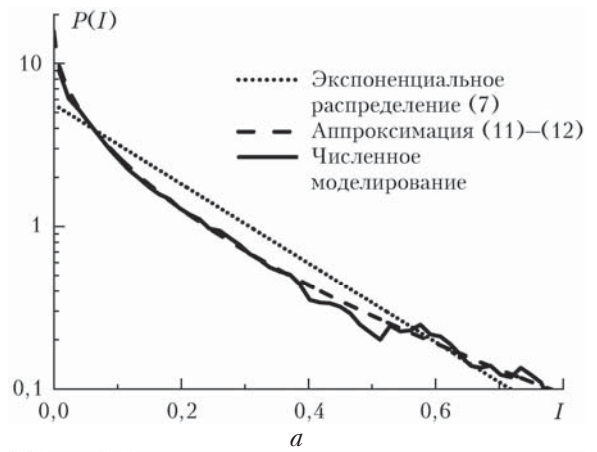


Рис. 2. Функция плотности вероятностей (а) и функция распределения вероятностей (б) флуктуаций интенсивности лаггер-гауссова пучка в точке $r = 1,08a$: $\sigma_I(r) = 1,50$; $m = 0,514$; $z = 0,1z_d$

На рис. 2 приведены результаты расчета распределений вероятностей флуктуаций интенсивности лаггер-гауссова пучка для дистанции $z = 0,1z_d$ и условий умеренной турбулентности на трассе ($\beta_0^2 = 1,0$). С ростом $\sigma_I(r)$ отличие плотности распределения, полученной в численных расчетах, от экспоненциального распределения возрастает. Видно, что аппроксимация (11)–(12) дает удовлетворительное совпадение для функции плотности вероятности и функции распределения вероятностей флуктуаций интенсивности.

На рис. 3, 4 представлены результаты численных расчетов в сравнении с логнормальным, гамма-гамма и дробным экспоненциальным распределениями. Расчеты выполнены для функций распределения и плотности вероятностей флуктуаций интенсивности лаггер-гауссова пучка на разных расстояниях от центра пучка для условий умеренной турбулентности; длина атмосферной трассы равна длине дифракции Рэлея. Параметры гамма-гамма распределения (8) α и β здесь и далее были найдены путем подгонки к распределению, найденному численно.

Видно, что аппроксимации функций плотности вероятности гамма-гамма распределением и экспоненциальным дробным распределением ведут себя по-разному, особенно в области малых значений

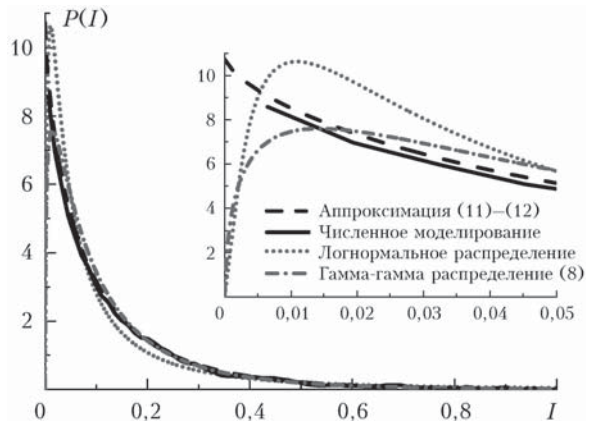


Рис. 3. Функция плотности вероятностей интенсивности лаггер-гауссова пучка в точке $r = 0,08a$: $\sigma_I(r) = 1,19$; $m = 0,724$; $z = z_d$. Параметры гамма-гамма распределения $\alpha = 1,7950$; $\beta = 1,7935$. На врезке изображены увеличенные участки соответствующих кривых

интенсивности. Дробное экспоненциальное распределение (11)–(12) стремится к конечной величине, а логнормальное (4) и гамма-гамма (8) распределения стремятся к нулю, когда $I \rightarrow 0$. В случае логнормального распределения отличие от численных результатов большее по сравнению с двумя другими.

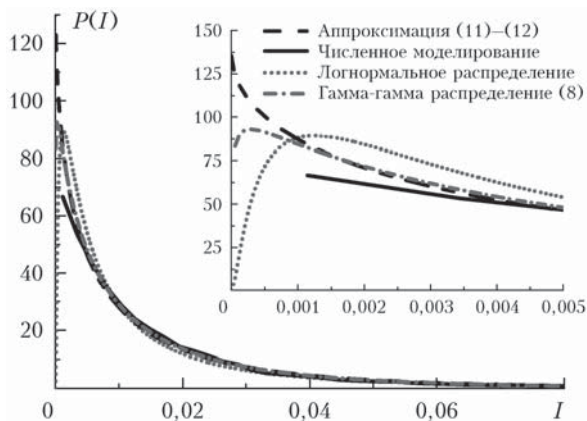


Рис. 4. Функция плотности вероятностей интенсивности лаггер-гауссова пучка в точке $r = 0,133a$: $\sigma_I(r) = 1,42$; $m = 0,555$; $z = z_d$. Параметры гамма-гамма распределения $\alpha = 1,3620$; $\beta = 1,3617$

2.2. Сильная турбулентность

На рис. 5–7 представлены результаты расчета функций плотности вероятностей и функций распределения вероятностей флуктуаций интенсивности гауссова пучка для дистанций разной длины и условий сильной турбулентности на трассе ($\beta_0^2 = 10,0$). Результаты приведены для точек в поперечном сечении пучков, для которых индекс мерцания превышает значение $\sigma_I^2(r) > 3,0$.

На рис. 5 расчетные данные сравниваются с экспоненциальным и дробным экспоненциальным распределениями; на рис. 6, 7 — с дробным экспоненциальным, логнормальным и гамма-гамма распределениями.

Видно, что в условиях сильной турбулентности законы распределения вероятностей флуктуаций интенсивности качественно не изменяются по сечению пучка. Здесь параметры гамма-гамма распределения $P_{GG}(I)$ (8) α и β определены путем подгонки к распределению, найденному численно. Однако можно показать, что распределение (8) предусматривает, что эти параметры должны удовлетворять требованиям $\alpha \geq 1$, $\beta \geq 1$, при невыполнении которых мы приходим к результату, противоречащему, на наш взгляд, физике рассматриваемых явлений: $P_{GG}(I) \rightarrow \infty$, если $I \rightarrow 0$. Эта локальная особенность $P_{GG}(I)$ связана с подобной же особенностью гамма-распределения (10). Ввиду этой особенности $P_{GG}(I)$ и рассчитанных значений α и β поведение соответствующих кривых на рис. 6, 7 нельзя признать достоверным (особенно в области малых I).

Заключение

В работе изложены результаты исследования закономерностей флуктуаций интенсивности вихревых лазерных пучков, распространяющихся в атмосфере в режиме сильных флуктуаций. Расчеты выполнены для значений параметра Рытова $\beta_0^2 = 1,0$; $10,0$, что соответствует условиям умеренной и сильной

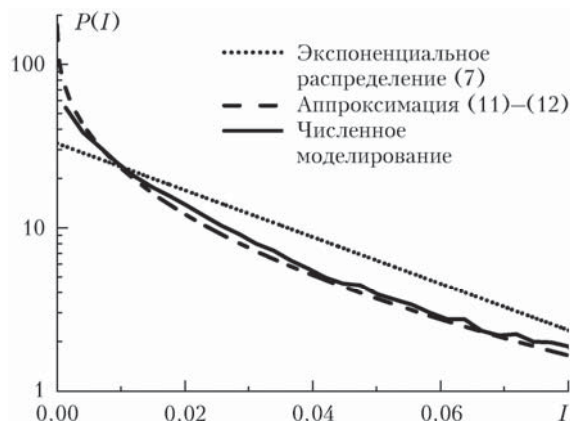


Рис. 5. Функция плотности вероятностей (а) и функция распределения вероятностей (б) флуктуаций интенсивности гауссова пучка в точке $r = 1,9a$: $\sigma_I(r) = 1,81$; $m = 0,403$; $z = 0,1z_d$

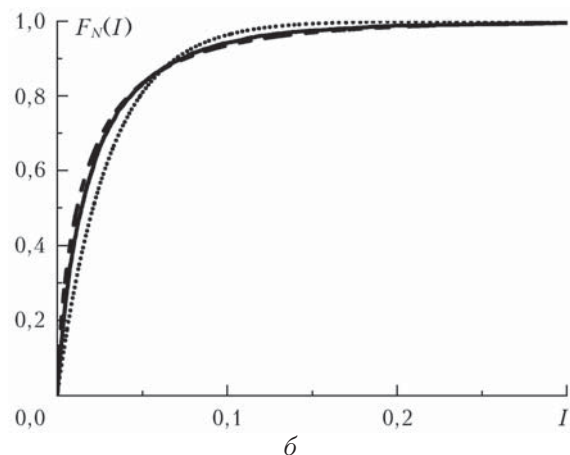


Рис. 6. Функция плотности вероятностей интенсивности гауссова пучка в точке $r = 6,59a$: $\sigma_I(r) = 1,84$; $m = 0,395$; $\beta_0^2 = 10,0$; $z = 10z_d$. Параметры гамма-гамма распределения $\alpha = 1,5895$; $\beta = 0,5889$

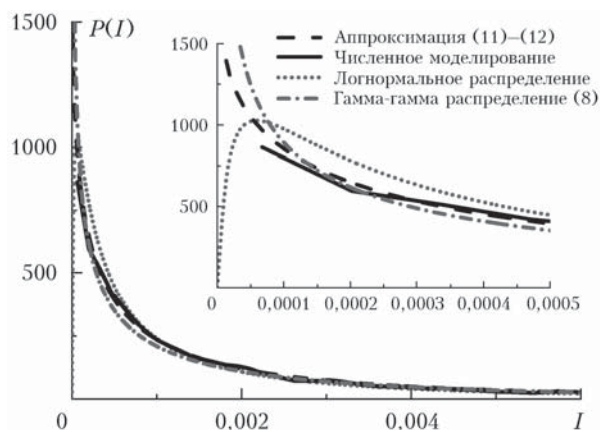


Рис. 7. Функция плотности вероятностей интенсивности гауссова пучка в точке $r = 1,9a$: $\sigma_I(r) = 1,81$; $m = 0,403$; $z = 0,1z_d$

турбулентности. Представленные результаты получены для различных расстояний от точки наблюдения до оси пучка (от осевых точек ($r = 0$) до точек, расположенных на периферии пучка ($r = 1,9a$)) и от плоскости наблюдения до плоскости излучающей апертуры ($z = 0,1z_d$; $z = 1,0z_d$; $z = 10z_d$).

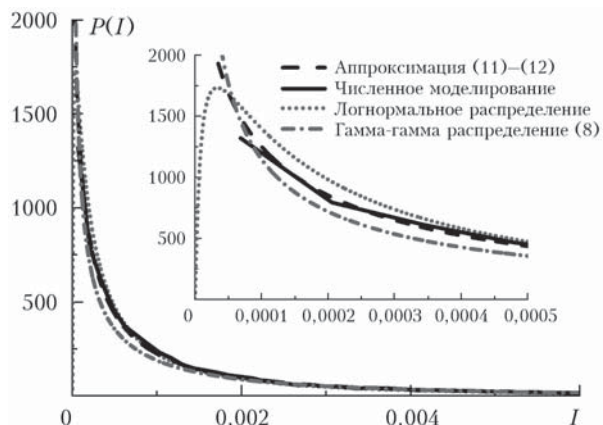


Рис. 7. Функция плотности вероятностей интенсивности на периферии гауссова пучка в точке $r = 9,52a$: $\sigma_t(r) = 2,11$; $m = 0,339$; $\beta_0^2 = 10,0$; $z = 10z_d$. Параметры гамма-гамма распределения $\alpha = 1,4500$; $\beta = 0,4499$

Во всех случаях, независимо от типа пучка, турбулентных условий и положения точки наблюдения, статистика флуктуаций (функция распределения и плотность вероятностей флуктуаций интенсивности) однозначно определяется значениями средней интенсивности и дисперсии флуктуаций, а функция плотности вероятностей удовлетворительно аппроксимируется дробным экспоненциальным распределением вида (11)–(12).

Следует отметить, что при стремлении индекса мерцаний к единице распределение (11)–(12) преобразуются в экспоненциальное распределение. Этот результат соответствует теоретическим результатам, полученным для этих предельных случаев [4, 7, 24–26].

1. Flatté S.M., Bracher C., Wang G. Probability density functions of irradiance for waves in atmospheric turbulence calculated by numerical simulation // J. Opt. Soc. Am. A. 1994. V. 11. P. 2080–2092.
2. Hill R.J., Frehlich R.G. Probability distribution of irradiance for the onset of strong scintillation // J. Opt. Soc. Am. A. 1997. V. 14. P. 1530–1540.
3. Churnside J.H., Frehlich R.G. Experimental evaluation of log-normally modulated Rician and IK models of optical scintillation in the atmosphere // J. Opt. Soc. Am. A. 1989. V. 6. P. 1760–1766.
4. Andrews L.C., Phillips R.L. Laser beam propagation through random media // SPIE Press. 2005. P. 42–45.
5. Churnside J.H., Hill R.J. Probability density of irradiance scintillations for strong path-integrated refractive turbulence // J. Opt. Soc. Am. A. 1987. V. 4. P. 727–733.
6. Lyke S.D., Voelz D.G., Roggemann M.C. Probability density of aperture-averaged irradiance fluctuations for long range free space optical communication links // Appl. Opt. 2009. V. 48. P. 6511–6527.
7. McLaren J.R.W., Thomas J.C., Mackintosh J.L., Mudge K.A., Grant K.J., Clare B.A., Cowley W.G. Comparison of probability density functions for analyzing ir-

radiance statistics due to atmospheric turbulence // Appl. Opt. 2012. V. 51. P. 5996–6002.

8. Barrios R., Dios F. Exponentiated Weibull distribution family under aperture averaging for Gaussian beam waves // Opt. Express. 2012. V. 20. P. 13055–13064.
9. Vetelino F.S., Young C., Andrews L. Fade statistics and aperture averaging for Gaussian beam waves in moderate-to-strong turbulence // Appl. Opt. 2007. V. 46. P. 3780–3790.
10. Lachinova S.L., Vorontsov M.A. Giant irradiance spikes in laser beam propagation in volume turbulence: Analysis and impact // J. Opt. 2016. V. 18. P. 025608.
11. Andrews D.L. Structured light and its applications: An introduction to phase-structured beams and nanoscale optical forces. Amsterdam: Academic press, 2008. 341 p.
12. Yao A.M., Padgett M.J. Orbital angular momentum: origins, behavior and applications // Adv. Opt. Photonics. 2011. V. 3. P. 161–204.
13. Аксенов В.П., Дудоров В.В., Колосов В.В. Особенности вихревых пучков, сформированных матрицей волоконных лазеров, и их распространение в турбулентной атмосфере // Квант. электрон. 2016. Т. 46, № 8. С. 726–732.
14. Aksenov V.P., Kolosov V.V. Scintillations of optical vortex in randomly inhomogeneous medium // Photonics. Res. 2015. V. 3, N 2. P. 44–47.
15. Aksenov V.P., Dudorov V.V., Kolosov V.V. Statistical characteristics of common and synthesized vortex beams in a turbulent atmosphere // Proc. SPIE. 2016. V. 10035. P. 100352P.
16. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1984. 832 с.
17. Gudimetla V.S.R., Holmes J.F. Probability density function of the intensity for a laser-generated speckle field after propagation through the turbulent atmosphere // J. Opt. Soc. Am. 1982. V. 72. P. 1213–1218.
18. Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 2. Случайные поля. М.: Наука, 1978. 463 с.
19. Fleck J.A., Morris J.R., Feit M.D. Time-dependent propagation of high-energy laser beams through the atmosphere // Appl. Phys. 1976. V. 10. P. 129–160.
20. Konyayev P.A., Lukin V.P. Thermal distortions of focused laser beams in the atmosphere // Appl. Opt. 1985. V. 24. P. 415–421.
21. Martin J.M., Flatté S.M. Intensity images and statistics from numerical simulation of wave propagation in 3-D random media // Appl. Opt. 1988. V. 27. P. 2111–2126.
22. Van der Vaart A.W. Asymptotic statistics. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1998. 265 p.
23. Al-Habash M.A., Andrews L.C., Phillips R.L. Mathematical model for the irradiance probability density function of a laser beam propagating through turbulent media // Opt. Eng. 2001. V. 40. P. 1554–1562.
24. Гочелашвили К.С., Шишов В.И. Волны в случайно неоднородных средах // Итоги науки и техники. Радиофизика. Физические основы электроники. Акустика. М.: ВИНТИ, 1981. Т. 1. 144 с.
25. Гурвич А.С., Кон А.И., Миронов В.Л., Хмелевцов С.С. Лазерное излучение в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1976. 227 с.
26. Зуев В.Е., Банах В.А., Покасов В.В. Оптика турбулентной атмосферы. Л.: Гидрометеиздат, 1988. 270 с.

V.P. Aksenov, V.V. Dudorov, V.V. Kolosov. **Probability distribution of strong intensity fluctuations of vortex laser beams in the turbulent atmosphere.**

Numerical experiment is used to study the distribution laws of intensity fluctuations of laser beams propagating in the atmosphere. The probability density functions of intensity of fundamental Gaussian beam and beam having an orbital angular momentum (vortex beam) are compared for different positions of the observation point in a cross plane. An analytical model is suggested for the probability density function of intensity fluctuations, which works well for the conditions of strong (when the variance of intensity fluctuations takes the highest values) and saturated intensity fluctuations.