

**ВЛИЯНИЕ НЕУПРУГИХ СТОЛКНОВЕНИЙ ЭЛЕКТРОНОВ
С АТОМАМИ НА СКОРОСТЬ НЕРАВНОВЕСНОЙ ИОНИЗАЦИИ**

И. П. Стаханов, В. Е. Черковец

(Обнинск)

Исследуются возможные варианты постановки задачи по изучению процессов, происходящих вблизи катода низковольтной дуги, в зависимости от соотношения между кулоновской длиной свободного пробега электронов (l_{ee}) и длиной свободного пробега по отношению к упругому рассеянию электронов на атомах (l_0), с одной стороны, и к неупругому рассеянию (l_1), с другой.

Получены выражения для поправки к максвелловской функции распределения, локальной и полной скорости неравновесной ионизации с учетом неупругих столкновений электронов с атомами.

Приведены результаты численных расчетов на ЭВМ.

В перекомпенсированном режиме низковольтной дуги вследствие прикатодного скачка потенциала (E_0) функция распределения электронов вблизи катода не является максвелловской. Величина E_0 меньше энергии возбуждения первого уровня атома (E_1), поэтому непосредственная ионизация электронным ударом невозможна. Однако возмущения функции распределения, локализованные вначале при энергиях $E \sim E_0$, диффундируют в энергетическом пространстве, причем частично и в область $E \gg E_1$. Это приводит к добавочной (неравновесной) ионизации. По мере удаления от катода возмущения функции распределения релаксируют, и ионизация происходит за счет электронов хвоста максвелловского распределения. При $E \rightarrow 0$ и $E \rightarrow \infty$ функция распределения электронов максвелловская на любом расстоянии от катода.

Аналогично работам [1,2] можно записать уравнения для поправки к функции распределения

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} - \frac{\partial \psi}{\partial \eta} = 0 \quad \text{при } E < E_1 \quad \left(\psi = \frac{f}{f_0} - 1 \right) \quad (1)$$

и в предположении, что сечение неупругого рассеяния (σ_{01}) линейно зависит от энергии электрона вблизи E_1

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} - \frac{\partial \psi}{\partial \eta} - \gamma [\psi - (\nu - 1)] = 0 \quad \text{при } E > E_1 \quad (2)$$

Здесь f — истинная функция распределения электронов, f_0 — максвелловская функция.

Если отвод продуктов ионизации происходит достаточно быстро, то вблизи катода $\psi \gg \nu - 1$ и тогда в области $E > E_1$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} - \frac{\partial \psi}{\partial \eta} - \gamma \psi = 0 \quad (3)$$

Граничные условия на катоде имеют вид [1]

$$\left. \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \right|_{\xi=0} = 0 \quad \text{при } E < E_0 \quad (4)$$

$$\left(\psi - g \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \right) \Big|_{\xi=0} = B \tau^2 \exp(-(\tau - 1)(\eta - \eta_0)) - 1 \quad \text{при } E > E_0 \quad (5)$$

$$\xi = x / L, \quad \eta = E / T, \quad \eta_0 = E_0 / T, \quad \eta_1 = E_1 / T, \quad \tau = T / T_c,$$

$$\gamma = \eta_1 l_{ee} / l_1, \quad g = 4L / l_{ee}, \quad L = \sqrt{\eta_1 l_0 l_{ee} / 3}, \quad l_0 = T_c / (p \sigma_0),$$

$$l_1 = T_c / ((p \sigma_{01} (E_1 + T)), \quad l_{ee} = T^2 / (2 \pi n e^4 \ln \Lambda)$$

$$B = J_0 / ((1/4) n v \exp(-\eta_0)), \quad \sigma_0 = 3.5 \cdot 10^{-14} \text{ см}^2, \quad \sigma_{01} = 5 \cdot 10^{-15} (E - E_1) \text{ см}^2$$

Здесь x — расстояние до катода, T_c и T — соответственно температура катода и электронов плазмы, n — плотность плазмы, p — давление нейтрального газа, J_0 — ток Ричардсона, v — средняя скорость электронов плазмы, ν — отношение истинного числа атомов в первом возбужденном состоянии к термодинамически равновесному, l_{ee} — кулоновская длина свободного пробега электронов, l_1 и l_0 — длины свободных пробегов соответственно при неупругом и упругом рассеянии электронов на атомах.

Таким образом, задачу можно рассматривать отдельно в трех областях $E < E_0$, $E_0 < E < E_1$, $E > E_1$ с соответствующими дифференциальными уравнениями и граничными условиями по ξ . Причем накладываются условия непрерывности функции $\psi(\eta, \xi)$ и ее первой производной по η при $\eta = \eta_0$ и $\eta = \eta_1$. Граничные условия (4), (5) требуют применения метода Винера — Хопфа, и решение наталкивается при этом на большие трудности. Можно упростить задачу, рассматривая два предельных случая:

(а) когда $g \gg 1$, относительно малые давления нейтрального газа p и большая плотность плазмы n ;

(б) когда $g \ll 1$, давление p велико, плотность n мала.

Как показано в работе [3], случай (а) соответствует малому коэффициенту отражения электронов, входящих в плазму, обратно на катод, случай (б) — большому коэффициенту отражения. Заметим, что требование $g \gg 1$ автоматически в силу $l_1 \gg l_0$ влечет за собой малость параметра γ и наоборот. Экспериментальные факты, касающиеся дугового режима термоэмиссионного преобразователя [1, 4], указывают на то, что давление p достаточно мало ($1 \div 6$ мм рт. ст.), а плотность n велика ($10^{13} \div 10^{14}$ см⁻³) для того, чтобы выполнялось условие $g \gg 1$. Таким образом, возможны две постановки задачи:

(а) когда $g \gg 1$, $\gamma < 1$ с сохранением в (5) члена с $\partial \psi / \partial \xi$ и пренебрежением ψ по сравнению с ним;

(б) когда $g \ll 1$, $\gamma > 1$, отбрасывается производная; причем в дуговом режиме термоэмиссионного преобразователя осуществляется случай (а).

При рассмотрении задачи (а) отпадает необходимость в применении метода Винера — Хопфа. Фурье-преобразование по ξ , последующее решение дифференциальных уравнений (1), (3), с соответствующими граничными условиями дают для фурье-образов поправок к функции распределения следующие выражения:

$$\begin{aligned} \Phi_1(k, \varepsilon) &= A_1(k) \exp(-p_0 \varepsilon) + B_1(k) \exp(p_0 \varepsilon) \quad \text{для } E < E_0 \\ \Phi_2(k, \varepsilon) &= A_2(k) \exp(-p_0 \varepsilon) + B_2(k) \exp(p_0 \varepsilon) + \quad \text{для } E_0 < E < E_1 \\ &+ \frac{\sqrt{2}}{(\sqrt{\pi} g)} \left[B \tau^2 \frac{\exp(-(\tau - 1/2) \varepsilon)}{p_0^2 - (\tau - 1/2)^2} - \frac{\exp(-\varepsilon/2)}{p_0^2 - 1/4} \right] \end{aligned}$$

$$\Phi_3(k, \varepsilon_1) = A_3(k) \exp(-p_1 \varepsilon_1) + B_3(k) \exp(p_1 \varepsilon_1) + \quad \text{для } E > E_1$$

$$+ \frac{\sqrt{2}}{(\sqrt{\pi} g)} \left[B \tau^2 \frac{\exp(-(\tau-1)\varepsilon_0 - (\tau-1/2)\varepsilon_1)}{p_1^2 - (\tau-1/2)^2} - \frac{\exp(-\varepsilon_1/2)}{|p_1^2 - 1/4|} \right]$$

где коэффициенты $A_1, B_1, A_2, B_2, A_3, B_3$ определяются из условия непрерывности ψ и $\partial\psi/\partial\eta$ при $\eta = \eta_0$ и $\eta = \eta_1$ и из условия $\psi \rightarrow 0$ при $E \rightarrow 0$ и $E \rightarrow \infty$

$$\varepsilon = \eta - \eta_0, \quad \varepsilon_1 = \eta - \eta_1, \quad \varepsilon_0 = \eta_1 - \eta_0$$

$$p_0 = \sqrt{k^2 + 1/4}, \quad p_1 = \sqrt{k^2 + \gamma + 1/4}$$

В рассматриваемой области $E > E_1$ после обратного преобразования получаем

$$\psi(\varepsilon_1, \xi, \tau) = \frac{1}{\pi g} [B \tau^2 I_1(\varepsilon_1, \xi, \tau) - I_1(\varepsilon_1, \xi, 1)] \quad (6)$$

$$I_1(\varepsilon_1, \xi, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{\exp(-(\tau-1)\varepsilon_0 - (p_1-1/2)\varepsilon_1 - ik\xi)}{(p_0+p_1)(p-\tau+1/2)} - \frac{\exp(-(p_0-1/2)\varepsilon_0 - (p_1-1/2)\varepsilon_1 - ik\xi)}{(p_0+p_1)(p_0-\tau+1/2)} + \frac{\exp(-(\tau-1)(\varepsilon_0+\varepsilon_1) - ik\xi)}{p_1^2 - (\tau-1/2)^2} - \frac{(p_0+\tau-1/2)\exp(-(\tau-1)\varepsilon_0 - (p_1-1/2)\varepsilon_1 + ik\xi)}{(p_0+p_1)(p_1^2 - (\tau-1/2)^2)} \right] dk$$

Тогда число ионов, возникающих в 1 см^3 в 1 сек за счет возмущения функции распределения, можно определить, вычисляя интеграл [1]

$$q(\xi, \tau) = \frac{nv \exp(-\eta_1)}{l_1} \int_0^{\infty} \exp(-\varepsilon_1) \psi(\varepsilon_1, \xi, \tau) (\varepsilon_1 + \eta_1) \varepsilon_1 d\varepsilon_1 \quad (7)$$

Интегрируя (7) по ξ , получаем для полного числа ионов, возникающих в межэлектродном пространстве на 1 см^2 площади катода в 1 сек при неравновесной ионизации, следующую формулу:

$$Q(\tau, \gamma) = \frac{nvL \exp(-\eta_1)}{g l_1} [B \tau^2 I_2(\tau, \gamma) - I_2(1, \gamma)] \quad (8)$$

где

$$I_2(\tau, \gamma) = (\eta_1/\beta^3 + 2/\beta^4) \left[\frac{1 - \exp(-(\tau-1)\varepsilon_0)}{\tau-1} + \frac{\tau \exp(-(\tau-1)\varepsilon_0)}{\tau^2 - \tau - \gamma} \right] - (\eta_1/\tau^2 + 2/\tau^3) \frac{\exp(-(\tau-1)\varepsilon_0)}{\tau^2 - \tau - \gamma}$$

$$\beta = \sqrt{\gamma + 1/4} + 1/4$$

Константу B , записанную ранее через J_0 , можно выразить через легко измеряемую величину, — через ток дуги J

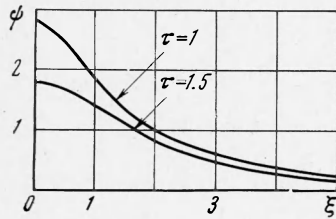
$$B = \frac{gJ}{(1/3)nv(l_0/L)(\tau\eta_0+1)\exp(-\eta_0)} + \frac{\eta_0+1}{\tau\eta_0+1} \quad (9)$$

Теперь выражение для Q с учетом неупругих столкновений электронов с атомами имеет вид

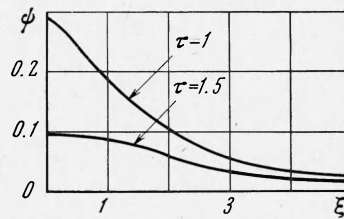
$$Q(\tau, \gamma) = a(\tau, \gamma) J - b(\tau, \gamma) \quad (10)$$

где $a(\tau, \gamma)$ и $b(\tau, \gamma)$ определяются из (8) и (9). Из (10) следует, что для каждого набора $\tau, \varepsilon_0, \gamma$ существует минимальный ток J_* , при котором Q ста-

новится равным нулю, а затем отрицательным (т. е. полное число ионов, возникающих в этом случае в межэлектродном пространстве дуги, меньше, чем при равновесии). Этот эффект связан с утечкой на катод высокоэнергетических электронов вследствие $\tau > 1$ ($T > T_c$).



Фиг. 1

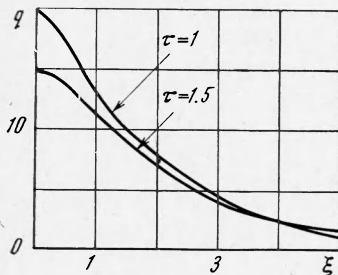


Фиг. 2

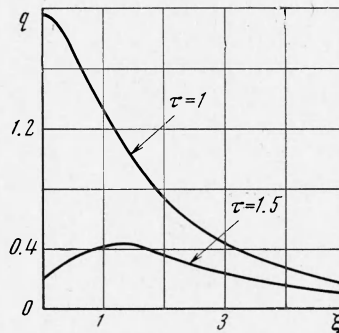
При $\tau = 1$, $\eta_0 + 1 \approx \eta_0$, $\eta_1 + 2 \approx \eta_1$ можно использовать вместо (10) более простое выражение

$$Q = J \frac{E_1}{E_0} \exp(- (E_1 - E_0) / T) \left[1 + \frac{\gamma}{\beta^3} \frac{E_1 - E_0}{T} - \frac{1}{\beta^3} \right] \quad (11)$$

Формула (11) отражает основные особенности неравновесной ионизации и при малых γ совпадает с полученным ранее результатом.



Фиг. 3



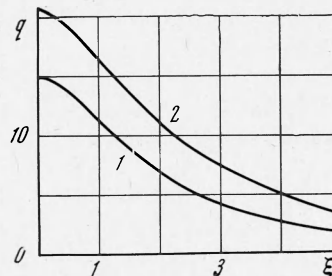
Фиг. 4

Расчеты по формулам (6), (7) с учетом (9) были проделаны на ЭВМ. Результаты приводятся на фиг. 1—5. При вычислениях взяты следующие значения параметров плазмы:

$$n = 2 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}, p = 1,66 \text{ мм рт. ст.}$$

$$T = 2400^\circ \text{ К}, E_0 = 1 \text{ эв}, E_1 = 1,39 \text{ эв}$$

На фиг. 1, 2 изображены графики зависимости ψ от безразмерной координаты $\xi = x / L$ для $\tau = 1$ ($L = 0,0052 \text{ см}$), для $\tau = 1,5$ ($L = 0,0043 \text{ см}$) при энергии $E = E_1 + T$ соответственно для $J = 2 \text{ а/см}^2$ и $J = 0,2 \text{ а/см}^2$. на фиг. 3, 4 — зависимость q от ξ соответственно для $J = 2 \text{ а/см}^2$ и $J = 0,2 \text{ а/см}^2$, причем $[q] = \text{к/см}^3 \cdot \text{сек}$. На фиг. 5 построены для сравнения графики $q(\xi)$ с учетом (кривая 1) и без учета (кривая 2) неупругих столкновений электронов с атомами (здесь $J = 2 \text{ а/см}^2$, $\tau = 1,5$).



Фиг. 5

В заключение приведем ряд оценок $Q(\tau)$ по формуле (10) для указанных ранее значений параметров плазмы при различных J и τ

$$Q(1) = 0.215 \text{ к/см}^2 \cdot \text{сек}$$

$$Q(1.5) = 0.145 \text{ к/см}^2 \cdot \text{сек при } J = 2 \text{ а/см}^2$$

$$Q(1) = 0.0215 \text{ к/см}^2 \cdot \text{сек}$$

$$Q(1.5) = 0.0053 \text{ к/см}^2 \cdot \text{сек при } J = 0.2 \text{ а/см}^2$$

Предельный ток J_* в случае $\tau = 1.5$ равен 0.07 а/см^2 . Если же не учитывать неупругие столкновения, то

$$Q(1) = 0.283 \text{ к/см}^2 \cdot \text{сек}$$

$$Q(1.5) = 0.225 \text{ к/см}^2 \cdot \text{сек при } J = 2 \text{ а/см}^2$$

$$Q(1) = 0.0283 \text{ к/см}^2 \cdot \text{сек}$$

$$Q(1.5) = 0.0092 \text{ к/см}^2 \cdot \text{сек при } J = 0.2 \text{ а/см}^2$$

Таким образом, влияние неупругих столкновений значительно и увеличивается с ростом τ . Это объясняется тем, что длина $l_1 \sim T_c$, $a_{ee} \sim T^2$. Следовательно,

$$\gamma = \eta_1 l_{ee} / l_1 \sim T^2 / T_c$$

и относительный вклад неупругих столкновений электронов с атомами по сравнению с электрон-электронными столкновениями с ростом τ становится больше.

Поступила 7 VII 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Стаханов И. П., Степанов А. С., Пащенко В. П., Гуськов Ю. К. Плазменное термоэмиссионное преобразование энергии. М., Атомиздат, 1968.
2. Мойжес Б. Я., Бакшт Ф. Г., Меликия М. Г. К теории низковольтной дуги в цезии. Ж. техн. физ., 1965, т. 35, вып. 9.
3. Бакшт Ф. Г., Мойжес Б. Я., Немчинский В. А. Вычисление кинетического коэффициента отражения в формуле для тока термоэлектронной эмиссии из плазмы и полупроводника. Ж. техн. физ., 1967, т. 37, вып. 4.
4. Дюжев Г. А., Бакшт Ф. Г., Марциновский А. М., Мойжес Б. Я., Пикус Г. Е., Юрьев В. Г. Зондовые исследования плазмы в термоэмиссионных преобразователях с высоким давлением паров цезия. Ж. техн. физ., 1966, т. 36, вып. 9.