УДК 532.517.4+536.463+533.27

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ГОРЕНИЯ МЕТАНОВОЗДУШНЫХ СМЕСЕЙ В ТРУБАХ

Ю. В. Туник

Институт механики МГУ, 117192 Москва

Предлагается упрощенная математическая модель турбулентных течений, которая может быть названа «двухфазным» приближением по одному из возможных способов вывода соответствующих уравнений относительно осредненных по времени величин. В одномерном приближении решается задача о распространении турбулентного горения, возникающего у торцевой стенки в полубесконечной гладкой трубе. На основе модели бесконечно тонкого фронта пламени определяются концентрационные пределы существования режимов турбулентного горения с постоянной скоростью распространения.

Воспламенение газа у торцевой стенки полубесконечной трубы приводит к появлению лидирующей ударной волны (см., например, [1]). При достаточно больших числах Рейнольдса формирующийся за ней поток становится турбулентным. В предлагаемой работе математическая модель турбулентного течения опирается на предположение Рейнольдса о том, что в случае развитой турбулентности величина любого параметра может быть представлена в виде суммы среднего на некотором временно́м промежутке значения этого параметра и его пульсационной составляющей, которая считается малой по сравнению с соответствующей осредненной величиной (см. [2]): $A = \bar{A} + A'$, $|A'| \ll \bar{A}$. В результате такого осреднения уравнение неразрывности, например, принимает вид

$$\frac{\partial\bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial\bar{\rho}\bar{u}}{\partial x_j} + \frac{\partial\overline{\rho' u'}}{\partial x_j} = 0,$$

где ρ — плотность, u — скорость, t — время, x_j — координаты. Здесь и ниже черта означает осреднение по времени (см., например, [3, 4]). По форме это уравнение отличается от привычного уравнения неразрывности. Вклад дополнительного слагаемого $\overline{\rho' u'}$ в настоящее время не поддается достоверной оценке. Еще в большей мере усложняются уравнения движения и сохранения энергии, в которых также появляются трудно оцениваемые члены. Поэтому при исследовании турбулентных потоков для всех параметров течения, кроме плотности, часто используется осреднение другого типа, когда, например, средние значения скорости и энтальпии газа определяются по формулам $\tilde{u} = \overline{\rho u}/\bar{\rho}$, $\tilde{h} = \overline{\rho h}/\bar{\rho}$. Уравнения Рейнольдса при таком способе осреднения имеют сравнительно простой и привычный вид [4], если пренебречь корреляционными членами третьего порядка.

В настоящей работе рассматривается упрощенная математическая модель турбулентных течений, которая может быть названа «двухфазным» приближением по способу вывода соответствующих уравнений относительно осредненных по времени величин. Формулируется также одномерная модель распространения турбулентного горения метановоздушных смесей в полубесконечных трубах. Определяются концентрационные пределы существования режимов турбулентного горения с постоянной скоростью распространения.

«ДВУХФАЗНОЕ» ПРИБЛИЖЕНИЕ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ

Турбулентный поток рассматривается как течение двухфазной среды. Плотность, скорость, внутренняя энергия и давление одной из этих фаз, «осредненной», задаются величинами $\bar{\rho}$, $\vec{u}$, e, $\bar{p} = \bar{\rho}e(\gamma - 1)$, где γ — показатель адиабаты. Для второй фазы соответствующую роль играют величины ρ', $\vec{u}$, e, $p' = \rho' e(\gamma - 1)$. Этот компонент может быть назван «фиктивным», так как он отсутствует в осредненном движении: $\bar{\rho'} = 0$. Естественно предположить, что вклад фиктивной фазы в осредненные величины потоков массы, количества движения и энегии также пренебрежимо мал. Упрощенные таким образом уравнения Рейнольдса при постоянном значении показателя адиабаты принимают вид

$$\frac{\partial\bar\rho}{\partial t}+\frac{\partial\bar\rho\bar u_j}{\partial x_j}=0,$$

$$\frac{\partial\bar\rho\bar u_i}{\partial t}+\frac{\partial\bar\rho\bar u_i\bar u_j}{\partial x_j}=-\frac{\partial\bar p}{\partial x_i}+\frac{\partial\bar\tau_{ij}-\bar\rho\overline{u'_iu'_j}}{\partial x_j},$$

$$\frac{\partial\bar\rho(\bar e+e_v+\bar u_i\bar u_i/2)}{\partial t}+\frac{\partial\bar\rho\bar u_j(\bar h+e_v+\bar u_i\bar u_i/2)}{\partial x_j}=$$

$$=\frac{\partial\overline{u_i\tau_{ij}}-\bar\rho\bar u_i\overline{u'_iu'_j}}{\partial x_j}-\frac{\partial\bar\rho\overline{u'_je'}+\bar Q_\lambda}{\partial x_j}, \qquad (1)$$

$$\bar h=\bar e+\bar p/\bar\rho,\quad \bar p=\bar\rho\bar e(\gamma-1).$$

В этом «двухфазном» приближении в уравнениях отсутствуют такие неопределенные члены, как $\overline{\rho' u'_j}$ и $\overline{\rho' e'}$. В то же время в них содержатся все существенные члены, имеющие ясный физический смысл. Здесь $e_v=v^2/2=\overline{u'_iu'_i}/2=|\bar{\vec u}'|^2/2$ — энергия пульсаций скорости; v — среднее значение модуля пульсационной скорости; $\bar\tau_{ij}$ и $\bar R_{ij}=-\bar\rho\overline{u'_iu'_j}$ — вязкие напряжения и напряжения Рейнольдса; $\bar A_\mu=\partial\bar u_i\bar\tau_{ij}/\partial x_j$ и $\bar A_\tau=\partial\bar u_i\bar R_{ij}/\partial x_j$ — работа этих напряжений; $\bar Q_\lambda$ и $\bar Q_\tau=\bar\rho\overline{\vec u' e'}$ — молекулярный и турбулентный тепловые потоки; $\bar A_{\tau'}=\partial\overline{u'_i\tau'_{ij}}/\partial x_j$ — работа, обусловленная пульсациями вязких напряжений. Повторение индекса i или j означает суммирование по нему.

Следует отметить, что уравнения (1) можно получить и в результате строгого осреднения по времени полных уравнений без предварительного отбрасывания членов, содержащих сомножитель ρ'. Для этого достаточно пренебречь корреляционными членами третьего порядка и учесть, что $\overline{\rho' u'}\ll\bar\rho\bar u$, $\overline{\rho' e'}\ll\bar\rho\bar e$. Эти неравенства оправданы предположением о малости пульсаций по сравнению с осредненными характеристиками и эквивалентны предположению о пренебрежимо малом отличии средних скоростей $\bar u$, $\tilde u$ и энергий $\bar e$, $\tilde e$, полученных различными способами осредненния.

Если ввести осредненную температуру соотношением $\bar p=R_0\bar\rho\bar T/\mu$ и пренебречь процессами молекулярного переноса, то в одномерном приближении уравнения (1) принимают вид

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial\rho u}{\partial x}=0,$$

$$\frac{\partial\rho u}{\partial t}+\frac{\partial p+\rho u^2+\rho v^2}{\partial x}=0, \qquad (2)$$

$$\frac{\partial\rho(e+e_v+u^2/2)}{\partial t}+\frac{\partial\rho u(h+e_v+u^2/2)}{\partial x}+$$

$$+\frac{\partial\rho u v^2}{\partial x}=-\frac{\partial Q_\tau}{\partial x},$$

$$p=\rho e(\gamma-1),\quad T=\frac{p}{\rho}\,\frac{\mu}{R_0},\quad e_v=\frac{v^2}{2}.$$

Здесь черта — знак осреднения — опущена, R_0 — универсальная газовая постоянная. Турбулентный тепловой поток рассчитывается по модели Прандтля: $Q_\tau=-\lambda_\tau\,\partial T/\partial x$, где коэффициент турбулентной теплопроводности определяется масштабом турбулентности l и модулем пульсационной скорости v :

$$\lambda_\tau=\rho c_v l v. \qquad (3)$$

Здесь c_v — удельная теплоемкость при постоянном объеме. Для l и v необходимо сформулировать дополнительные дифференциальные уравнения или определяющие их соотношения.

РАВНОВЕСНАЯ МОДЕЛЬ ТУРБУЛЕНТНОГО ГОРЕНИЯ ГАЗА В ПОЛУБЕСКОНЕЧНЫХ ГЛАДКИХ ТРУБАХ

В рассматриваемой задаче турбулентный поток формируется при распространении горения в полубесконечной гладкой трубе. Установившиеся турбулентные потоки в длинных гладких трубах с диаметром $d=1\div10$ см исследованы в [5]. В этих опытах отношение длины трубы к диаметру меняется в пределах $70\div200$, значения чисел Рейнольдса Re — от $3\cdot10^3$ до $3\cdot10^6$. В результате обработки экспериментальных данных С. А. Гольденбергом установлено, что пульсационная скорость v и масштаб турбулентности l в рассматриваемых условиях могут быть рассчитаны по простым алгебраическим формулам [6]:

$$vl=9\cdot10^{-3}du/\mathrm{Re}^{0{,}16},\quad l=0{,}1\,d. \qquad (4)$$

Зона горения определяется процессами теплопроводности и собственно тепловыделения, а ее протяженность — характерным временем химических процессов τ и температуропроводностью среды χ (см. [1]): $\delta\sim\sqrt{\chi\tau}$. Если считать, что турбулизация сохраняет характерное время химических реакций по порядку величины, то толщина зоны турбулентного горения может быть оценена по формуле $\delta_\tau\sim\sqrt{\chi_\tau/\chi_L}\,\delta_L$. Здесь δ_L — толщина зоны ламинарного горения, χ_τ и χ_L — коэффициенты температуропроводности в турбулентном и ламинарном потоках соответственно. В турбулентном потоке

$\chi_\tau = vl$. Тогда с учетом первого из соотношений (4) нетрудно получить $\delta_\tau/\delta_L \approx \chi_\tau/\chi_L = 9 \cdot 10^{-3}\mathrm{Pr}\mathrm{Re}^{0{,}84}$. В метановоздушных смесях число Прандтля Pr имеет порядок единицы, $\delta_L \approx 0{,}5$ мм (см., например, [7]). Следовательно, в указанном выше диапазоне изменения числа Рейнольдса протяженность турбулентной зоны горения меняется от 0,002 до 0,02 м, что согласуется с данными экспериментов [7].

Таким образом, в трубах с диаметром $d \geqslant 0{,}1$ м для зоны горения может быть использована модель бесконечно тонкого фронта пламени, если число Рейнольдса находится в указанных пределах. Следует отметить, что в таких трубах масштаб турбулентности, вычисленный по второму из соотношений (4), по порядку величины близок к толщине зоны горения. Поэтому в рассматриваемых условиях скорость фронта пламени относительно осредненного потока логично рассчитывать по модели «объемного горения», т. е. с использованием формулы Дамкеллера — Щелкина (см., например, [6, 8]):

$$u_\tau = u_f\sqrt{1 + \lambda_\tau/\lambda}. \qquad (5)$$

Здесь нормальная скорость ламинарного пламени u_f определяется составом смеси и рассчитывается по методике, изложенной в работе [9], коэффициент турбулентной теплопроводности λ_τ — по формуле (3), коэффициент молекулярной теплопроводности λ вычисляется по составу смеси с использованием формул работы [10]. Необходимые для этих расчетов параметры осредненного потока берутся в точке непосредственно перед фронтом пламени.

Поскольку теплопроводность, как и тепловыделение, существенна только в зоне горения, вне фронта пламени турбулентным тепловым потоком можно пренебречь. Тогда уравнения (2), описывающие турбулентное течение вне фронта пламени, приводятся к виду

$$\begin{gathered}
\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\partial\rho u}{\partial x} = 0, \\
\frac{\partial\rho u}{\partial t} + \frac{\partial p + \rho u^2 + \rho v^2}{\partial x} = 0, \\
\frac{\partial\rho(e + e_v + u^2/2)}{\partial t} + \frac{\partial\rho u(h + e_v + u^2/2)}{\partial x} + \\
+ \frac{\partial\rho u v^2}{\partial x} = 0,
\end{gathered} \qquad (6)$$

$$p = \rho e(\gamma - 1), \quad T = \frac{p}{\rho}\frac{\mu}{R_0}, \quad e_v = \frac{v^2}{2}.$$

Полученные уравнения близки к газодинамическим уравнениям Эйлера для совершенного идеального газа с дополнительной внутренней степенью свободы, энергия которой задается величиной e_v.

В общем случае изменение пульсационной энергии описывается дифференциальным уравнением, которое можно получить, используя известную методику (например, [2]). Изменение скорости распространения пламени и скорости осредненного потока обусловлено изменением пульсационной энергии. Поэтому алгебраические соотношения (4) позволяют моделировать только установившиеся режимы, т. е. режимы с постоянной скоростью распространения пламени. В этом случае по аналогии с течениями газа с неравновесными внутренними степенями свободы осредненное турбулентное течение можно называть «равновесным».

В настоящей работе определяется нормальная «равновесная» скорость пламени, т. е. скорость, которая получается без учета трения на стенках и при условии, что пульсационная скорость и масштаб турбулентности рассчитываются по соотношениям (4). Считается, что такой режим распространения горения с постоянной скоростью можно получить из некоторого начального состояния как предельное решение уравнений (6) вместе с соотношениями (3)–(5). В качестве начального состояния среды рассматривается течение, которое формируется при распространении ламинарного фронта пламени от закрытого конца в полубесконечной трубе (см., например, [1]): за фронтом пламени газ неподвижен, в области между лидирующей ударной волной и фронтом пламени поток однороден. Турбулентность возникает между лидирующей ударной волной и бесконечно тонким фронтом пламени, если $\mathrm{Re} > 1200$.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА ТУРБУЛЕНТНОГО ГОРЕНИЯ МЕТАНОВОЗДУШНЫХ СМЕСЕЙ

Сформулированная задача решается численно методом Годунова с использованием подвижной расчетной сетки. Один из узлов сетки совмещается с фронтом пламени. Полная скорость его распространения определяется в результате решения задачи о распаде произвольного разрыва в горючем газе [11] с использованием выражения (5) для относительной скорости турбулентного пламени. Необходимые параметры осредненного потока берутся из рас-

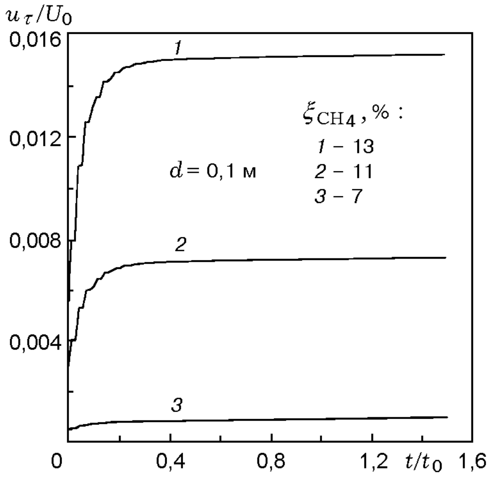

Рис. 1. Формирование равновесной скорости распространения турбулентного пламени в метановоздушных смесях

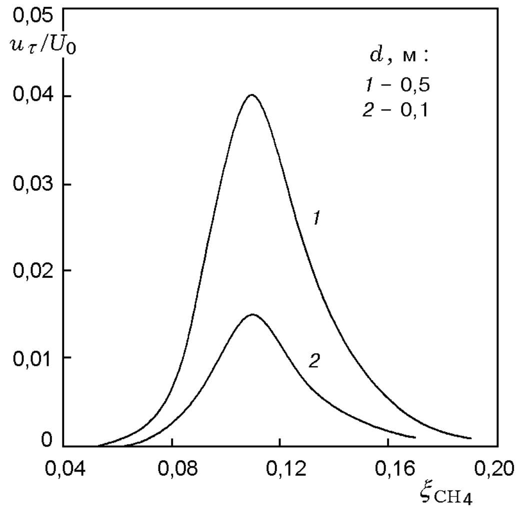

Рис. 2. Равновесная скорость турбулентного пламени в метановоздушных смесях

четных ячеек, у которых общая граница совмещена с фронтом пламени.

На рис. 1 представлена динамика изменения безразмерной величины u_T для различных метановоздушных смесей в трубе диаметром $d = 0{,}1$ м. Скорость и время обезразмерены по параметрам невозмущенного газа $U_0 = \sqrt{p_0/\rho_0}$ и $t_0 = L/U_0$. За единицу длины выбирается отрезок $L = 1$ м. Вначале относительная скорость u_T растет, но со временем, как и предполагалось, ее величина стабилизируется. На рис. 2 показана зависимость этой «равновесной» скорости от содержания метана при $d =$ 0,1 и 0,5 м. При концентрации метана в смеси $\xi_{CH_4} = 11$ % и $d = 0{,}1$ м скорость распространения турбулентного горения равна $u_T \approx 3$ м/с. С увеличением диаметра трубы растет значение u_T и расширяются концентрационные пределы турбулентного горения. На рис. 3 сплошными линиями представлены значения числа Рейнольдса, вычисленные в сформировавшемся потоке непосредственно перед фронтом пламени при различных концентрациях метана в смеси. Штриховая кривая соответствует числам Рейнольдса в потоке перед ламинарным фронтом пламени при $d = 0{,}1$ м. Значения числа Рейнольдса укладываются в диапазон применимости модели бесконечно тонкого фронта пламени.

Порядок величины u_T, а также качественные зависимости $u_T(\xi_{CH_4})$ и $u_T(\mathrm{Re})$ согласуются с данными опытов Дамкеллера, Вильямса и Боллингера для смесей воздуха с другими газообразными углеводородами (см., например, [6]).

Поскольку скорость распространения пламени в смеси растет с увеличением диаметра трубы, то в достаточно больших трубах она, предположительно, может достичь значения скорости Чепмена — Жуге. Наиболее перспективной для этого представляется смесь с $\xi_{CH_4} = 11$ %. Равновесная скорость пламени в ней действительно растет (рис. 4, кривая *2*), с увеличением диаметра трубы, но не достигает скорости Чепмена — Жуге, характерной для формирующегося перед фронтом пламени осредненного потока (кривая *1*).

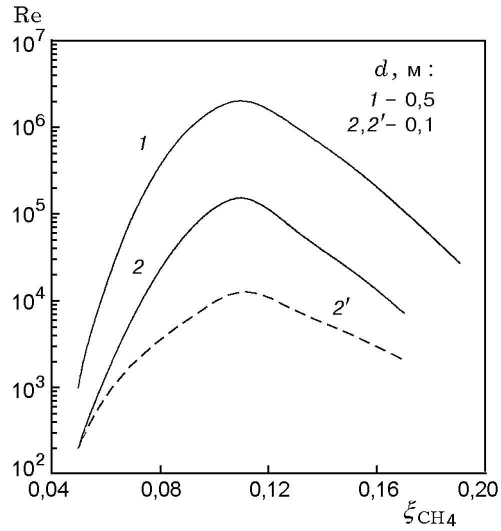

Рис. 3. Значения числа Рейнольдса в метановоздушных смесях перед фронтом пламени

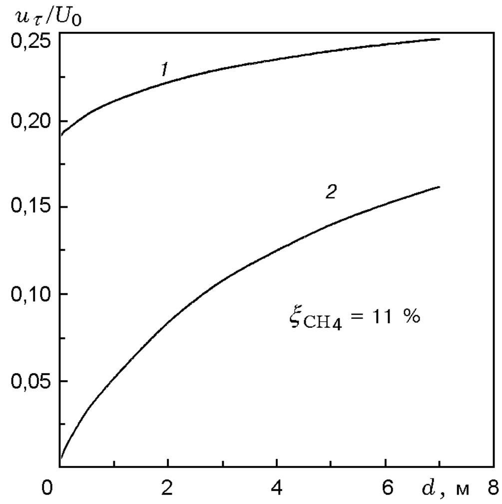

Рис. 4. Зависимость скорости турбулентного пламени от диаметра трубы в метановоздушной смеси:

1 — скорость Чепмена — Жуге, *2* — равновесная скорость пламени

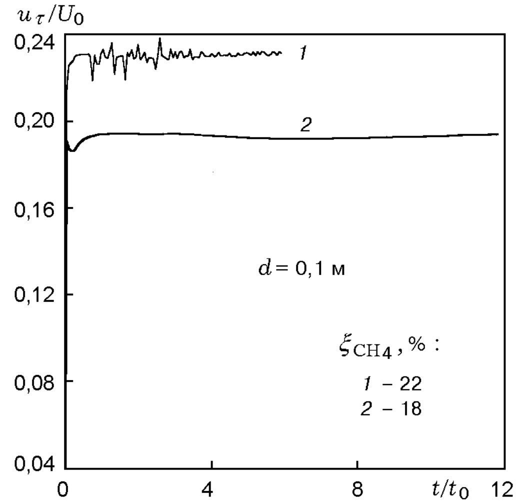

Рис. 5. Формирование равновесной скорости распространения турбулентного пламени в смесях метана с кислородом

В смесях метана с кислородом в трубах диаметром $d = 0{,}1$ м плавный переход от ламинарного горения к турбулентному происходит, если содержание метана не превосходит 20 % или превышает 40 %. На рис. 5 кривая *2* получена для смеси с 18 % метана. Скорость пламени при этом не превышает скорости Чепмена — Жуге, как и в метановоздушных смесях. В смесях с концентрациями метана $20 < \xi_{CH_4} < 40$ % формально вычисленная по формуле (5) скорость турбулентного пламени выше, чем скорость Чепмена — Жуге. Газодинамически эта ситуация невозможна. При программировании скорость турбулентного пламени ограничивается, что позволяет формально продолжать вычисления. Однако в смесях из указанного диапазона относительная скорость пламени не выходит на постоянное значение, а пульсирует около некоторого среднего уровня. На рис. 5 кривая *1* относится к смеси с 22 % метана. На границах указанного диапазона скорость пламени относительного потока становится равной скорости Чепмена — Жуге (рис. 6). В смесях метана с кислородом, таким образом, существует диапазон концентраций, в котором отсутствуют режимы с постоянной скоростью распространения пламени. Его пределы расширяются с увеличением диаметра канала (см. штриховые кривые на рис. 6).

Превышение скорости Чепмена — Жуге означало бы, что скорость передачи тепла из зоны тепловыделения, обусловленная турбулентной теплопроводностью, выше, чем возможная скорость сгорания газа в режиме дефлаграции. Тогда непосредственно перед фронтом горения формируются условия для взрывного выделения энергии в прогретом объеме газа и для трансформации фронта пламени в детонационную волну, как это происходит в эксперименте [12].

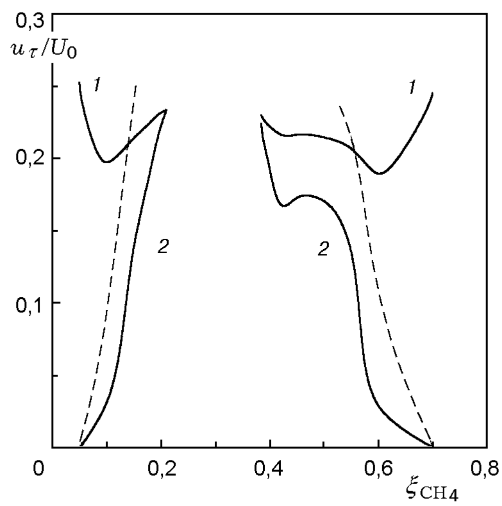

Рис. 6. Скорость турбулентного пламени в смесях метана с кислородом:

1 — скорость Чепмена — Жуге, *2* — скорость пламени относительно потока, штриховые кривые — $d = 0{,}5$ м

Таким образом, результаты представленных расчетов показывают, что в гладких полубесконечных трубах, заполненных метановоздушными смесями, переход горения в детонацию не реализуется. В экспериментах переход горения в детонацию в смесях газообразных углеводородов с воздухом осуществляется, как правило, только при наличии ударных волн, отраженных от торцевых стенок трубы. Интенсивность формирующейся перед фронтом пламени ударной волны обычно мала для того, чтобы воспламенить газ перед фронтом пламени [7]. Даже в стехиометрической смеси водорода с кислородом возникающая детонация практически непрерывно продолжает распространение фронта дефлаграции [12, 13]. Результаты расчетов также указывают на возможность перехода от горения к детонации в смесях метана с кислородом. При этом полученные данные о концентрационных пределах перехода горения в детонацию для смесей метана с кислородом согласуются с экспериментальными данными [14].

ВЫВОДЫ

Предлагаемая модель распространения турбулентного горения метановоздушных смесей в трубах использует незначительно усложненные одномерные газодинамические уравнения Эйлера.

В полубесконечных гладких трубах при горении метановоздушных смесей формируется режим, характеризующийся постоянной скоростью распространения, которая не превосходит скорости пламени, распространяющегося по осредненному потоку в режиме Чепмена — Жуге. С увеличением диаметра канала скорость пламени растет, расширяются концентрационные пределы существования режимов турбулентного горения с постоянной скоростью распространения.

В смесях метана с кислородом существует детонационно опасный диапазон концентраций, локализованный около стехиометрического состава, в котором отсутствуют режимы турбулентного горения с постоянной скоростью распространения. Границы этого интервала расширяются с увеличением диаметра трубы. В смесях с граничными концентрациями метана распространение пламени происходит со скоростью Чепмена — Жуге, характерной для осредненного потока, формирующегося перед фронтом пламени.

Работа выполнена при финансовой поддержке по гранту Томского государственного университета «Фундаментальные проблемы охраны окружающего пространства и экологии человека».

ЛИТЕРАТУРА

1. **Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.** Гидродинамика. Теоретическая физика. М.: Наука, 1988. Т. VI.
2. **Лойцянский Л. Г.** Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1973.
3. **Седов Л. И.** Механика сплошной среды. М.: Наука, 1970.
4. **Лапин Ю. В.** Турбулентный пограничный слой в сверхзвуковых потоках газа. М.: Наука, 1982.
5. **Никурадзе И.** Закономерности турбулентного движения в гладких трубах // Проблемы турбулентности / Перевод с англ. под ред. М. А. Великанова и Н. Т. Швейковского. М.; Л.: ОНТИ, 1936.
6. **Хитрин Л. В.** Физика горения и взрыва. М.: МГУ, 1957.
7. **Щелкин К. И., Трошин Я. К.** Газодинамика горения. М.: Изд-во АН СССР, 1963.
8. **Щетинков Е. С.** Физика горения газов. М.: Наука, 1965.
9. **Туник Ю. В.** Моделирование медленного горения метановоздушной газовзвеси угольной пыли // Физика горения и взрыва. 1997. Т. 33, № 4. С. 46–54.
10. **Wilke C. R.** A viscosity equation for gas mixture // J. Chem. Phys. 1950. V. 18, N 4. P. 517–522.
11. **Бам-Зеликович Г. М.** Распадение произвольного в горючей смеси // Теоретическая гидромеханика. № 4 / Под ред. Л. И. Седова. М.: Оборонгиз, 1949.
12. **Саламандра Г. Д., Цуханова О. А.** Физическая газодинамика. М.: Изд-во АН СССР, 1959.
13. **Саламандра Г. Д., Баженова Т. В., Набоко И. М.** Формирование детонационной волны при горении газов в трубах // Журн. теор. физики. 1959. Т. 29, № 11. С. 1354–1359.
14. **Нетлетон М.** Детонация в газах. М.: Мир, 1989.

Поступила в редакцию 5/I 1999 г.,
в окончательном варианте — 10/I 2000 г.