

УДК 539.4

**О ВЛИЯНИИ КОНТАКТНЫХ УСЛОВИЙ НА ОЦЕНКИ
ПРЕДЕЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ, МОДУЛЕЙ УПРУГОСТИ
И ХАРАКТЕРА РАЗРУШЕНИЯ СЖИМАЕМЫХ ОБРАЗЦОВ**

Ю. А. Костандов

*Крымский федеральный университет им. В. И. Вернадского,
E-mail: yuakos@mail.ru,
просп. Академика Вернадского, 4, 295007, г. Симферополь, Россия*

Исследовано влияние контактного трения в экспериментах при сжатии образцов горных пород на характер разрушения, значения предельного напряжения, модулей упругости. Установлено, что зависимости этих величин от коэффициента трения являются возрастающими. Обнаружено существование двух зон: полного контакта и проскальзывания.

Сжатие, разрушение, коэффициент контактного трения, параметры предельного состояния, контактные поверхности, зона полного контакта, зона проскальзывания

Решение проблемы разрушения хрупких и квазихрупких твердых тел и сред, которыми являются и многие горные породы, — актуальная задача механики деформируемого твердого тела и современной геомеханики. Однако ни одна из существующих моделей разрушения [1–4] не учитывает в полной мере влияния внешнего (контактного) трения на распределение контактных нормальных и касательных напряжений, определяющих формирование в материале напряженно-деформированного состояния, а следовательно, и развитие в нем разрушения. Так, в работе [5] показано, что в массивах горных пород горизонтальные нормальные напряжения, растягивающие и сжимающие, в том числе и превышающие вертикальные, определяются преодолением контактного трения на границах раздела “образец – пресс”. Вместе с тем известно о проявлении различных форм разрушения горных пород [6], в том числе и специфических в условиях интенсивных сжимающих нагрузок [7], чему до сих пор не дано убедительного объяснения.

Распределение контактных нормальных напряжений получено аналитически в задаче о давлении жесткого штампа на упругую полуплоскость при полном отсутствии сил трения (проскальзывании) [8]. В [9] аналитически установлено, что наличие сил трения мало влияет на характер распределения нагрузки под штампом. Распределение контактных нормальных и касательных напряжений получено при аналитическом решении задачи о сжатии пластины между жесткими плитами при идеальном контакте между ними (прилипанию) [10].

На примерах решения ряда задач [11–14] установлено, что начало разрушения образца горных пород, сжимаемого на прессе, определяется соответствующими граничными условиями, возникающими под плитами нагружающего устройства. На основе анализа результатов испытаний образцов каменной соли при сжатии [15] предложен вариант механизма их разруше-

ния, объясняющий аномальную зависимость предельного напряжения сжатия от формы образцов при наличии сухого трения и при смазке. В работе [16] исследовано влияние свойств контакта целлика с вмещающими породами на его устойчивость.

При рассмотрении касательной контактной задачи Герца при заданном распределении касательных напряжений и существовании трения согласно закону трения Кулона в [17] показана возможность образования зон полного контакта в его внутренних областях и проскальзывания на краю области контакта, где проскальзывание происходит всегда и даже при малых касательных нагрузках.

К настоящему времени развита теория нормального контакта твердых тел с трением Кулона и представлены основные концепции, лежащие в основе формулировок и методов решения плоских контактных задач статической теории упругости [18–21].

В [22] рассмотрено сжатие жесткими плитами пластины, на контактных поверхностях которой заданы условия трения. Аналитическими методами установлено распределение контактных нормальных и касательных напряжений при использовании закона трения Амантона–Кулона, на контактных поверхностях определены границы зоны идеального контакта, находящейся в срединной части пластины, и зон скольжения, примыкающих к свободным поверхностям. Сделан вывод о том, что при росте коэффициента контактного (внешнего) трения k границы раздела зон смещаются от центра к краям пластины и при $k \geq k^*$ на контактных поверхностях существует зона — зона идеального контакта.

Для решения вопроса о возможности проскальзывания части или частей контактных поверхностей образца относительно сжимающих его плит пресса в случае, когда коэффициент контактного трения имеет определенное отличное от нуля значение, выполнено экспериментальное исследование параметров предельного состояния образцов и характера их разрушения при сжатии между плитами пресса при различных условиях трения на контактных поверхностях.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ, РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

При проведении исследований использовались образцы, изготовленные из горных пород (габбро и гранит) и искусственного песчано-цементного материала (ПЦМ). Изготовление образцов из ПЦМ проводилось по методике [23], что позволило получить образцы в виде прямоугольных параллелепипедов с размерами $\{x \cdot y \cdot z\} = \{a \cdot h \cdot b\} = 55 \times 55 \times 20$ мм, где a , h и b — соответственно ширина, высота и толщина.

Значения статических коэффициентов контактного трения k_s определялись по методике, состоящей в установлении экспериментальных зависимостей усилия F_c , которое следует приложить к образцу в виде прямоугольного параллелепипеда для его сдвига относительно плит пресса, сжимающего образец силой N_c , действующей по нормали к усилию F [24]. Статический коэффициент контактного трения, т. е. коэффициент трения в момент перехода пары контактирующих поверхностей от состояния покоя к скольжению, определяют по формуле

$$k_s = \frac{F_c}{2N_c},$$

где коэффициент 2 в знаменателе учитывает то, что сдвигающая сила F приложена к двум поверхностям образца, контактирующим с плитами пресса.

Установлены значения статических коэффициентов контактного трения k_s для рассмотренных контактирующих пар материалов: ПЦМ–сталь: 0.24; гранит–сталь: 0.14; габбро–сталь: 0.11; сталь–фторопласт: 0.02.

Примем следующие обозначения величин статических коэффициентов контактного трения: k_{ss} — при непосредственном контакте нагружаемых граней образца со стальными плитами прессы, k_{sf} — при размещении между нагружаемыми гранями образца и плитами прессы тонких фторопластовых пластин. Кроме того, для всех экспериментов, в которых между гранями образца и плитами прессы размещались тонкие фторопластовые пластины, будем считать, что $k_{sf} = 0.02$.

Методика экспериментального исследования влияния контактного трения на параметры предельного состояния образцов состоит в определении предельной сжимающей нагрузки P^* и соответствующей ей продольной деформации ε^* образца. Нагружение образцов одноосным сжатием осуществлялось вдоль оси OY . Регистрация нагрузки P и абсолютной продольной деформации Δh проводилась с помощью аппаратно-программного комплекса [23].

Проведены три серии экспериментов: при непосредственном контакте нагружаемых граней образца со стальными плитами прессы, что задавало контактное трение между ними ($k_s = k_{ss}$); при размещении между нагружаемыми гранями образца и плитами прессы тонких фторопластовых пластин, что снижало контактное трение между ними практически до нуля ($k_s = k_{sf} = 0.02$), и при приклеивании цианакрилатным клеем нагружаемых граней образца к стальным пластинам, жестко закрепленным на плитах прессы. В каждой из этих серий исследовалось по 5–7 образцов одинаковых размеров и, в случае ПЦМ, полученных в одинаковых условиях.

Определение количественной характеристики k_s^g зависимости сопротивляемости сдвигу F клеевого соединения от нормальной сжимающей нагрузки P (рис. 1) проводилось практически по той же методике, что и для статических коэффициентов контактного трения k_s . Разница состояла в том, что при определении зависимости сопротивляемости сдвигу F клеевого соединения от нормальной сжимающей нагрузки P к стальной пластине приклеивалась только одна грань образца, а между второй гранью образца и второй стальной пластиной размещалась тонкая фторопластовая пластина. Поэтому величину k_s^g можно считать аналогом величины k_s для клеевого соединения.

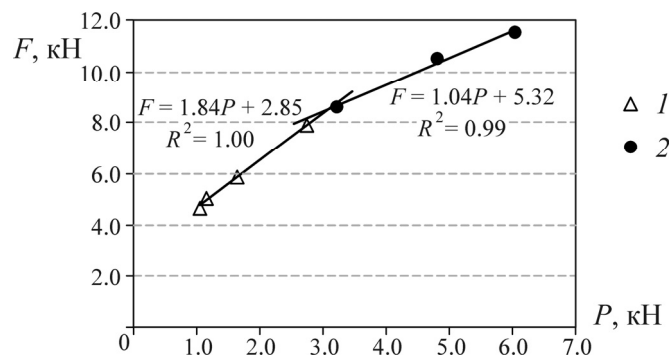


Рис. 1. Зависимость сопротивляемости клеевого соединения сдвигу F от нормальной сжимающей нагрузки P : 1 — разрушение по склейке; 2 — разрушение по материалу

Из рис. 1 следует, что зависимость сопротивляемости клеевого соединения сдвигу F от нормальной нагрузки P может быть с достаточно высокой достоверностью аппроксимирована двумя линейными зависимостями в диапазонах нормальных нагрузок $P \leq 3$ и $P > 3$ кН, для которых $k_s^g = 1.84$ и $k_s^g = 1.04$ соответственно. Последнее следует из уравнений линий тренда этих зависимостей и достоверности их аппроксимации R^2 , также приведенных на рис. 1.

Линейную зависимость в диапазоне $P \leq 3$ кН с $k_s^g = 1.84$ следует понимать как возрастание прочности на сдвиг клеевого соединения при увеличении нормальной нагрузки P . При $P \approx 1$ кН сдвиг образца относительно стальной пластины происходил за счет разрушения клеевого соединения с его отделением от поверхности стальной пластины, при $P > 3$ кН — за счет разрушения материала образца, прилегающего к зоне контакта. В диапазоне $1 < P \leq 3$ кН сдвиг образца относительно стальной пластины происходил как за счет разрушения материала образца, прилегающего к зоне контакта, так и за счет разрушения клеевого соединения с его отделением от поверхности стальной пластины. Это демонстрируют фотографии поверхностей разрушения образцов из ПЦМ в результате их сдвига относительно стальной пластины (рис. 2).

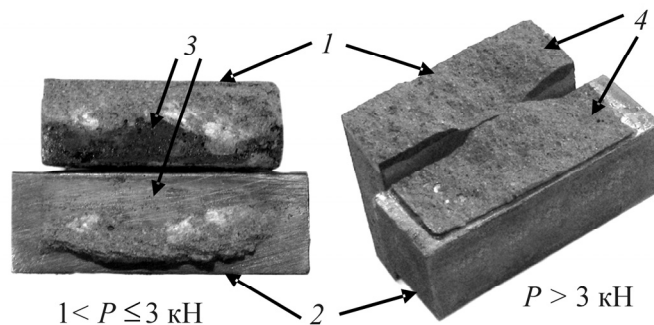


Рис. 2. Поверхности разрушения образцов из ПЦМ, приклеенных к стальной пластине, в результате их относительного сдвига при различных значениях нормальной нагрузки P : 1 — образец из ПЦМ; 2 — стальная пластина; 3 — разрушение клеевого соединения; 4 — разрушение материала образца

Определение параметров предельного состояния образцов происходило при нагрузках, значительно превосходящих 3 кН. Поэтому в качестве количественной характеристики зависимости сопротивляемости сдвигу F клеевого соединения от нормальной сжимающей нагрузки P , аналогичной статическому коэффициенту контактного трения k_s , следует принять $k_s^g = 1.04$, определенный по линейной зависимости при $P > 3$ кН (см. рис. 1). В случае приклеивания к стальной пластине грани образца из габбро $k_s^g = 0.47$.

Примеры результатов определения напряжения сжатия $\sigma = P/s = P/a \cdot b$, увеличивающегося во времени t вплоть до его предельного значения σ^* , при котором происходило разрушение образцов из ПЦМ, а также их абсолютной продольной деформации Δh , соответствующей текущему значению напряжения сжатия, и их деформации ε^* при различных значениях коэффициентов контактного трения представлены на рис. 3.

Полученные на основе этих данных зависимости напряжения сжатия σ от деформации $\varepsilon = |\Delta h|/h$ образцов из ПЦМ приведены на рис. 4. Зависимости $\sigma = \sigma(\varepsilon)$ соответствуют зоне упругой деформации образцов и позволяют определить их модуль упругости $E^s = \Delta\sigma/\Delta\varepsilon$. Следует особо подчеркнуть, что здесь и в дальнейшем имеется в виду модуль упругости образца, а не материала, из которого он изготовлен.

Для определения значений предельных деформаций ε^* на рис. 3 проведены вертикальные штриховые линии через точки резкого изменения производных $d\Delta h/dt$, пересечение которых с зависимостями $\sigma = \sigma(t)$ и $\Delta h = \Delta h(t)$ определяет соответствующие им предельные значения напряжения σ^* и деформации Δh^* .

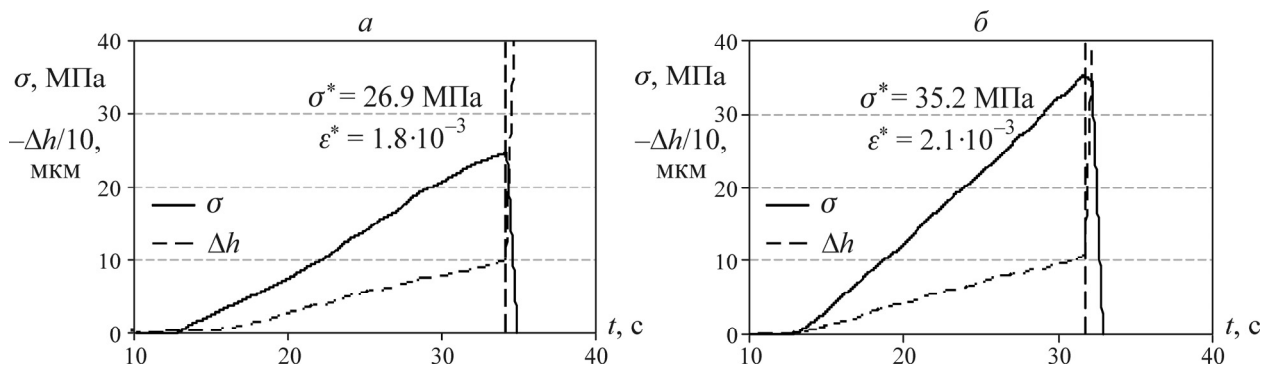


Рис. 3. Зависимости напряжения сжатия и деформации образцов из ПЦМ при различных значениях коэффициентов контактного трения: *a* — $k_{sf} = 0.02$; *б* — $k_{ss} = 0.24$

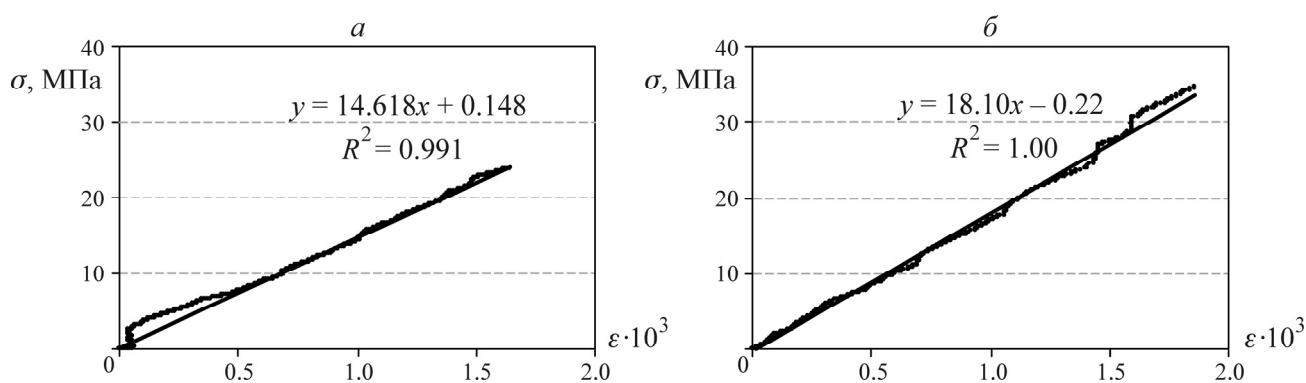


Рис. 4. Зависимости напряжения сжатия σ от деформации $\varepsilon = |\Delta h|/h$ образцов из ПЦМ при различных значениях коэффициентов контактного трения: *a* — $k_{sf} = 0.02$; *б* — $k_{ss} = 0.24$

На рис. 4 приведены также линии тренда зависимостей $\sigma = \sigma(\varepsilon)$, которые практически совпадают с ними, и их уравнения в виде $y = bx + y_0$, где $b = E^s \cdot 10^{-3}$. Достоверность аппроксимации R^2 при этом во всех случаях не хуже 0.99.

Аналогично определены предельные значения σ^* , при которых происходило разрушение образцов из габбро с размерами $20.5 \times 53 \times 25$ мм ($s = 512.5$ мм²) и гранита с размерами $20 \times 58.3 \times 23$ мм ($s = 460$ мм²), а также соответствующих им деформаций ε^* при различных значениях коэффициентов контактного трения. Оказалось, что увеличение коэффициента контактного трения k_s между плитами пресса и нагружаемыми гранями образцов, изготовленных из ПЦМ, габбро и гранита, приводит к повышению значений предельных напряжений сжатия σ^* , соответствующих им деформаций ε^* и модулей упругости E^s . Средние значения этих величин представлены в таблице.

Значения предельных напряжений сжатия образцов σ^* , соответствующих им деформаций ε^* и модулей упругости E^s при различных коэффициентах контактного трения k_s

| Показатель | Габбро | | | Гранит | | ПЦМ | | |
|----------------------------|--------|------------------|----------------------------|-------------|-------|------------------|----------------------------|-------------|
| | k_s | σ^* , МПа | $\varepsilon^* \cdot 10^3$ | E^s , ГПа | k_s | σ^* , МПа | $\varepsilon^* \cdot 10^3$ | E^s , ГПа |
| k_s | 0.02 | 0.11 | 0.47 | 0.02 | 0.14 | 0.02 | 0.24 | 1.04 |
| σ^* , МПа | 89.9 | 138 | 167 | 87.3 | 133 | 27.9 | 35.6 | 43.7 |
| $\varepsilon^* \cdot 10^3$ | 4.4 | 5.7 | 5.3 | 2.2 | 2.7 | 2.3 | 2.4 | 2.6 |
| E^s , ГПа | 20.5 | 24.1 | 32.0 | 40.3 | 49.2 | 12.2 | 15.0 | 17.0 |

Фотографии разрушенных образцов из габбро, гранита и ПЦМ показаны на рис. 5–7 соответственно. Анализ картин разрушения, а также образовавшихся в разрушенных образцах трещин и отдельностей позволяет сделать вывод о преобладании продольного характера разрушения, когда образование и развитие трещин происходит преимущественно в направлении действия нагрузки.

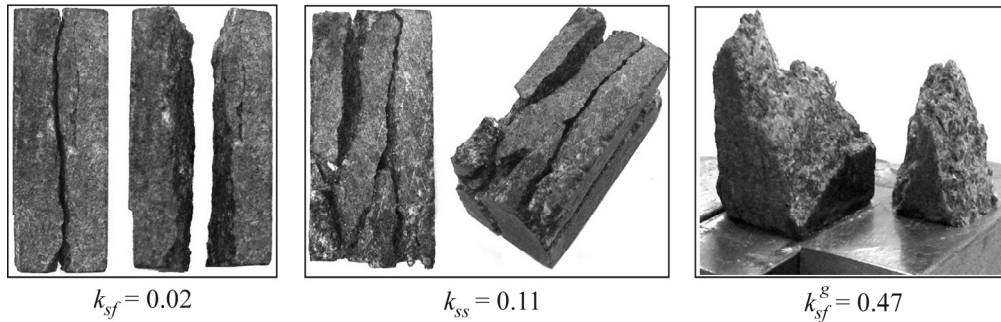


Рис. 5. Фотографии разрушенных образцов из габбро

При нагружении образцов из габбро (рис. 5) в случае $k_{sf} = 0.02$ отмечалось в основном их раскалывание на две части по вертикальной срединной плоскости, что соответствует предельному случаю формы III по Л. И. Барону [5]. Увеличение коэффициента контактного трения до $k_{ss} = 0.11$ приводило к столбчатому разрушению образцов, что также соответствует форме III [5] и происходит в результате действия растягивающих напряжений.

В случае приклеивания граней образца к нагружающим стальным пластинам, когда $k_s^g = 0.47$, наблюдалось пирамидальное разрушение образца с частичным откалыванием материала вдоль его боковых (свободных) граней в средней по высоте части образца, что соответствует форме I [5].

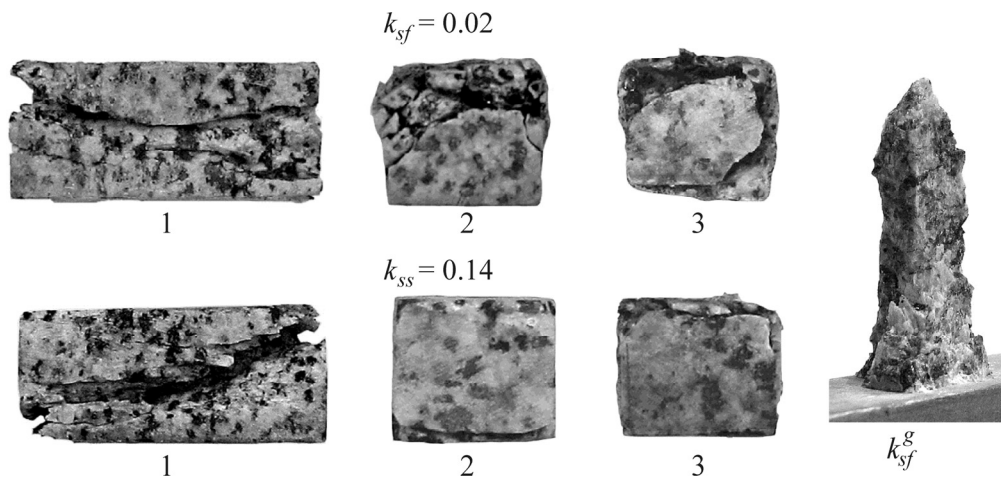


Рис. 6. Фотографии разрушенных образцов из гранита: 1–3 — боковая, верхняя и нижняя грани образца соответственно

При нагружении образцов из гранита (рис. 6) в случае $k_{sf} = 0.02$ происходило их продольное разрушение, соответствующее форме III [6]. Увеличение коэффициента контактного трения до $k_{ss} = 0.14$ приводило к диагональному разрушению образцов, соответствующему II форме разрушения [6], которая реализуется под действием напряжений сдвига. Изменение в

данном случае характера разрушения от формы III к форме II при увеличении коэффициента контактного трения в отличие от разрушения образцов из габбро, когда форма разрушения III не изменялась, можно объяснить различием значений k_{ss} для габбро (0.11) и гранита (0.14).

В случае приклеивания граней образца из гранита к нагружающим стальным пластинам (значение k_s^g не устанавливалось) происходило пирамидальное разрушение образца (см. рис. 6), соответствующее форме I [6]. Однако в этом случае откалывание материала вдоль его боковых граней отмечалось практически по всей высоте образца. Различие в характере разрушения образцов из габбро и гранита в случае приклеивания их граней к нагружающим пластинам можно объяснить тем, что у габбро размер зерен значительно меньше, чем у гранита.

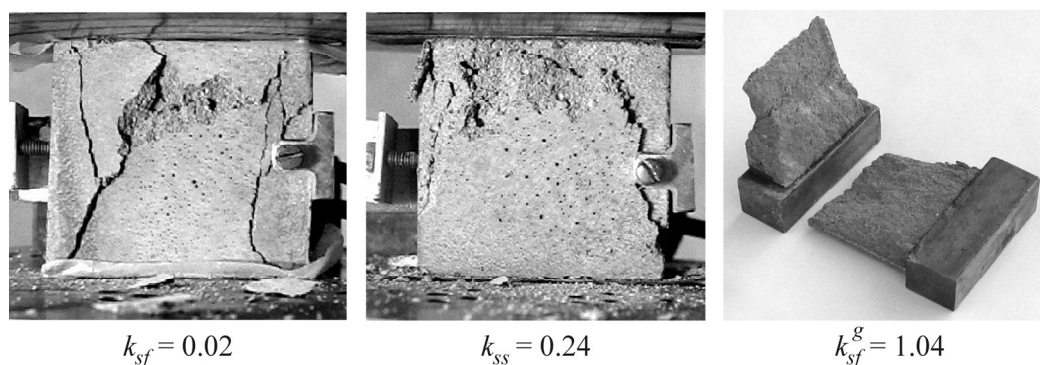


Рис. 7. Фотографии разрушенных образцов из ПЦМ

При нагружении образцов из ПЦМ при $k_{sf} = 0.02$ (рис. 7) в них образуются трещины, исходящие из углов образца, с откалыванием материала вдоль боковых (свободных) граней. В средней части образцов разрушение происходит по диагоналям вертикальных сечений YOZ , параллельных свободным боковым граням образца (диагональное разрушение). Такой характер разрушения можно отнести к комбинации I и II форм разрушения.

При нагружении образцов из ПЦМ при $k_{ss} = 0.24$ и $k_s^g = 1.04$ превалирует диагональное разрушение в сечении YOZ , а откалывание материала вдоль боковых граней практически не происходит. Это соответствует II форме разрушения [6], которая реализуется под действием напряжений сдвига.

Из анализа картин разрушения образцов из ПЦМ следует, что увеличение трения между их поверхностями, контактирующими с плитами пресса, приводит к развитию диагонального разрушения образцов в сечении YOZ . Объяснить это можно тем, что при наличии трения между контактирующими поверхностями затрудняется поперечная деформация образца из ПЦМ в плоскости XOZ вблизи нагруженных граней, что сдерживает образование трещин в направлении действия нагрузки. Это в полной мере соответствует полученным результатам (см. рис. 3, 4, таблицу) о росте предельного напряжения σ^* и модуля упругости образцов E^s при увеличении контактного трения. Вместе с этим проявляется известная зависимость призмочной прочности от соотношения h/a [25], состоящая в том, что прочность высокого образца ниже прочности широкого. Это приводит к тому, что разрушить образец из ПЦМ по диагональным или близким к ним плоскостям в сечении YOZ легче, чем в сечении XOY .

Полученные результаты свидетельствуют о существенном влиянии коэффициента контактного трения на параметры предельного состояния и характер (форму) разрушения сжимаемых образцов.

Зависимости предельных напряжений сжатия σ^* и модулей упругости E^s от коэффициента контактного трения k_s для образцов из габбро и ПЦМ (таблица) показаны на рис. 8.

Оказывается, что предельные напряжения сжатия σ^* и модулей упругости E^s образцов из габбро и ПЦМ связаны с коэффициентами контактного трения k_s возрастающими с увеличением k_s зависимостями, аппроксимируемыми, например, логарифмическими зависимостями, что следует из уравнений их линий тренда, а также достоверности аппроксимации R^2 , приведенных на рис. 8. Так, для габбро $\sigma^* = 24.51 \text{Ln}(k_s) + 187.69$ МПа и $E^s = 3.59 \text{Ln}(k_s) + 33.74$ ГПа, а для ПЦМ $\sigma^* = 4.44 \text{Ln}(k_s) + 43.08$ МПа и $E^s = 1.38 \text{Ln}(k_s) + 17.00$ ГПа.

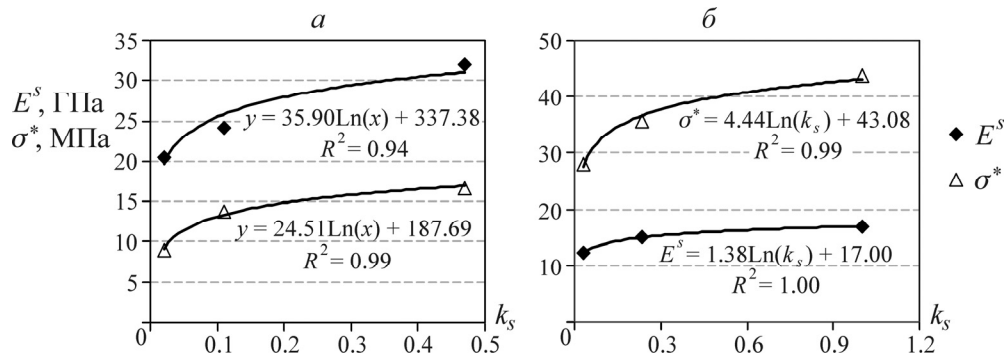


Рис. 8. Зависимости предельных напряжений сжатия σ^* и модулей упругости E^s от коэффициента контактного трения k_s для образцов из габбро (а) и ПЦМ (б)

Из полученных данных следует, что изменение условий трения на контактных поверхностях от практически проскальзывания ($k_{sf} = 0.02$) до полного контакта ($k_s^g = 0.47$ для образцов из габбро и $k_s^g = 1.04$ для образцов из ПЦМ) приводит к повышению значений предельных напряжений сжатия образцов σ^* на 100 и 55 %, а их модулей упругости E^s на 37 и 55 % соответственно.

Необходимо отметить, что возрастание величин σ^* и E^s при увеличении коэффициента контактного трения от k_{ss} до k_s^g можно объяснить тем, что в случае приклеивания нагружаемых граней образца к стальным плитам прессы ($k_s = k_s^g$) на контактных поверхностях существует только одна зона полного контакта, а при непосредственном контакте нагружаемых граней образца со стальными плитам прессы без приклеивания ($k_s = k_{ss}$) на контактных поверхностях возникают две зоны: полного контакта и проскальзывания. Это качественно соответствует результатам работы [22] и может оказаться полезным для решения вопросов, связанных с устойчивостью и долговечностью целиков, началом и характером их разрушения, в том числе и при наклонном залегании пластов.

ВЫВОДЫ

В результате экспериментальных исследований получены значения предельных параметров σ^* , ε^* и модулей упругости E^s сжимаемых образцов из габбро, гранита и ПЦМ в зависимости от условий на контактных поверхностях. Показано, что зависимости предельных напряжений сжатия σ^* и модулей упругости E^s образцов из габбро и ПЦМ от коэффициента контактного трения k_s являются возрастающими с увеличением k_s и могут быть аппроксимируемыми логарифмическими зависимостями.

Установлено, что изменение контактных условий приводит к трансформации характера (формы) разрушения образцов при одноосном сжатии. В случае приклеивания нагружаемых граней образца к стальным плитам прессы ($k_s = k_s^g$) на контактных поверхностях существует

только одна зона полного контакта, а при контакте нагружаемых граней образца со стальными плитами пресса без приклеивания ($k_s = k_{ss}$) на контактных поверхностях возникают две зоны: полного контакта и проскальзывания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гузь А. Н. Основы механики разрушения композитов при сжатии: в 2 т. — Киев: Литера ЛТД, 2008. — Т. 1.
2. Слепян Л. И. Механика трещин. — Л.: Судостроение, 1990.
3. Качанов Л. М. Основы механики разрушения. — М.: Наука, 1974.
4. Бартенев Г. М. Прочность и механизм разрушения полимеров. — М.: Химия, 1984.
5. Васильев Л. М., Васильев Д. Л. Теоретическое обоснование формирования горизонтальных нормальных напряжений в массивах горных пород // ФТПРПИ. — 2013. — № 2.
6. Барон Л. И. Экспериментальное определение коэффициентов крепости горных пород по шкале М. М. Протодяконова путем испытания буровых кернов на раздавливание // Разрушение углей и горных пород. — М.: Углетехиздат, 1958.
7. Гольдштейн Р. В. Структуры в процессах разрушения // Изв. РАН. МТТ. — 1999. — № 5.
8. Штаерман И. Я. Контактные задачи теории упругости. — М.: Гостехиздат, 1949.
9. Галин Л. А. Контактные задачи теории упругости. — М.: Гостехиздат, 1953.
10. Тимошенко С. П. Курс теории упругости. — Киев: Наук. думка, 1972.
11. Муздакбаев М. М., Никифоровский В. С. О прочности материалов на сжатие // ПМТФ. — 1978. — № 2.
12. Бейсетаев Р. Б., Никифоровский В. С. К вопросу прочности твердых тел на одноосное сжатие // ФТПРПИ. — 1976. — № 3.
13. Черепанов Г. П. Механика хрупкого разрушения. — М.: Наука, 1974.
14. Миренков В. Е., Красновский А. А. К вопросу накопления повреждений в кусочно-однородном блоке пород при сжатии // ФТПРПИ. — 2012. — № 4.
15. Аптуков В. Н., Константинова С. А., Мерзляков А. Ф. Особенности разрушения образцов перистой каменной соли при испытаниях на сжатие // ФТПРПИ. — 2009. — № 3.
16. Назарова Л. А., Назаров Л. А. Оценка устойчивости целиков на основе вязкоупругой модели // ФТПРПИ. — 2005. — № 5.
17. Popov V. L. Contact Mechanics and Friction: Physical Principles and Applications, 1-st ed. Springer-Verlag: Berlin, Heidelberg, 2010, No. 25.
18. Fridriksson B. Finite elements solutions of surface nonlinearities in structural mechanics with special emphasis to contact and fracture mechanics problems, Corn-put. and Struct., 1976.
19. Fridriksson B., Rejtholm G., Sjoblom P. Variational inequalities in structural mechanics with emphasis on contact problems, Finite elements in non linear mechanics, 1978, No. 2.
20. Солодовников В. Н. К теории нормального контакта твердых тел // Прикл. механика и техн. физика. — 2000. — Т. 41. — № 1.
21. Александров В. М., Чебаков М. И. Введение в механику контактных взаимодействий. — Ростов-на-Дону: ЦВВР, 2007.
22. Алексеев А. Е. Нелинейные законы сухого трения в контактных задачах линейной теории упругости // Прикл. механика и техн. физика. — 2002. — Т. 43. — № 4.
23. Костандов Ю. А., Медведев В. С. Исследование предельного состояния хрупких тел с трещинами при одноосном сжатии // Завод. лаб. — 2011. — № 3.
24. Костандов Ю. А. Определение коэффициентов внешнего и внутреннего трения материалов // Завод. лаб. — 2011. — № 2.
25. Баженов Ю. М. Технология бетона: учеб. пособие. — 2-е изд. — М.: Высш. шк., 1987.

Поступила в редакцию 25/V 2015