УДК 539.374

ПЛАСТИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ СФЕРИЧЕСКОГО СОСУДА ВЫСОКОГО ДАВЛЕНИЯ ИЗ ОРТОТРОПНОГО МАТЕРИАЛА, НАГРУЖЕННОГО ВНУТРЕННИМ ИМПУЛЬСНЫМ ДАВЛЕНИЕМ

Ю. Чзан, Ч. Цзинь, М. Пан

Чжэцзянский университет, 310058 Ханчжоу, Китай
E-mails: 1044264954@qq.com, ccwwjin@163.com, ppmmzju@163.com

Исследуется пластическая неустойчивость сферического сосуда высокого давления из материала, обладающего пластической ортотропией. В рамках теории конечных деформаций и с использованием ортогонального анизотропного критерия Хилла получено уравнение для критической деформации, при которой возникает пластическая неустойчивость. Исследовано влияние скорости деформации и параметра ортотропии на значение критической деформации.

Ключевые слова: сферический сосуд высокого давления, пластическая неустойчивость, пластическая ортотропия, импульсная нагрузка, скорость деформации.

DOI: 10.15372/PMTF20220218

Введение. Сферические сосуды высокого давления широко используются в нефтехимической промышленности, аэрокосмической технике, энергетике и т. д. Результаты исследования пластической неустойчивости необходимы при проектировании безопасных и надежных сосудов давления.

Исследование пластической неустойчивости сферических сосудов проводилось в работах [1–5]. В [6] установлено, что неустойчивость сферической оболочки при жестком нагружении возникает в тот момент, когда суммарная сила в диаметральном сечении достигает максимума. В работе [7] предложена общая математическая модель для определения пластической неустойчивости сферического сосуда при растяжении. Установлено, что полученная в [7] нагрузка, при которой возникает неустойчивость, является верхней оценкой нагрузок, полученных в экспериментах по разрушению сферических оболочек. В [8] исследовалась пластическая неустойчивость сферических оболочек при различных видах нагружения. В работе [9] отмечается, что существует два типа неустойчивости сферических и цилиндрических оболочек при статическом нагружении: глобальная пластическая неустойчивость и локальная пластическая неустойчивость. Глобальная неустойчивость возникает в тот момент, когда внутреннее давление достигает максимума, локальная неустойчивость наблюдается при растяжении. В работе [10] исследована пластическая неустойчивость динамически нагруженного сферического сосуда при различных определяющих соотношениях теории пластичности. Показано, что глобальная пластическая неустойчивость сферических сосудов при импульсном нагружении не возникает в отсутствие статического внутреннего давления. В [10] также исследовано влияние скорости деформации на пластическую неустойчивость.

Как известно, многие сосуды высокого давления изготовлены из материалов, обладающих пластической анизотропией. В работе [11] получено аналитическое выражение для давления разрушения тонкостенной трубы с закрытыми торцами при одновременном действии внутреннего и внешнего статических давлений. Предполагалось, что материал трубы обладает пластической анизотропией. Показано, что учет пластической анизотропии материала необходим при определении разрушающих нагрузок. В работе [12] исследовано разрушение толстостенных сферических сосудов из материала с пластической ортотропией, нагруженных внутренним и внешним статическими давлениями.

В данной работе на основе теории пластичности Хилла [13] для материалов, обладающих ортогональной анизотропией, исследуется пластическая неустойчивость тонкостенного сферического сосуда из материала с пластической ортотропией, нагруженного внутренним импульсным давлением.

1. Определение пластической неустойчивости. Рассмотрим тонкостенный сферический сосуд, подвергаемый воздействию импульса внутреннего давления. Материал сосуда обладает пластической ортотропией. В соответствии с теорией Хилла для материала, обладающего ортогональной анизотропией, выражение для эквивалентного напряжения в тонкостенном сферическом сосуде записывается в виде

$$\sigma = \sqrt{\frac{3}{2}}\,\Big(\frac{F(\sigma_\theta - \sigma_r)^2 + G(\sigma_r - \sigma_\varphi)^2 + H(\sigma_\varphi - \sigma_\theta)^2}{F + G + H}\Big)^{1/2}, \tag{1}$$

где σ_r — радиальное главное напряжение; σ_θ, σ_φ — окружные главные напряжения; F, G, H — параметры ортотропии. Выражение для эквивалентной деформации имеет вид

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{2}{3}}\,(F + G + H)^{1/2}\Big(\frac{F(G\varepsilon_\theta - H\varepsilon_r)^2 + G(H\varepsilon_r - F\varepsilon_\varphi)^2 + H(F\varepsilon_\varphi - G\varepsilon_\theta)^2}{(FG + GH + HF)^2}\Big)^{1/2}, \tag{2}$$

где ε_r, ε_θ, ε_φ — главные деформации.

В силу сферической симметрии сосуда выполняются равенства

$$\varepsilon_\theta = \varepsilon_\varphi, \qquad \sigma_\theta = \sigma_\varphi, \qquad F = G. \tag{3}$$

Для сосуда с достаточно тонкими стенками радиальное главное напряжение σ_r много меньше окружных напряжений. Полагая $\sigma_r = 0$ и учитывая равенства (3), из (1) получаем выражение для эквивалентного напряжения

$$\sigma = \sqrt{3/(2 + R)}\;\sigma_\theta, \tag{4}$$

где для материала, являющегося изотропным в плоскости окружных направлений, $R = H/G = H/F$.

Пластический материал сосуда предполагается несжимаемым:

$$\varepsilon_\varphi + \varepsilon_\theta + \varepsilon_r = 0. \tag{5}$$

Из (3), (5) следует

$$\varepsilon_r = -2\varepsilon_\theta. \tag{6}$$

Из соотношений (2), (3), (6) получаем

$$\varepsilon = 2\sqrt{(2 + R)/3}\;\varepsilon_\theta. \tag{7}$$

В случае тонкостенного сферического сосуда суммарная сила F_θ вычисляется по формуле

$$F_\theta = 2\pi r t \sigma_\theta, \tag{8}$$

где r — текущий радиус сосуда; t — текущая толщина сосуда. Максимальное значение силы достигается в тот момент, когда ее производная обращается в нуль. Следовательно, из (8) следует

$$\frac{dr}{r} + \frac{dt}{t} + \frac{d\sigma_\theta}{\sigma_\theta} = 0. \tag{9}$$

Главные деформации в тонкостенном сферическом сосуде вычисляются по формулам

$$\varepsilon_\theta = \varepsilon_\varphi = \ln(r/r_0), \qquad \varepsilon_r = \ln(t/t_0), \tag{10}$$

где r_0, t_0 — начальные радиус и толщина сосуда соответственно. Для дифференциалов деформаций выполняются равенства

$$d\varepsilon_\theta = d\varepsilon_\varphi = \frac{dr}{r}, \qquad d\varepsilon_r = \frac{dt}{t}; \tag{11}$$

$$d\varepsilon_r = -2d\varepsilon_\theta. \tag{12}$$

Из соотношений (9), (11), (12) следует

$$\sigma_\theta = \frac{d\sigma_\theta}{d\varepsilon_\theta}. \tag{13}$$

В (13) использовано условие несжимаемости материала.

Из (4), (7) получаем

$$d\varepsilon_\theta = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2+R}}\,d\varepsilon, \qquad d\sigma_\theta = \sqrt{\frac{2+R}{3}}\,d\sigma. \tag{14}$$

Из (4), (13), (14) следует, что в точке неустойчивости выполняется равенство

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \frac{\eta}{2}\,\sigma, \tag{15}$$

где $\eta = \sqrt{3/(2+R)}$.

Примем следующий обобщенный степенной закон упрочнения [10]:

$$\sigma = \sigma_0 + K\varepsilon^n + D\dot{\varepsilon}^m. \tag{16}$$

Здесь σ_0, D — константы; K — коэффициент прочности; n — показатель степени в законе деформационного упрочнения; m — показатель степени в слагаемом, учитывающем скорость деформации. Эти константы и параметры можно определить с использованием экспериментальной кривой напряжение — деформация.

Из (15), (16) можно получить уравнение для определения деформации ε_b в момент возникновения неустойчивости сферического сосуда:

$$(\varepsilon_b)^n\Big(\frac{2n}{\varepsilon_b} - \eta\Big) = \eta\Big(\frac{\sigma_0}{K} + \frac{D}{K}\,\dot{\varepsilon}^m\Big) \tag{17}$$

(ε_b — эквивалентная деформация сферического сосуда в момент возникновения неустойчивости).

2. Результаты исследования и их обсуждение. В случае тонкостенного сферического сосуда из анизотропного материала, нагруженного внутренней импульсной нагрузкой, деформацию, при которой возникает неустойчивость, можно определить из уравнения (17), в котором учитывается влияние скорости деформации. При $R = 1$ (случай изотропной пластичности) трансцендентное уравнение (17) сводится к уравнению [10]

$$(\varepsilon_b)^n\Big(\frac{2n}{\varepsilon_b} - 1\Big) = \frac{\sigma_0}{K} + \frac{D}{K}\,\dot{\varepsilon}^m,$$

которое может быть получено с использованием критерия Мизеса, при $R = 1$, $D = 0$ — к уравнению, полученному в работе [10]:

$$(\varepsilon_b)^n\Big(\frac{2n}{\varepsilon_b} - 1\Big) = \frac{\sigma_0}{K},$$

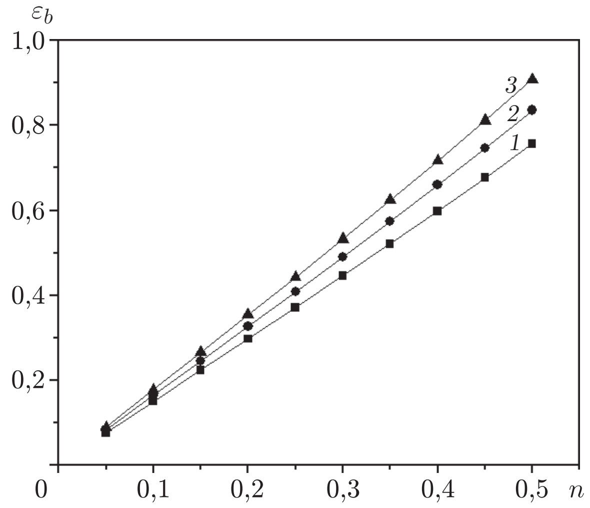

Рис. 1

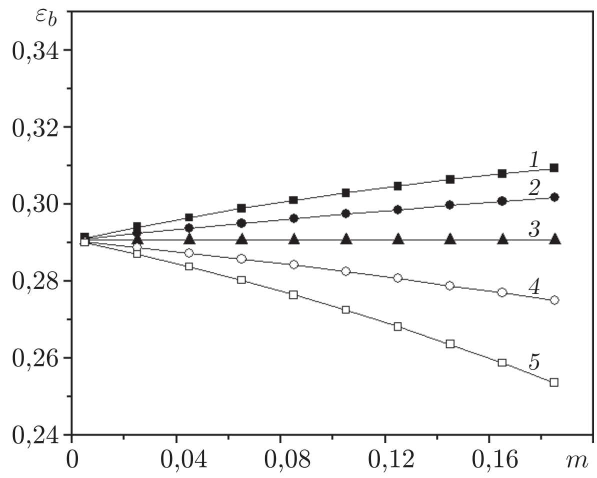

Рис. 2

Рис. 1. Зависимость деформации ε_b от показателя n при $\sigma_0/K = D/K = 0{,}1$, $\dot{\varepsilon} = 0{,}01$ с$^{-1}$, $m = 0{,}05$ и различных значениях параметра R:
1 — $R = 0{,}5$, *2* — $R = 1{,}0$, *3* — $R = 1{,}5$

Рис. 2. Зависимость деформации ε_b от показателя m при $\sigma_0/K = D/K = 0{,}1$, $n = 0{,}2$, $R = 0{,}5$ и различных значениях скорости деформации $\dot{\varepsilon}$:
1 — $\dot{\varepsilon} = 0{,}01$ с$^{-1}$, *2* — $\dot{\varepsilon} = 0{,}1$ с$^{-1}$, *3* — $\dot{\varepsilon} = 1$ с$^{-1}$, *4* — $\dot{\varepsilon} = 10$ с$^{-1}$, *5* — $\dot{\varepsilon} = 100$ с$^{-1}$

при $R = 1$, $D = 0$, $\sigma_0 = 0$ — к уравнению, которое также получено в работе [10]:

$$\varepsilon_b = 2n.$$

Решение уравнения (17) можно получить с помощью программного обеспечения Mathematica. На рис. 1 приведена зависимость деформации ε_b от показателя n при различных значениях параметра R.

На рис. 2 представлена зависимость деформации ε_b от показателя m при различных значениях скорости деформации $\dot{\varepsilon}$. Видно, что при $\dot{\varepsilon} = 1$ с$^{-1}$ деформация ε_b практически не зависит от показателя m.

Заключение. На основе ортогонального анизотропного критерия Хилла выполнен анализ пластической неустойчивости тонкостенного сферического сосуда из пластически ортотропного материала, нагруженного внутренним импульсным давлением. С использованием обобщенного степенного закона упрочнения, учитывающего влияние скорости деформации, получено уравнение для деформации, при которой возникает пластическая неустойчивость сферического сосуда давления. Численное решение этого уравнения получено с использованием программного обеспечения Mathematica.

Исследовано влияние скорости деформации и параметра пластической ортотропии на значение деформации, при котором возникает неустойчивость.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Svensson N. L.** Bursting pressure of cylindrical and spherical vessels // Appl. Mech. 1958. V. 25. P. 89–96.
2. **Hillier M. J.** The inertia effect in the tensile plastic instability of a thin spherical shell // Intern. J. Mech. Sci. 1966. V. 8. P. 61–62.

3. **Belov A. I., Kornilo V. A., Klapovskii V. E., et al.** Comparative investigation of the elastic reaction of cylindrical and spherical-shells under internal explosive loading // Combust. Explos. Shock Waves. 1990. V. 26, N 3. P. 354–357.
4. **Stankevich A. I., Evkin A. Y., Veretennikov S. A.** Stability of thin spherical shells under dynamic loading // Intern. J. Appl. Mech. 1993. V. 29, N 1. P. 35–42.
5. **Kalnins A., Updike D. P.** Limit of pressures of cylindrical and spherical shells // J. Press. Vess. Technol. 2001. V. 123, N 3. P. 288–292.
6. **Cooper W. E.** The significance of the tensile test to pressure vessel design // Welding J. 1957. V. 36, N 1. P. 49–56.
7. **Updike D. P., Kalnins A.** Tensile plastic instability of axisymmetric pressure vessels // J. Press. Vess. Technol. 1998. V. 120, N 1. P. 6–11.
8. **Duffey T. A., Doyle D.** Plastic instabilities in spherical shells under load, displacement, and impulsive loading // ASME Pressure Vessel Piping Conf. 2006. V. 4756. P. 99–110.
9. **Mou Y., Reinhardt W. D., Kizhatil R. K., McClellan G. H.** Plastic instability in pressure vessels and their role in design. Finite element applications: linear, non-linear, optimization and fatigue and fracture // ASME Pressure Vessels Piping Conf. 1998. V. 370. P. 135–142.
10. **Duffey T. A.** Plastic instabilities in spherical vessels for static and dynamic loading // J. Press. Vess. Technol. 2011. V. 133, N 5. P. 1–6.
11. **Zhang Y. Q., Wang L. Z.** Burst pressure of pipelines with plastic anisotropy under combined internal and external pressures // ASCE. J. Engng Mech. 2013. V. 139, N 7. P. 920–924.
12. **Zheng J., Hu Ya.** Investigation of burst failure of a thick-walled spherical vessel with plastic orthotropy under internal and external pressures // J. Appl. Mech. Tech. Phys. 2020. V. 61, N 6. P. 1033–1041.
13. **Hill R.** The mathematical theory of plasticity. Oxford: Clarendon Press, 1950.

Поступила в редакцию 29/III 2021 г.,
после доработки — 5/V 2021 г.
Принята к публикации 31/V 2021 г.