



**ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ КONTИНУАЛЬНОЙ МОДЕЛИ  
ИЕРАРХИЧЕСКИ-БЛОЧНОЙ ГЕОСРЕДЫ**

**М. А. Гузев<sup>1</sup>, В. Н. Одинцев<sup>2</sup>, В. В. Макаров<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>*Институт прикладной математики ДВО РАН, E-mail: guzev@iam.dvo.ru,  
ул. Радио 7, г. Владивосток 690041, Россия*

<sup>2</sup>*Институт проблем комплексного освоения георесурсов РАН, E-mail: odin-vn@yandex.ru,  
Крюковский тупик 4, г. Москва, 111020, Россия,*

<sup>3</sup>*Дальневосточный федеральный университет, E-mail: vlmvv@mail.ru,  
о. Русский, п. Аякс 10, г. Владивосток 690922, Россия*

Рассмотрена проблема построения континуальной модели иерархически-блочной геосреды. Выделен базовый структурный элемент, обеспечивающий структуризацию геосреды и рассмотрен переход от иерархически-блочной к иерархически структурированной среде. Показано, что введение четырех структурных уровней достаточно для моделирования геосреды в пределах земной коры. Предложено использовать неевклидову модель сплошной среды, учитывающую нарушения условий совместности деформаций, для описания трещинных структур. Указан алгоритм перехода к континуальному описанию таких структур и построены несингулярные решения для плоско-напряженного поля. Выполненный анализ показал, что данный подход приводит к необходимости использовать принцип иерархической неевклидовости и принцип монолитного блока.

*Геомеханика, мезоструктура, сильное сжатие, трещина отрыва, неевклидова модель, горные породы, принципы*

**CONSTRUCTING CONTINUOUS MODEL OF HIERARCHICAL BLOCK GEOMEDIUM**

**M. A. Guzev<sup>1</sup>, V. N. Odintsev<sup>2</sup>, and V. V. Makarov<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>*Institute of Applied Mathematics of the Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences,  
E-mail: guzev@iam.dvo.ru, ul. Radio 7, Vladivostok 690041, Russia*

<sup>2</sup>*Institute of Comprehensive Exploitation of Mineral Resources Russian Academy of Sciences,  
E-mail: odin-vn@yandex.ru, Krukovskiy tupik 4, Moscow 111020, Russia*

<sup>3</sup>*Far Eastern Federal University, E-mail: vlmvv@mail.ru,  
Russian Island, p. Ayaks 10, Vladivostok 690922, Russia*

The problem of constructing a continuous model of hierarchical block geomedium is considered. The basic structural element providing the geomedium structuring is determined, and transition from a hierarchical block to a hierarchical structured medium is discussed. The introduction of four structural levels is sufficient for modeling the geomedium within the Earth's crust. To describe the fractured structures, a non-Euclidean model of the continuous medium is applied, which considers the violation of deformation compatibility conditions. An algorithm for the transition to a continual description of such structures is presented and nonsingular solutions for a plane-stressed field are constructed. The performed analysis showed that this approach requires hierarchical non-Euclidicity and monolithic block principles.

*Geomechanics, mesostructure, high-ratio compression, separation crack, non-Euclidean model, rocks, principles*

Разработка континуальной модели геосреды составляет одну из основных задач геомеханики на протяжении всей истории ее существования [1, 2]. Это обусловлено необходимостью применения хорошо разработанных методов механики сплошной среды к проблеме прогноза развития геомеханических процессов как в пределах массива горных пород, так и в масштабах

коры и геоида. Так, формирование “Механики грунтов” сопровождалось принципиальным спором П. Филлунгера и К. Терцаги о предмете самой дисциплины [3]. В результате в недостаточной степени подготовленные уровнем развития теории геомеханики того времени, общетеоретические представления П. Филлунгера были отвергнуты и надолго забыты, а механика грунтов превращена в полуэмпирическую теорию.

Формирование “Механики горных пород” также сопровождалось принципиальным спором между сторонниками применения классических положений механики сплошной среды к массиву горных пород и направлением учета иерархически-блочного строения массива, развиваемого Л. Мюллером [4]. Это определило дальнейшее развитие теории геосреды по двум направлениям: механики дискретной и сплошной сред. Оба направления заняли принципиально отличные позиции, развиваемые во многом в противовес друг другу.

Следует упомянуть также пульсационную теорию формирования и развития геоида Бухера (Bucher) [5]. Она строилась на основе континуальных представлений линейной теории упругости без детальной проработки дискретного строения массива. Это давало в решении значения напряжений в центре Земли, на порядки превышающие известные пределы прочности горных пород.

В последние годы Ш. А. Мухамедиевым предпринята попытка разработки универсальной континуальной модели геосреды, где учитывался бы ее дискретный характер [1]. Автор разработал принципиальные положения такой модели, основываясь на общих законах механики эффективных сред [6–8]. Использование концепции эффективной среды в неоднородных материалах показало высокую степень достоверности, в частности, в механике сплошных сред с дефектами [9]. Здесь, начиная с предложения в 1958 г. Л. Г. Качанова [10] ввести понятие “эффективных напряжений”, разработаны методы перехода к сплошной среде на принципах усреднения характеристик континуума с дефектами в пределах “представительного элементарного объема” (RVE). Эффективные напряжения трактуются как напряжения, приводящие к таким же результатам, как и реальные напряжения, но действующие уже в области “эффективной” сплошной среды, где дефекты отсутствуют. Подобным образом и сплошная среда с дефектами может быть сведена к сплошной в результате гомогенизации, как это рассмотрено в [1].

Отметим, что все рассмотренные подходы к разработке работоспособной континуальной модели геосреды, учитывающей ее блочный характер, имеют недостаток, который заключается в необходимости усреднения свойств среды с трещинными дефектами в пределах выбранного диапазона размерности. Следствием усреднения является невозможность описания мезотрещинных структур на всех уровнях блочной геосреды из решений задач механики.

Между тем именно необходимость описания таких структур, как зональное разрушение массива вокруг подземных глубоких выработок [11, 12], исследование закономерностей их формирования и развития, представляет основной интерес в геомеханике. Это побуждает вести поиск решения задачи создания работоспособной континуальной модели геосреды.

В то же время разработанные принципы определения эффективных характеристик среды с трещинными дефектами с успехом могут быть применены при создании континуальных неевклидовых моделей сплошной среды с дефектами, задающими структурно-иерархический характер геосреды. Здесь принцип “монолитного блока” составляет одну из отправных точек моделирования, как это будет показано ниже.

Использование неевклидовых моделей показало свою высокую эффективность в физической мезомеханике [13] в связи с проблемой полноты описания физико-механических свойств материалов, ставшей особенно актуальной в последние годы. Появилось много работ, в которых вводились различные характеристики внутренней структуры материалов, в том числе скалярные и тензорные характеристики “поврежденности”, “дефектности” и т. п. С другой стороны,

использование электронной микроскопии для исследования тонкой структуры кристаллов в пятидесятые годы XX столетия привело к введению в материаловедческую литературу таких понятий, как дислокации, дисклинации, вакансии и другие характеристики дефектов кристаллического строения.

Для макроскопического уровня рассмотрения пластической деформации твердых тел в виде двухстадийного процесса: упругого и пластического — современная теория дефектов в кристаллах позволяет качественно объяснить многие закономерности поведения материалов в различных условиях нагружения. Однако экспериментальные исследования их пластической деформации показывают [13], что на этой стадии идут процессы структурной перестройки, сопровождаемые развитием деформации на промежуточных — между микроскопическим и макроскопическим — масштабах. Выделение таких масштабов в кристалле определяется тем, что в нем формируется новое качественное состояние, характеризующееся существованием так называемых структурных уровней деформации.

Необходимость формулировки новой парадигмы описания деформируемого твердого тела в иерархии спектра структурно-масштабных уровней проанализирована в работе [14]. Показано, что можно предложить сокращенное описание всего спектра дефектов, основываясь на общем для них свойстве, которое связано с развитием локальных структурных превращений, формирующихся в зонах концентраторов напряжений различного масштаба. Тогда процесс структурных превращений в деформируемом кристалле развивается по всему спектру масштабных уровней. Возникающие здесь проблемы лежат на стыке физики и механики деформируемого твердого тела, и стали предметом исследования физической мезомеханики.

Появление “Физической мезомеханики” как научной дисциплины, изучающей и моделирующей мезоуровень деформируемых тел с дефектами, заставило пересмотреть и подходы к построению математических моделей геосреды. Применение принципов мезомеханики в геомеханике к вопросам моделирования геосреды и прогнозирования геодинамических явлений нашло отражение в работах [15, 16]. В это же время авторы настоящей статьи одновременно и независимо развивали подход для моделирования иерархии блочной геосреды на основе неевклидовых моделей [17].

**Общее свойство неевклидовых структур.** По-видимому, впервые в физической литературе на необходимость введения перехода от классической (евклидовой) теории к неклассической (неевклидовой) было указано в работах К. Кондо и В. Билби [18, 19]. Варианты обобщения классической теории упругости в рамках различных неевклидовых моделей сплошной среды были предложены многими авторами, и анализ этой проблемы можно найти в работах [20 – 25]. Общим для всех подходов является использование геометрических объектов неевклидовости: тензор кручения, неметричности и кривизны — в качестве переменных, характеризующих геометрическую структуру внутренних взаимодействий частиц сплошной среды между собой. В наиболее четкой форме идея обобщения классической теории проанализирована С. К. Годуновым [26], указавшим, что отождествление изменений внутренней метрики материала, определяющей изменение его внутренней энергии, и соответствующее изменение формы тела в евклидовой метрике внешнего наблюдателя, является дополнительной гипотезой, постулируемой в классической теории.

Необходимость введения неевклидовых объектов была неявно подчеркнута в процессе анализа различных инженерных проблем [27, 28]. Так, использованные в [28] при создании аппаратуры для измерения уровня внутренних напряжений в сварных конструкциях предположения о несовместности деформаций явно связаны с отличием от нуля тензора кривизны в пространстве внутри материала.

С физической точки зрения геометрические неевклидовы характеристики пространств — внутренние переменные и не могут быть измерены непосредственно. Хотя наличие дефектов является физической причиной существования внутренних ненулевых напряжений в материале, но на макромасштабном уровне при определенном размере зерна возможно распределение дислокаций, которое не приводит к макроскопическим полям напряжений [29]. В этом случае при интерпретации результатов экспериментального изучения поведения реального материала существенную роль играет уровень разрешения при измерениях, который зависит от масштабов исследуемых процессов. При этом на данном — макроскопическом — масштабном уровне рассмотрения поведения материалов неважно, какие физические дефекты определяют возникающую несовместность деформаций.

При этом общим кинематическим свойством для всех дефектов является несовместность элементов среды, которую следует рассматривать фундаментальным элементом при исследовании внутренней структуры материалов. Тогда на выбранном пространственном масштабе материала для описания его поведения следует ввести в качестве дополнительной переменной параметр несовместности (один или несколько), который определяет степень структурной неоднородности материала. По определению, параметр несовместности имеет кинематическое происхождение, а нарушение гомогенности материала происходит при выполнении некоторых силовых условий.

**Иерархия структурных уровней блочной геосреды.** Переходя к анализу иерархически-блочной геосреды с позиции мезомеханики, следует указать, что блочное строение массива горных пород установлено первоначально в геологических исследованиях [30, 31]. Тогда же появилась классификация иерархии блоков, в которой выделяются соответствующие уровни, основанная на способности пород к разрушению определенного типа [32]. Блочная структура имеет, как правило, форму “кирпичной кладки” и образуется в результате геологических процессов [33], причем размеры блоков рассматриваются от 0.1 мм до первых сотен километров. На количественном уровне феноменологическая модель иерархически-блочного строения геосреды рассматривалась в [34] с использованием идеи “фундаментального канонического ряда”. В [35] отмечен иерархически-блочный характер геосреды, что при переходе к мезоуровню предполагает в качестве основных типов деформаций сдвиг и вращение.

Но в геомеханике хорошо известно, что основным структурным элементом геосреды является трещина отрыва, развивающаяся при сдвиге [36]. Заметим, что проблема происхождения в массиве горных пород отрывных трещин в условиях всестороннего сжатия обсуждалась в геологических работах задолго до появления геомеханики, однако однозначного объяснения найдено не было [30, 31]. В настоящее же время теория сдвиго-отрывного разрушения при сжатии разработана достаточно полно [7, 36]. Причем блочный характер геосреды играет при этом определяющую роль.

На первом уровне иерархически-блочной геосреды, представленной породными образцами, блоками выступают минеральные зерна, имеющие четко выделяющиеся в эксперименте границы, которые задают неоднородность прочностных свойств горной породы этого иерархического уровня. На границах минеральных зерен, как наиболее ослабленных участках геоматериала, при сжатии возникают сдвиговые мезодефекты, порождающие отрывные участки в концевых областях (рис. 1). С ростом нагрузки сдвиго-отрывные мезотрещины объединяются, и в образце развивается отрывная макротрещина. Направление ее роста совпадает с направлением максимальных напряжений при одноосном сжатии образца.

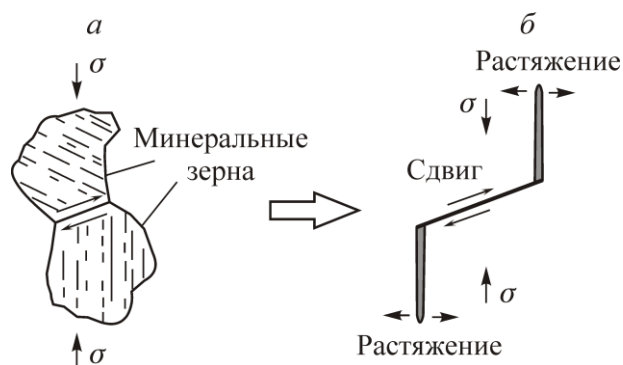


Рис. 1. Образование сдвиго-отрывной мезотрещины [36]: а — схема сдвига при сжатии; б — схема отрыва при сжатии

Представленная в [36] теория сдвиго-отрывного разрушения горных пород описывает все основные экспериментальные факты, известные из испытаний породных образцов и позволяет определить максимальную длину устойчивой сдвиго-отрывной макротрещины. Отношение размеров структурных блоков (диаметр минерального зерна  $d_{\text{зерн}} = 0.1 - 0.5$ ) к размеру образца (диаметр 3–5 см, высота 6–10 см) в среднем равно 1 : 100. Размеры микротрещин для минерала составляют величину порядка размеров минерального зерна [37]. Размеры мезотрещин отрыва, возникающих при сжатии породного образца, изменяются в пределах от 1 до 5–10 диаметров зерна [36]:

$$2l_{\text{обр}}^{\text{мезо-макс}} = (5 \div 10)d_{\text{зерн}} = (0.5 \div 5) \text{ мм.} \quad (1)$$

Критическая длина устойчивой макротрещины отрыва при одноосном сжатии  $2l_{\text{обр}}^{\text{макро-макс}}$  (предельная длина устойчивого макродефекта породного образца) составляет для большинства пород 6–10 см [36].

При переходе к следующему верхнему структурному уровню в иерархии породных блоков геосреды для выработок диаметром 3–5 м (что соответствует условиям большинства одиночных горных выработок угольной и рудной промышленности) также сохраняется соотношение 1 : 100 между размерами породного образца и диаметром выработки. Если полагать справедливым принцип геометрического подобия [26] между блочной структурой образца горной породы и массива на иерархически втором уровне блочной геосреды, то размер блоков массива равен  $d_{\text{мас}} = 100d_{\text{зерн}} = (1 \div 5) \text{ см}$ , а соответствующие размеры мезодефектов определяются соотношениями:

$$2l_{\text{мас}}^{\text{мезо-мин}} = d_{\text{мас}} = (1 \div 5) \text{ см,} \quad 2l_{\text{мас}}^{\text{мезо-макс}} = (5 \div 10)d_{\text{мас}}. \quad (2)$$

Из (1), (2) видно, что с учетом “кирпичной кладки” блоковой структуры массива по порядку величины  $2l_{\text{мас}}^{\text{мезо-мин}} = 2l_{\text{обр}}^{\text{макро-макс}}$ , что может быть принято в качестве оценки при проведении испытаний на одноосное сжатие. Это позволяет рассматривать макродефект на иерархически первом уровне геосреды (породного образца) в качестве мезодефекта минимальной длины на иерархически втором (верхнем) уровне геосреды —  $2l_{\text{мас}}^{\text{мезо-макс}} \approx 10 - 100 \text{ см}$ , что соответствует параметрам большинства трещинных систем массива [27].

Таким образом, мезотрещиной соседнего верхнего по отношению к образцу горной породы иерархического уровня подземной выработки будет служить устойчивая макротрещина максимальной длины образца — соседнего нижнего иерархического уровня. Соотношение 1 : 100 дает масштаб массива, в пределах которого сохраняются условия геометрического подобия, а

при сохранении механизмов разрушения горных пород в массиве отрывом в условиях сжатия для выработок диаметром до 3–5 м выполняются требования физического подобия. Последнее означает, что развитие мезотрещинного процесса в массиве вокруг выработок происходит по тем же законам, которые характерны для образцов горных пород: после стадии хаотического развития мезотрещинный процесс локализуется, что приводит к зональному деформированию вмещающих пород [40]. Дальнейшее развитие такого процесса ведет к образованию макротрещин отрыва в условиях сжатия, что связано с зональным разрушением (дезинтеграцией) [40]. Производя далее перенос полученных результатов на все уровни иерархически-блочного массива в пределах коры, можно получить оценки максимальных размеров устойчивых макро-разрывов. Итоговые результаты приведены в таблице.

Размеры структурных блоков на различных структурных уровнях блочной геосреды

Структурный уровень	Размер структурного блока	Длина устойчивого макродефекта	Фактический диапазон размеров структурных блоков	Источник
Образец горной породы	0.5 мм	10 см	0.1–0.5 мм	[36, 37]
Массив (горная выработка)	5 см	10 м	10–100 см	[39]
Массив (очистная выработка)	5 м	1000 м	2–5 м	[41]
Массив (кора)	500 м	100 км	20–180 км	[42]

Предложенный подход расширяет идеи физической мезомеханики применительно к иерархически-блочной геосреде: максимальный размер устойчивой сдвиго-отрывной макротрещины нижнего соседнего иерархического уровня определяет минимальный размер блока верхнего уровня и, соответственно, ограничивает “снизу” его уровень в блочной иерархии. При этом межблочные сдвиго-отрывные трещины рассматриваются как мезотрещины, а внутриблочные — как микротрещины.

После определения масштаба, в пределах которого выполняются требования [16, 43, 44] по усреднению свойств мезообъемов, построение модели сплошной среды с трещинными дефектами сдвиго-отрывного типа на всех уровнях иерархически-блочной геосреды направляется по конструктивному пути. При этом сдвиг в процессе сдвиго-отрывного разрушения в условиях всестороннего сжатия [36] остается определяющим в процессах формирования макротрещины, а отрыв обеспечивает, в свою очередь, ротационную подвижность блочной среды соответствующего мезоуровня. Это отвечает условию работы [14] по удовлетворению требования сохранения сдвиго-поворотного механизма мезотрещинного процесса на каждом структурном уровне геосреды. Поэтому представляется обоснованным применение неевклидовых моделей [17] к геосреде на всех уровнях ее блочной иерархии при соблюдении определенных принципов [45].

**Неевклидова модель геосреды на различных структурных уровнях.** В классической модели сплошной среды при описании поля напряжений используется кинематическое ограничение, связанное с выполнением условия совместности (условие Сен-Венана [25]), а также динамические соотношения для элементов среды. При расширении классической теории вводится функция несовместности [20, 32], а, это в свою очередь, приводит к отказу от условия совместности Сен-Венана. Термодинамическое обоснование соотношений неевклидовой модели дано в [46].

Для иллюстрации результатов применения неевклидовой модели к первым структурным уровням геосреды (таблица) рассмотрим случай плоско-деформированного состояния среды в стационарной постановке. Тогда функция несовместности является скалярной, т. е. неевклидова модель имеет единственный по сравнению с классической моделью дополнительный параметр ( $R$ -функция) — это отличает двумерный случай от трехмерного случая:

$$\frac{R}{2} = \frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial x^2 \partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial x^1 \partial x^1} - 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial x^1 \partial x^2}, \quad (3)$$

где  $\varepsilon_{ij}$  — компоненты тензора деформаций. Уравнения для поля напряжений при отсутствии массовых сил совпадают с уравнениями равновесия Коши

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0. \quad (4)$$

Из-за линейности уравнений (4) поле внутренних напряжений можно представить в виде суммы поля упругих напряжений  $\Sigma_{ij}$  и дополнительного поля  $T_{ij}$ , созданного дефектами структуры:  $\sigma_{ij} = \Sigma_{ij} + T_{ij}$ . Параметризация  $T_{ij}$  через функцию несовместности  $R$  (3) выполнена в [47].

Представленная неевклидова модель применена для описания напряженно-деформированного состояния сильно сжатого породного образца [48]. Построенные решения позволяют выделить очаговую область подготовки макроразрушения в образце в стадии предразрушения, установить периодический характер распределения напряжений как по периметру образца, так и по его высоте.

Экспериментальное исследование характера деформирования образцов горных пород в предразрушающей стадии нагружения проведено при разработке многоточечного метода определения деформаций сильно сжатого образца горных пород. На образцах дацита цилиндрической формы фиксировались деформации с применением тензорезисторов на базе 10 мм и использованием в качестве регистрирующей аппаратуры деформационной измерительной станции УИУ-2002 [49]. Соответствие результатов экспериментальных и теоретических исследований представлено на рис. 2, который показывает их удовлетворительное качественное совпадение.

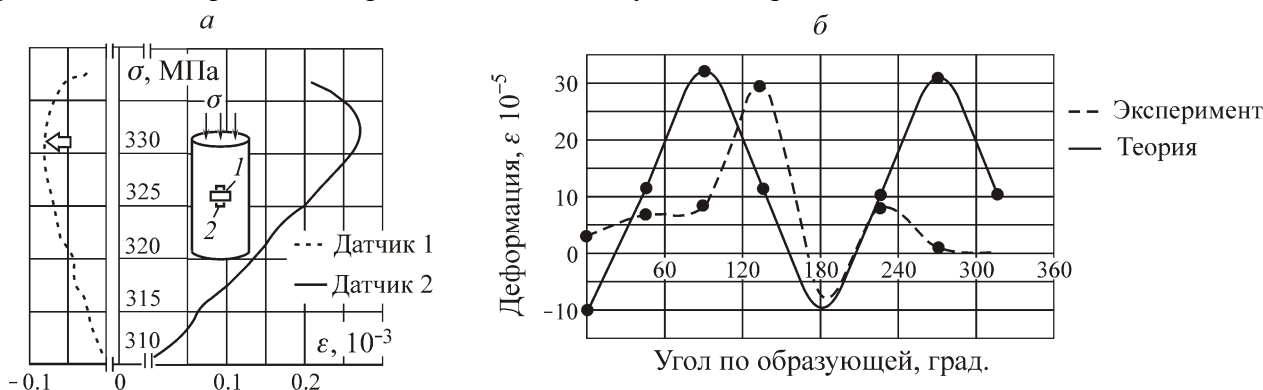


Рис. 2. Данные исследований деформаций образца горных пород в средней части (по высоте) в предразрушающей области нагружения: *a* — эксперимент; *б* — результаты сравнения теории и эксперимента

На втором структурном уровне геосреды (таблица) сформулированная неевклидова модель сплошной среды использовалась при анализе различных эффектов зонального деформирования и разрушения массива вокруг цилиндрической глубокой горной выработки [40, 50, 51]. Из решения плоской задачи механики получены соотношения для описания периодического характера поля напряжения вокруг выработки

С использованием критерий разрушения [36] показано, что характеристики зон слабо зависят от значений модуля упругости горных пород и коэффициента Пуассона. Эффективность модели была продемонстрирована для широкого диапазона свойств массива горных пород в случае прочных горных пород ( $\sigma_c = 150$  МПа, где  $\sigma_c$  — прочность горной породы) и слабых горных пород ( $\sigma_c = 15$  МПа). Для вычисления значений напряжений и критериальной функции разработаны алгоритмы и программы [51].

Корреляция между теорией и экспериментальным исследованием прошла оценку при сравнении данных измерений радиальных смещений около выработок на больших глубинах (рудник Николаевский, г. Дальнегорск) с результатами, предсказанными моделью (рис. 3). Установлено, что количественные различия между прогнозируемыми и измеренными результатами исследований (без учета контурной зоны) не превосходят 47 % при полном качественном удовлетворении на расстоянии от контура до четырех зон. Исследования слабых и прочных горных пород показывают, что основным фактором, влияющим на зональные параметры структуры разрушения, является значение уровня напряжения в массиве (глубина заложения). С увеличивающейся глубиной наблюдается рост числа зон разрушения и их радиальной протяженности.

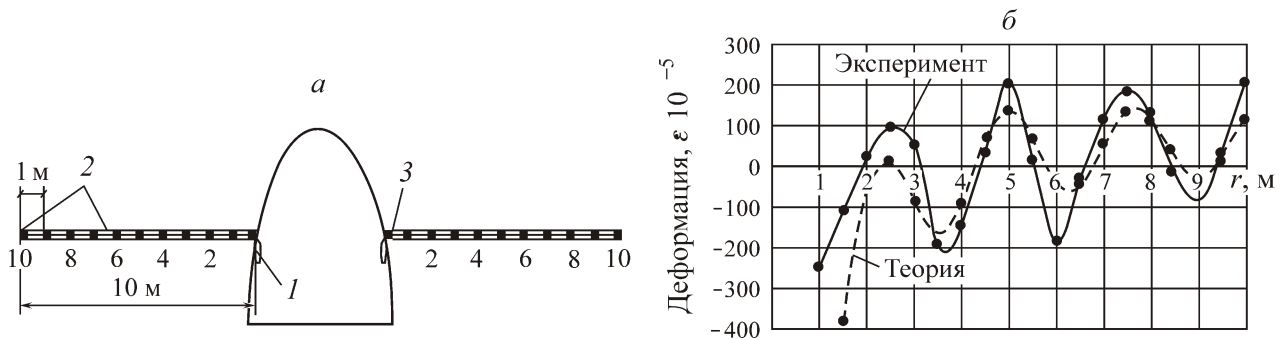


Рис. 3. *a* — измерительная станция вокруг выработки (*1* — измерительное устройство; *2* — глубинный репер; *3* — контурный репер); *б* — теоретические и экспериментальные радиальные деформации

Таким образом, континуальные неевклидовы модели геосреды подтверждают свою работоспособность при описании мезоструктур зонального и очагового типа на различных структурных уровнях геосреды [49].

## ВЫВОДЫ

Геомеханика сильно сжатых горных пород и массивов представляет собой комбинированную теорию, где геомеханически обусловленное иерархически-блочное строение заменяется иерархией структурных уровней геосреды. Основным структурным элементом здесь выступает сдвиго-отрывная трещина, развивающаяся на границах блоков. Каждый структурный уровень, в свою очередь, моделируется континуальной неевклидовой моделью, отвечающей всем требованиям физической мезомеханики.

Замена структурных уровней геосреды системой неевклидовых моделей, отличающихся между собой только значениями используемых в них параметров, отвечает принципу неевклидовой иерархичности. Другим важнейшим принципом выступает принцип “монолитного блока”, где в пределах каждого структурного уровня реальные блоки горного массива моделируются эффективной сплошной средой, свойства которой определяются в результате стандартных процедур микромеханики.

В результате выделена иерархия структурных уровней в массиве на его различных масштабах и блочная геосреда представлена в градуированной форме. При таком подходе исследование критических состояний геосреды в процессе ее структурных превращений в условиях сильного сжатия массива становится предметом геомеханики.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

1. Mukhamediev S. A. On discrete structure of geologic medium and continual approach to modeling its movements, *Geodynamics & Tectonophysics*, 2016, vol. 7, no. 3, pp. 347–381. [Мухамедиев С. А. О дискретном строении геологической среды и континуальном подходе к моделированию ее движений // Геодинамика и тектонофизика. — 2016. — Т. 7. — № 3 — С. 347–381.]



2. **Kolymbas D.** Constitutive modelling of granular materials, Springer Science & Business Media, 2000, 556 pp.
3. **Ehlers W.** Porous media in the light of history. In “The History of Theoretical, Material and Computational Mechanics”, Springer, Berlin, Heidelberg, Mathematics Meets Mechanics and Engineering, 2014, pp. 211–227.
4. **Muller L.** Fundamentals of Rock Mechanics, Lectures held at Technical University of Karlsruhe, the Department for Mechanics of Deformable Bodies, September, 1969, Udine 1969, 73 pp.
5. **Bucher W. H.** The Deformation of the Earth’s Crust, Princeton University Press, Princeton, 1933, 518 pp.
6. **Bayuk I. O.** Basic principles of mathematical modeling of macroscopic physical properties of hydrocarbon reservoirs, Seismic survey technologies, 2013, no. 4, pp. 5–18. [**Баяук И. О.** Основные принципы математического моделирования макроскопических физических свойств коллекторов углеводородов // Технологии сейсморазведки. — 2013. — № 4. — С. 5–18.]
7. **Nemat-Nasser S. and Hori M.** Micromechanics: Overall Properties of Heterogeneous Materials, Elsevier, Amsterdam, 1993, 687 pp.
8. **Buryachenko V. A.** Micromechanics of Heterogeneous Materials, Publisher: Springer US, 2007, 687 pp.
9. **Lemaitre J.** A course on damage mechanics, Springer Science & Business Media. 1996, 210 pp., ISBN 978-3-540-60980-3.
10. **Kachanov L. M.** Introduction to Continuum Damage Mechanics, Martinus Nijhoff Dordrecht, Netherlands, 1986, 96 pp.
11. **Shemyakin E. I., Fisenko G. L., Kurlenya M. V., Oparin V. N., Reva V. N., Glushikhin F. P. and Kuznetsov Y. S.** Zonal disintegration of rocks around underground workings, Part 1. Data of in situ observations, Journal of Mining Science, 1986, no. 3, pp. 157–168. [**Шемякин Е. И., Фисенко Г. Л., Курленя М. В., Опарин В. Н., Рева В. Н., Глушихин Ф. П., Кузнецов Ю. С.** Зональная дезинтеграция горных пород вокруг подземных выработок. Ч. 1: Данные натуральных наблюдений // ФТПРПИ. — 1986. — № 3. — С. 3–15.]
12. **Shemjakin E. I., Fisenko G. L., Kurlenya M. V., Oparin V. N., Reva V. N., Glushikhin F. P. and Kuznetsov Y. S.** The Effect of Zonal Disintegration of Rocks around Underground Excavations, Proceedings of the Academy of Sciences the USSR, 1986, vol. 289, pp. 1088–1094. [**Шемякин Е. И., Фисенко Г. Л., Курленя М. В., Опарин В. Н., Рева В. Н., Глушихин Ф. П., Кузнецов Ю. С.** Эффект зональной дезинтеграция горных пород вокруг подземных выработок // ДАН СССР. — 1986. — Т. 289. — С. 1088–1094.]
13. **Panin V. E., Grinyaev Yu. V., Danilov V. I., et al.** Structural levels of plastic deformation and destruction, Novosibirsk, Nauka, 1990, 255 pp. [**Панин В. Е., Гриняев Ю. В., Данилов В. И. и др.** Структурные уровни пластической деформации и разрушения. — Новосибирск: Наука, 1990. — 255 с.]
14. **Panin V. E., Grinyaev Yu. V., and Egorushkin V. E.** Fundamentals of physical mesomechanics of structurally inhomogeneous media, Journal of Russian Academy of Sciences. Mechanics of Solids, 2010, no. 4, pp. 8–29. [**Панин В. Е., Гриняев Ю. В., Егорушкин В. Е.** Основы физической мезомеханики структурно-неоднородных сред // Изв. РАН. МТТ. — 2010. — № 4. — С. 8–29.]
15. **Gol’din S. V.** Macro- and mesostructures of the earthquake focal area, Physical Meso-mechanics, 2005, vol. 8, no. 1, pp. 5–14. [**Гольдин С. В.** Макро- и мезоструктуры очаговой области землетрясения // Физическая мезомеханика — 2005. — Т. 8. — № 1. — С. 5–14.]
16. **Makarov P. V., Smolin I. Yu., Stefanov Yu. P., et al.** Nonlinear mechanics of geomaterials and geome-dia, Ed. L. B. Zuev, Novosibirsk, Academic publishing house “Geo”, 2007, 236 pp. [**Макаров П. В., Смолин И. Ю., Стефанов Ю. П. и др.** Нелинейная механика геоматериалов и геосред / Под ред. Л. Б. Зуева. — Новосибирск: академическое изд-во Гео, 2007. — 236 с.]
17. **Guzev M. A. and Makarov V. V.** Deformation and destruction of highly compressed rocks around openings, Vladivostok, Dalnauka, 2007, 231 pp. [**Гузов М. А., Макаров В. В.** Деформирование и разрушение сильно сжатых горных пород вокруг выработок. — Владивосток: Дальнаука, 2007. — 231 с.]

18. **Kondo K.** On the geometrical and physical foundations of the theory of yielding, Proc. 2nd Japan National Congress on Applied Mechanics, Tokyo, 1953, pp. 41–47.
19. **Bilby B. A., Bullough R., and Smith E.** Continuous distributions of dislocations: a new application of the methods of non-Riemannian geometry, Proceedings of the Royal Society A, 1955, vol. 231. pp. 263–273.
20. **Stojanovic R.** Equilibrium conditions for internal stresses in non-euclidian continua and stress space, International Journal of Engineering Science, 1963, 1, pp. 323–327.
21. **Minagawa S.** On the stress functions in elastodynamics, Acta Mechanica, 1976, 24(3), pp. 209–217.
22. **Kröner E.** Incompatibility, defects, and stress functions in the mechanics of generalized continua, International Journal of Solids and Structures, 1985, 21(7), pp. 747–756.
23. **Myasnikov V. P. and Guzev M. A.** Thermo-mechanical model of elastic-plastic materials with defect structures, Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 2000, 33(3), pp. 165–171.
24. **Preston S. and Elżanowski M.** Material Uniformity and the Concept of the Stress Space, in: B. Albers (Eds.), Continuous Media with Microstructure, Springer, Berlin, Heidelberg, 2010, pp 91–101.
25. **Yavari A., Goriely A., and Elżanowski M.** Nonlinear Dislocation Mechanics, Archive for Rational Mechanics and Analysis, 2012, 205(1), pp. 59–118.
26. **Godunov S. K. and Romenskii E. I.** Elements of Continuum Mechanics and Conservation Laws, Kluwer Academic, Plenum Publishers, New York – Boston – Dordrecht – London – Moscow, 2003, 260 pp.
27. **Chernyshev G. N., Popov A. L., Kozintsev V. M., Ponomarev II.** Residual stresses in deformable solids, Moscow, Nauka, 1996, 240 pp. [Чернышев Г. Н., Попов А. Л., Козинцев В. М., Пономарев И. И. Остаточные напряжения в деформируемых твердых телах. — М.: Наука, 1996. — 240 с.]
28. **Withers P. J.** Residual stress and its role in failure, Reports on Progress in Physics, 2007, 70(12), pp. 2211–2264.
29. **Burgers J. M.** Physics. Some considerations on the fields of stress connected with dislocations in a regular crystal lattice. I, II, in: Nieuwstadt F.T.M., Steketee J. A. (Eds.), Selected Papers of J. M. Burgers, Springer, Dordrecht, 1995, pp. 335–389.
30. **Crosby W. O.** On the classification and origin of joint structures, Proc. Boston Society Natural History, 1882–1883, vol. 22, pp. 72–85.
31. **King W.** Report on the Superinduced Divisional Structure of Rocks, called Jointing, and Its Relation to Slaty Cleavage, The Transactions of the Royal Irish Academy, 1875, vol. 25, pp. 605–662.
32. **Sadovskii M. A.** Natural lumpiness of rocks, Proceedings of the Academy of Sciences the USSR, 1979, vol. 274, no. 4, pp. 829–831. [Садовский М. А. Естественная кусковатость горной породы // ДАН СССР. — 1979. — Т. 274. — № 4. — С. 829–831.]
33. **Rock mechanics**, ed. by L. Müller, Wien; New York, Springer, 1982, 390 pp.
34. **Oparin V. N. and Tanaino A. S.** Representation of the sizes of natural rock formations in the canonical scale. Classification, Journal of Mining Science, 2009, no. 6, pp. 40–53. [Опарин В. Н., Танайно А. С. Представление размеров естественных отдельностей горных пород в канонической шкале. Классификация // ФТПРПИ. — 2009. — № 6. — С. 40–53.]
35. **Gol'din S. V.** Lithosphere destruction and physical mesomechanics, Physical Mesomechanics, 2002, vol. 5, no. 5, pp. 5–22. [Гольдин С. В. Деструкция литосферы и физическая мезомеханика // Физическая мезомеханика. — 2002. — Т. 5. — № 5. — С. 5–22.]
36. **Одинцев В. Н.** Отрывное разрушение массива скальных горных пород. — М.: Изд-во ИПКОН РАН, 1996. — 166 с.
37. **Kochanov A. N.** Microcracks in a Solid on the Example of Rocks, Mining Information and Analytical Bulletin, 2015, no. 7, pp. 221–225. [Кочанов А. Н. Микротрещины в твердом теле на примере горных пород // ГИАБ. — 2015. — № 7. — С. 221–225.]
38. **Sedov L. I.** Similarity and Dimension Methods in Mechanics, Moscow, Nauka, 1977, 440 pp. [Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. — М.: Наука, 1977. — 440 с.]

39. **Chernyshev S. N.** Rocks joints, Moscow, Nauka, 1983, 240 pp. [**Чернышев С. Н.** Трещины горных пород. — М.: Наука, 1983. — 240 с.]
40. **Makarov V. V., Guzev M. A., Odintsev V. N. et al.** Periodical zonal character of damage near the openings in highly-stressed rock massif conditions, *J. of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 2016, vol. 8, no. 2, pp. 164–169.
41. **Lushpey V. P., Makarov V. V., and Laptev A. S.** Tectonophysical assessment of stresses for the conditions of the Natalka field and methods for increasing the stability of outcrops, *Kolyma*, 1982, no. 3-4, pp. 18–21. [**Лушпей В. П., Макаров В. В., Лаптев А. С.** Тектонофизическая оценка напряжений для условий Наталкинского месторождения и способы повышения устойчивости обнажений // Колыма. — 1982. — № 3-4. — С. 18–21.]
42. **Sadovskii M. A., Bolkhovitinov L. G., and Pisarenko V. F.** On the Discreteness Property of Rocks, *Bulletin Academy of Sciences of the USSR, Physics of the Earth*, 1982, vol. 12, pp. 3–18. [**Садовский М. А., Болховитинов Л. Г., Писаренко В. Ф.** О свойстве дискретности горных пород // Изв. АН СССР. Физика Земли. — 1982. — Т. 12. — С. 3–18.]
43. **Sadovskiy M. A., Bolkhovitinov L. G., and Pisarenko V. F.** Deformation of the geophysical environment and seismic process, Moscow, Nauka, 1987, 100 pp. [**Садовский М. А., Болховитинов Л. Г., Писаренко В. Ф.** Деформирование геофизической среды и сейсмический процесс. — М.: Наука, 1987. — 100 с.]
44. **Nikolaevsky V. N.** Mechanics of porous and fractured media, Moscow, Nedra, 1984, 232 pp. [**Николаевский В. Н.** Механика пористых и трещиноватых сред. — М.: Недра, 1984. — 232 с.]
45. **Guzev M. A., Odintsev V. N., and Makarov V. V.** Principals of geomechanics of highly stressed rock and rock massifs, *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2018, vol. 81, pp. 506–511.
46. **Guzev M. A.** Non-Euclidean models of elastoplastic materials with structure defects, *Lam-bert Academic Publishing*, 2010.
47. **Myasnikov V. P. and Guzev M. A.** Geometric Model of Internal Self-Balanced Stresses in Solids, *Proceedings of the Academy of Sciences*, 2001, 46 (10), pp. 740–741. [**Мясников В. П., Гузев М. А.** Геометрическая модель внутренних самоуравновешенных напряжений в твердых телах // ДАН. — 2001. — Т. 46. — № 10 — С. 740–741.]
48. **Makarov V. V., Guzev M. A., and Golosov A. M.** Multichannel method of reliable precursors of failure define, *Proc. of 14th Int. Congress on Rock Mech. and Rock Eng., Rock Mechanics for Natural Resources and Infrastructure*, CRC Press, 2020, pp. 1875–1882.
49. **Guzev M. and Makarov V.** Principles of the non-Euclidian model application to the problem of dissipative mesocracking structures of highly compressed rock and massifs modelling, *E3S Web of Conferences*, EDP Sciences, 2018, vol. 56, pp. 02001.
50. **Myasnikov V. P., Guzev M. A., and Makarov V. V.** On the periodic nature of deformation of fractured rocks, *Proceedings of the XI Russian Conference on Rock Mechanics*, St. Petersburg, Publishing house of St. Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering, 1997, pp. 333–337. [**Мясников В. П., Гузев М. А., Макаров В. В.** О периодическом характере деформирования трещиноватых горных пород // Материалы XI Рос. конф. по механике горных пород. — СПб.: Изд-во СПбГАСУ, 1997. — С. 333–337.]
51. **Guzev M. A. and Paroshin A. A.** Non-Euclidean model of the zonal disintegration of rocks around an underground working, *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2001, 42 (1), pp. 131–139.