

О ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССАХ В НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЕ

Ю. А. Березин, В. А. Вишнев

(Новосибирск)

В данной работе метод «крупных» частиц [1-4] используется для решения задачи о распаде произвольного разрыва плотности ионов, когда температура электронов значительно больше температуры ионов (в расчетах температура ионов полагается равной нулю). Как и в работах [5-12], выбрана модель, в которой рассматривается движение только ионной компоненты, а плотность электронов описывается распределением Больцмана. Необходимость использования метода крупных частиц как одного из методов решения кинетического уравнения возникает вследствие того, что гидродинамическое описание ионно-звуковых волн в неизотермической плазме с $T_i = 0$ справедливо только для волн сравнительно небольшой амплитуды

$$\Phi_{\max} < \Phi_* = 1.26 T_e / e, \quad U < 1.58 (T_e / m_i)^{1/2}$$

При больших амплитудах и скоростях регулярная солитонная структура волн разрушается и возникает многопотоковое течение [5].

Исходной является система уравнений

$$\frac{\partial f}{\partial t} + u \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{e}{m_i} \frac{\partial f}{\partial u} \frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x^2} = 4\pi e \left[n_0 \exp\left(\frac{e\Phi}{T}\right) - \int_{-\infty}^{\infty} f du \right] \quad (2)$$

где f — функция распределения ионов, u — скорость ионов, Φ — потенциал, T — температура электронов, n_0 — невозмущенная плотность плазмы.

Уравнения характеристик для кинетического уравнения (1) являются уравнениями движения ионных слоев

$$\frac{du_j}{dt} = - \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad \frac{dx_j}{dt} = u_j \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = \exp(\Phi) - \rho \quad (4)$$

Здесь j — номер частицы (слоя), ρ — плотность ионов, скорость u измеряется в единицах ионно-звуковой скорости $(T / m_i)^{1/2}$, координата x — в дебаевских радиусах $D = (T / 4\pi n_0 e^2)^{1/2}$, потенциал — в единицах T / e .

Алгоритм решения уравнений (3), (4) подробно изложен в [11]. Во всех проведенных расчетах использовалось 10 тысяч частиц, длина пространственного интервала 150 D . Время счета типичного варианта до времен $t = 25\omega_{ci}^{-1}$ составляло 15 мин на ЭВМ БЭСМ-6.

Рассмотрим эволюцию начального разрыва плотности ионов (ступеньки), который задается следующим образом:

$$\rho(x, 0) = \begin{cases} C = \text{const} & \text{при } 0 \leq x \leq x_0 \\ 1 + (C - 1) \exp(-(x - x_0)^2 / l^2) & \text{при } x \geq x_0 \end{cases} \quad (5)$$

$$u_j(x, 0) = 0$$

При сравнительно небольших перепадах плотности ($C \lesssim 4$), как и следует ожидать, распад ступеньки приводит к образованию идущей вправо ламинарной ударной волны и идущей влево волны разрежения. Ударная волна имеет осцилляторный передний фронт, обусловленный дисперсией на разделении зарядов, который сопровождается участком с примерно постоянной амплитудой $\bar{\Phi}$. Заметим, что наличие этого участка связано с нестационарностью процесса; при $t \rightarrow \infty$ вся область должна заполняться осцилляциями. Амплитуда переднего солитона нарастает до некоторого значения $\Phi_{\max} < \Phi_*$; опрокидывания фронта и перемешивания частиц не происходит. Результаты этих расчетов сравнивались с точным решением задачи о распаде разрыва в бездиссипативной газодинамике с показателем адиабаты $\gamma = 1$, что соответствует пренебрежению эффектами дисперсии ($D \rightarrow 0$). Скорость газодинамической ударной волны M_0 определяется из трансцендентного уравнения

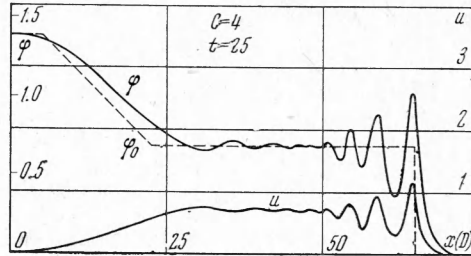
$$M_0^2 = C \exp[-(M_0 - M_0^{-1})] \quad (6)$$

а значения плотности, потенциала и скорости газа за фронтом равны

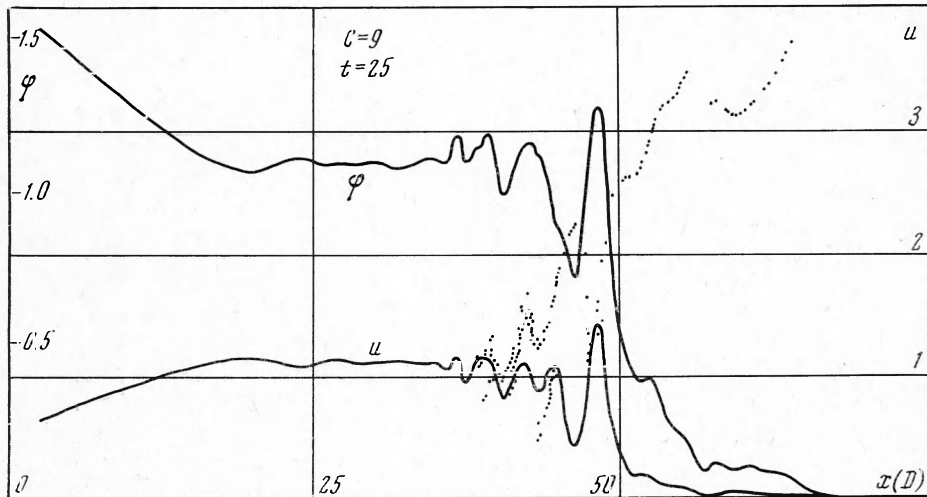
$$\bar{\rho} = M_0^2, \quad \bar{\varphi}_0 = 2 \ln M_0, \quad \bar{u} = M_0 - M_0^{-1} \quad (7)$$

Амплитуда потенциала $\bar{\varphi}$ в численном решении достаточно хорошо совпадает с величиной $\bar{\varphi}_0$, полученной по формуле (7); скорость осцилляторной ударной волны M немного больше, чем M_0 из (6), поскольку она определяется амплитудой φ_{\max} переднего солитона. На фиг. 1 представлены результаты расчета эволюции разрыва с $C = 4$; пунктир соответствует газодинамическому профилю потенциала.

При начальных перепадах плотности $5 \leq C \leq 13$ ($0.8 \lesssim \bar{\varphi} < \varphi_*$) амплитуда переднего солитона, в отличие от предыдущего случая, возрастает до значений $\varphi_{\max} \geq \varphi_*$, после чего происходит опрокидывание с образованием предшественника и быстрых частиц, отраженных фронтом. Расчеты показывают, что если $\bar{\varphi} < \varphi_*$, то выброс частиц имеет пульсационный характер, т. е. после нарастания амплитуды переднего солитона до $\varphi_{\max} \geq \varphi_*$ происходит отражение некоторого числа частиц фронтом, уменьшение амплитуды переднего солитона до $\varphi < \varphi_*$, затем снова рост за счет энергии ступеньки, новый выброс частиц и т. д. Этот факт был отмечен в [3] для задачи об эволюции симметричного сжатия. На фиг. 2 представлены результаты расчета распада разрыва с $C = 9$.



Фиг. 1



Фиг. 2

Увеличение амплитуды ступеньки C и, соответственно, амплитуды потенциала $\bar{\varphi}$ ($C > 13$, $\bar{\varphi} > \varphi_*$) приводит к образованию ударной волны без регулярных осцилляций, но с резким фронтом между основной частью волны и предшественником. При этом происходит непрерывное отражение частиц. Формирование предшественника сопровождается торможением основной волны. Действительно, если ламинарная ударная волна всегда опережает газодинамический профиль, то в рассматриваемом случае основная волна от него отстает. Например, скорость газодинамической ударной волны $M_0 = 2.49$ при $C = 50$, а скорость волны в расчетах $M \approx 1.8$ при $D \neq 0$. Скорость предшественника, естественно, значительно больше и равна в этом случае $M_p \approx 5.3$. Ввиду того что дальнейшее увеличение потенциала $\bar{\varphi}$ в ударной волне тре-

бует значительного увеличения C (см. ниже) и соответственно числа частиц, для рас-

\bar{C}	50	80	300	1422	76880
M_0	2.49	2.73	3.48	4.48	7.39
$\bar{\varphi}$	1.82	2.01	2.49	3.00	4.00

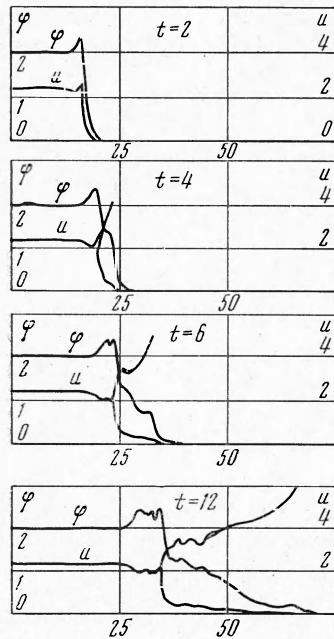
четов с большими амплитудами использовалась видоизмененная модель, в которой рассматривалась только область ударной волны. Начальные условия в этом случае задаются из газодинамического решения и имеют вид

$$\rho(x, 0) = \begin{cases} \bar{C} = \text{const} & \text{при } 0 \leq x \leq \bar{x}_0 \\ 1 + (\bar{C} - 1) \exp[-(x - x_0)^2 / l^2] & \text{при } x > \bar{x}_0 \end{cases} \quad (8)$$

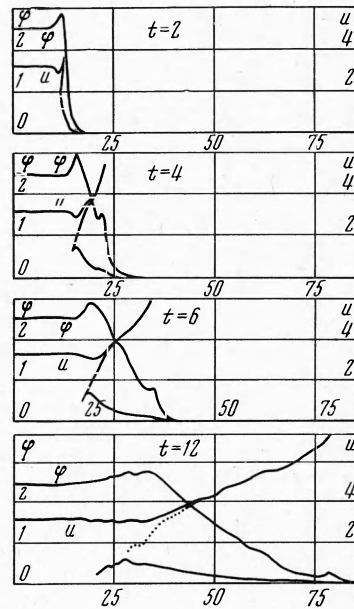
$$\varphi(x, 0) = \ln \rho(x, 0) \quad (9)$$

$$u_j(x, 0) = [\rho(x_j, 0)]^{1/2} - [\rho(x_j, 0)]^{-1/2} \quad (10)$$

На фиг. 3 представлены профили потенциала и скоростей частиц в различные моменты времени для случая $\bar{\varphi} = 2$. Отчетливо видно образование потока быстрых частиц и предшественника, а также резкого фронта основной волны. С увеличением амплитуды потенциала $\bar{\varphi}$ максимальное значение потенциала в предшественнике φ_p



Фиг. 3



Фиг. 4

возрастает (см. ниже) и разница между основной волной и предшественником постепенно исчезает. Это имеет место при $\bar{\varphi} \approx 2.4$.

$\bar{\varphi}$	2	2.2	2.35
φ_p	1.25	1.5	2.0

Переход к амплитудам $\bar{\varphi} > 2.4$ приводит к качественной перестройке характера процесса — вместо образования ударной волны происходит непрерывное расплывание начального профиля. Этот факт впервые экспериментально был обнаружен, по-

видимому, в [13] и подтвержден расчетами в [11,14,15]. Заметим, что в [11,14] рассматривалась эволюция начального сжатия

$$\rho(x, 0) = 1 + C \exp[-(x - x_0)^2 / l^2]$$

а в [15] — задача о поршне. На фиг. 4 приведены профили потенциала и скоростей частиц в различные моменты времени для случая $\bar{\varphi} = 2.5$. В отличие от ранее рассмотренных случаев меньших амплитуд $\bar{\varphi}$ частицы резко разделяются на две группы — быстрые и медленные.

Таким образом, исследование эволюции произвольного разрыва плотности ионов в неизотермической плазме показывает, что в зависимости от отношения плотностей C или амплитуды потенциала $\bar{\varphi}$ существуют четыре качественно различных случая:

- 1) $C < 5$, $\bar{\varphi} \leq 0.7$ — ламинарная осцилляторная ударная волна;
- 2) $5 \leq C \leq 13$, $0.8 \leq \bar{\varphi} < \varphi_*$ — опрокидывание ударной волны с пульсационным отражением частиц и образованием предшественника; основная волна имеет резкий передний фронт;
- 3) $C > 13$, $\varphi_* < \bar{\varphi} < 2.4$ — ударная волна с резким фронтом между основной волной и предшественником, профиль потенциала без осцилляций, непрерывное отражение частиц;
- 4) $\bar{\varphi} > 2.4$ — непрерывное расплывание профиля потенциала.

Поступила 31 V 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. Colgate S. A., Hartman C. W. Collisionless electrostatic shocks. *Phys. Fluids*, 1967, vol. 10, No. 6.
2. Енальский В. А., Имшенник В. С. Нелинейная задача о столкновении облаков разреженной плазмы. *ПМТФ*, 1965, № 1.
3. Dawson J., Shanny R. Some investigations of nonlinear behavior in one-dimensional plasmas. *Phys. Fluids*, 1968, vol. 11, No. 7.
4. Morse R. L. Multidimensional plasma simulation by the particle-in-cell method. In: *Methods in computational physics*, vol. 9; New York — London, Acad. Press., 1970.
5. Алиханов С. Г., Сагдеев Р. З., Чеботаев П. З. Разрушение ионно-звуковых волн большой амплитуды. *ЖЭТФ*, 1969, т. 57, вып. 11.
6. Сигов Ю. С. Нелинейная задача о столкновении антипараллельных потоков разреженной плазмы. Докл. АН СССР, 1970, т. 192, № 3.
7. Чеботаев П. З. Одномерная модель плазмы. В сб. «Численные методы механики сплошной среды», 1970, т. 1, № 6.
8. Sakanaoka P. H., Chu C. K., Marshall T. C. Formation of ion-acoustic collisionless shocks. *Phys. Fluids*, 1971, vol. 14, No. 3.
9. Алиханов С. Г., Белан В. Г., Кичигин Г. Н., Чеботаев П. З. Исследование ударных ионных волн в бесстолкновительной плазме. *ЖЭТФ*, 1971, т. 60, вып. 3.
10. Алиханов С. Г., Чеботаев П. З. Исследование эволюции ионно-звуковой ударной волны методом «частиц в ячейке». *ПМТФ*, 1971, № 3.
11. Березин Ю. А., Вшивков В. А. Сильные волны в неизотермической разреженной плазме. В сб. «Численные методы механики сплошной среды», 1972, т. 3, № 1.
12. Mason R. J. Computer simulation of ion-acoustic shocks. The diaphragm problem. *Phys. Fluids*, 1971, vol. 14, No. 9.
13. Fried B. D., Kennel C. F., Mackenzie K., Coronti F. V., Kindel J. M., Stenzel R., Taylor R. J., White R., Wong A. Y., Bernstein W., Sellen J. M., Forslund D., Sagdеев R. Z. Turbulent resistivity, diffusion and heating. Fourth Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Madison, Wisc., USA, 1971, IAEA/CN-28/E-4.
14. Березин Ю. А. Расчет нелинейных волн в разреженной плазме. Конференция по теории плазмы (Аннот. докл.), Киев, 1971.
15. Forslund D. W., Friedberg I. R. Theory of laminar collisionless shocks. *Phys. Rev. Letters*, 1971, vol. 27, No. 18.