

решению. Условие безотрывности течения $A < \eta_0$ при этом выполняется для любых η_0 и f_0 .

Из результатов численного табулирования вытекает также, что монотонность изменения продольной скорости поперек слоя имеет место только в случае, когда условие вещественности A в (2.11) выбирается в виде $f_0 \geq 1 + \sqrt{2\eta_0}$ — в противном случае функция $f'(\eta)$ проходит через максимум и минимум, прежде чем достигает стационарного значения на бесконечности.

Выделенное таким образом единственное решение задачи (2.4), (2.5) может быть представлено в замкнутой форме ($a = b = -A$)

$$f = -A + \eta(G + 1), \quad f' = 1 + G(1 + A - \eta) - \eta G^2/2, \\ G(\eta) = 2\eta^A \exp(-\eta) [H + K(\eta)]^{-1},$$

$$H = \frac{2\eta_0^{A+1} \exp(-\eta_0)}{f_0 + A - \eta_0} - K(\eta_0), \quad K(\eta) = \int_0^\eta t^A \exp(-t) dt,$$

$$A = \eta_0 - 1 - \sqrt{(f_0 - 1)^2 - 2\eta_0}.$$

При дискретных положительных значениях $A = n$ (дискретных значениях интенсивности отсоса $f_0 = 1 + \sqrt{(n+1)^2 + \eta_0^2 - 2\eta_0 n}$ при условии $\eta_0 > n$) решение представляется в элементарных функциях:

$$K(\eta) = -\exp(-\eta) \left[\eta^n + \sum_{l=1}^n \frac{n!}{(n-l)!} \eta^{n-l} \right].$$

При дискретных отрицательных значениях $A = -n$ (дискретные $f_0 = 1 + \sqrt{(n-1)^2 + \eta_0^2 + 2\eta_0 n}$ при любых η_0) выражение для $K(\eta)$ содержит интегральную показательную функцию. При полуцелых значениях A $K(\eta)$ выражается через интеграл вероятностей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя.— М.: Наука, 1974.
2. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами/Под ред. М. Абрамовица, И. М. Стиган.— М.: Наука, 1979.
3. Hartree D. R. On an equation occurring in Falkner and Skan's approximate treatment of the equations of the boundary layer // Proc. Cambr. Phil. Soc.— 1937.— V. 33, pt 2.
4. Stewartson K. Further solutions of the Falkner — Skan equation // Proc. Cambr. Phil. Soc.— 1954.— V. 50, pt 3.
5. Куликовский А. Г., Слободкина Ф. А. О выборе автомодельного решения в теории пограничного слоя // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1974.— № 4.
6. Иглиш Р., Кемнитц Ф. О встречающемся в теории пограничного слоя дифференциальном уравнении $f''' + ff'' + \beta(1 - f'^2) = 0$ для $\beta < 0$ и при известных законах вдувания и отсоса // Проблема пограничного слоя и вопросы теплопередачи.— М.; Л.: Энергия, 1960.
7. Лойцянский Л. Г. Ламинарный пограничный слой.— М.: Физматгиз, 1962.

г. Пермь

Поступила 27/VII 1988 г.,
в окончательном варианте — 12/XII 1988 г.

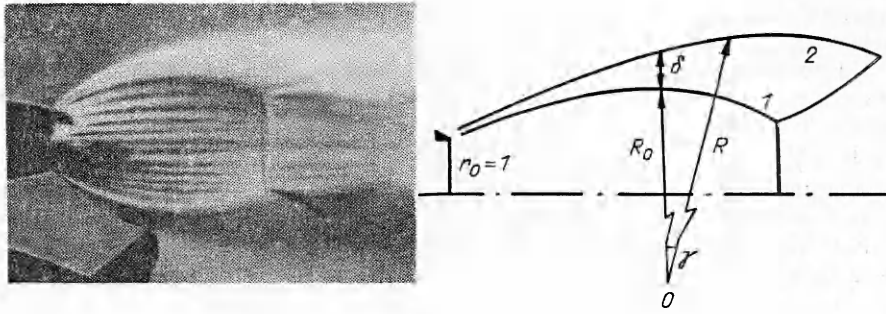
УДК 532.526.3.013.4

Н. А. Желтухин, Н. М. Терехова

ВОЗМУЩЕНИЯ ВЫСОКИХ МОД В СВЕРХЗВУКОВОЙ СТРУЕ

Излагаются трактовка и результаты численного моделирования одного малоизученного явления волновой природы, обнаруженного в струйных течениях. На теневых снимках сверхзвуковых струй, истекающих из круглого сопла на нерасчетно

© 1990 Желтухин Н. А., Терехова Н. М.



Р и с. 1

режиме, на начальном участке (первая и отчасти вторая бочки) отчетливо видны чередующиеся светлые и темные полосы, свидетельствующие о наличии азимутальных неоднородностей потока в этих областях. На рис. 1 [1] приведен типичный тепловизионный снимок, иллюстрирующий сказанное. Подобные картины хорошо знакомы газодинамикам, хотя объяснений им не дано ни в одном известном пособии и монографии по струям. В последнее время появились две экспериментальные работы, в которых авторы, используя разные методы измерений, обратились к этому явлению. В [2] для струи, истекающей в вакуум на предтурбулентном режиме, нарушение азимутальной симметрии изучается методами лазерной диагностики. Показано, что сжатый слой как бы разрывается на некоторое количество лепестков, промежутки между которыми заполняет газ из окружающего пространства, что дает разные поперечные распределения плотности ρ на разных азимутальных углах φ . Делается предположение, что это может быть результатом возникновения в потоке неустойчивости. В [1] проведено зондирование области сжатого слоя между висячим скачком уплотнения и границей затопленной турбулентной струи традиционными методами измерения газодинамических величин — датчиком полного давления, вводимым в поток соосно возможным линиям тока. Полученные вариации полного напора говорят о существовании в области сжатого слоя азимутальных неоднородностей распределений продольных скоростей. Авторы утверждают, что это является следствием наличия в потоке продольной завихренности типа вихрей Тейлора — Гёртлера.

В поддержку гипотезы волновой природы фиксируемых полос служит накопленный фактический материал из смежных областей внутренней газодинамики, аэродинамики и гидродинамической устойчивости пристенных течений, где возможно применить методы визуализации и где подобные чередующиеся полосы обоснованно идентифицируются с вихрями. Генезис их может быть различным. В гидродинамической устойчивости широко известны когерентные структуры в виде стационарных продольных вихрей, периодических по трансверсальной координате (вихри Бенни — Линя [3, 4]). К их появлению приводят процессы синергетики — самообразования структур из волн неустойчивости определенного вида конечной интенсивности. Продольные вихри, связанные с искривлением линий тока, обнаруживаются на внутренних поверхностях сопел [5], в пограничных слоях на вогнутых обтекаемых поверхностях [6], а также в отрывных течениях в местах присоединения потока [7]. Не ставя цели детально анализировать эти течения, необходимо подчеркнуть, что механизм вихреобразования, указанный там, может иметь место и в рассматриваемой нерасчетной струе.

Итак, исходной мотивацией настоящей работы является проверка гипотезы о возможности существования в свободных сверхзвуковых струях продольной завихренности в виде стационарных вихрей, заключенных в области сжатого слоя и ориентированных по потоку. Ввиду того что подобное моделирование осуществляется в условиях неполноты информации (мало экспериментального материала), что не позволяет высказать однозначного суждения о генезисе завихренности, рассмотрены структуры, происхождение которых связано с неустойчивыми колебаниями разного вида.

Во-первых, это стационарные по времени волны, связанные с искривлением траекторий движения газа из-за собственной ударно-волновой конфигурации неизобарической струи. В полуограниченных течениях за такими волнами закрепилось название вихрей Тейлора — Гёртлера (Т — Г), которое используется здесь и для свободного потока, так как роль твердой стенки выполняет в струях газ из окружающего пространства, о чем свидетельствует наличие пограничного слоя (слоя смещения). Во-вторых, рассмотрены продольные вихри, образованные вследствие нелинейного взаимодействия собственных крупномасштабных волн неустойчивости со слоем смещения струи. Взаимодействие осуществляется через индуцированные колебаниями добавочные силы (напряжения Рейнольдса), т. е. природа их аналогична природе вихрей Бенни — Линя (Б — Л). Вихрям первого вида уделяется основное внимание, так как для струи они рассмотрены впервые.

Применение метода линеаризации основных уравнений движения к изучению характеристик крупномасштабных волн в переходных и турбулентных струях — общепринятый подход, хорошо зарекомендовавший себя в потоках, где мелкомасштабная

турбулентность находится в состоянии энергетического равновесия со средним течением, определяя вид средних скоростей, но не оказывая влияния на волны несоизмеримых с ними масштабов, каковыми являются рассматриваемые ниже колебания.

Вихри Тейлора — Гёртлера. Область сжатого слоя, через которую протекает основная масса газа, между висячим скачком 1 и границей струи 2 (см. рис. 1) имеет сложное строение. Это область больших градиентов, в которой формируется слой смешения δ и где на распределение параметров оказывает влияние близость скачка уплотнения. Так как учесть все особенности при разгоне и торможении потока не представлялось возможным, была принята упрощенная схема, отражающая основные черты реальных распределений [8], важных для анализа волн в струях. Область течения разбивается на две подобласти. Первую по аналогии с изобарической струей уместно назвать ядром потока, в котором скорости и плотность постоянны, а их производные равны нулю. На поперечном разрезе расположена эта подобласть от оси струи до прилегающей к скачку области сжатого слоя, где изменения продольной скорости невелики. Значения потоковых величин $\bar{W}_0, \bar{\rho}_0$ на ее границе выбраны определяющими при осреднении уравнений. Геометрическим масштабом взят радиус сопла r_0 . Вторая подобласть, лежащая в сжатом слое, и составляет слой смешения, в котором скорость изменяется до нулевой. Анализ снимков и данные [1] показывают, что для недорасширенных струй поперечные геометрические размеры этих подобластей в пределах первой бочки находятся в соотношении 1 : (0,1—0,5). Поэтому для представления результатов в единообразном виде введен еще один масштабный множитель такой, что для всех положений вниз по потоку и всех δ безразмерная координата половинной скорости $W_0 = 0,5$ равнялась единице, так что начало слоя смешения определяется значением $r_1 = 1 - \delta/2$. Задание толщины δ должно обеспечивать пространственную привязку $z(\delta)$.

Ограничиваемся одномерным приближением поля средних скоростей $\mathbf{u} = |0, 0, W_0|$. Не располагая данными о распределении W_0 в [1, 2], мы исходили из предположения, что продольная скорость W_0 достаточно хорошо коррелирует с профилем, построенным на экспериментальных аппроксимациях для расчетной струи [9]:

$$W_0(r) = \begin{cases} 1, & r < r_1, \\ \exp(-0,693\eta^2), & r \geq r_1, \end{cases}$$

$$\eta = (r - r_1)/(1 - r_1) \geq 0, \quad r = 1 + \delta(\eta - 1)/2.$$

Из газодинамических соотношений для адиабатически заторможенного нетеплопроводного газа получены следующие соотношения для плотности ρ_0 и квадрата скорости звука a^2 [10]:

$$\rho_0 = [1 + ((k - 1)/2)M_0^2(1 - W_0^2)]^{-1}, \\ a^2 = (\rho_0 M_0^2)^{-1}, \quad k = c_p/c_v, \quad M_0 = \bar{W}_0/\bar{a}_0.$$

В общем случае граница струи и висячего скачка хорошо описывается дугами окружностей радиусами $R, R_0 \geq 1$ с центром в некоторой точке O . В качестве ортогональной системы координат выбрана система r, φ, γ , где r — радиальная, а φ и γ — угловые переменные. Метрическая форма в принятой системе $dS^2 = H_1^2 dr^2 + H_2^2 d\varphi^2 + H_3^2 d\gamma^2$ (коэффициенты Ламэ $H_1 = 1, H_2 = R \cos \gamma - R_0, H_3 = R, R = R_0 + r$), скорости вдоль осей u, v, w . Очевидно, в пределах первой бочки R меняется по величине, а $R_0 \gg r$. Уравнения Эйлера в (r, φ, γ) имеют вид

$$\begin{aligned} u_i + uv_r/H_1 + vu_\varphi/H_2 + wu_\gamma/H_3 - v^2 H_{2r}/H_1 H_2 - \\ - w^2 H_{3r}/H_1 H_3 = -p_r/\rho H_1, \\ v_i + uv_r/H_1 + vv_\varphi/H_2 + wv_\gamma/H_3 + uv H_{2r}/H_1 H_2 + \\ + vw H_{2\gamma}/H_2 H_3 = -p_\varphi/\rho H_2, \\ w_i + uw_r/H_1 + vw_\varphi/H_2 + ww_\gamma/H_3 + uw H_{3r}/H_1 H_2 - \\ - v^2 H_{2\gamma}/H_2 H_3 = -p_\gamma/\rho H_3. \end{aligned}$$

Для упрощения выберем участок струи, где без больших погрешностей R_0 можно считать постоянным, так что $\cos \gamma \approx 1$, а $\sin \gamma \approx 0$, утолщение идет только за счет нарастания δ . Тогда после введения $dz = R d\gamma$ система запишется как

$$(1) \quad \begin{aligned} u_t + uu_r + vu_\varphi/r + wu_z - v^2/r - [w^2/R_0] &= -p_r/\rho, \\ v_t + uv_r + v v_\varphi/r + wv_z + uv/r &= -p_\varphi/\rho r, \\ w_t + uw_r + vw_\varphi/r + ww_z + [uw/R_0] &= -p_z/\rho. \end{aligned}$$

Дополняем ее уравнением неразрывности

$$u\rho_r + v\rho_\varphi/r + w\rho_z + \rho(u_r + v_\varphi/r + w_z + u/r + [u/R_0]) = 0$$

и уравнением сохранения энтропии, которого для волновых процессов вполне достаточно:

$$s_t + us_r + vs_\varphi/r + ws_z = 0$$

Дополнительные члены, связанные с искривлением в продольном направлении, взяты в квадратные скобки. Первый из них — это традиционная центробежная сила, и для декартовой системы появляется только она, второй — аналог сил Кориолиса, и расширение уравнения неразрывности связано с учетом дополнительного массообмена. Численно показано, что все полученные эффекты определяются центробежным членом, влияние двух других очень мало.

Пульсационное поле задается пространственно растущими бегущими волнами:

$$(2) \quad \{u', v', w', \rho', p'\} = \kappa\{iu, v, w, g, \Pi\}(r) \exp i(\tau + n\varphi), \quad \tau = \alpha z - \omega t.$$

Здесь α_r и n — продольное и азимутальное волновые числа; $\alpha = \alpha_r + i\alpha_i$; α_r — волновое число; α_i — коэффициент нарастания; ω — круговая частота, определяющая число Струхала $Sh = 2\pi\omega r_0/a(\overline{W}_0 = 0)$; κ — амплитудный параметр. Из-за того что система (1) инвариантна относительно n и φ , она описывает также колебания типа стоячей волны в азимутальном направлении φ , которые получаются при кроссинге бегущих:

$$(3) \quad \begin{aligned} \{u', w', \rho', p'\} &= 2\kappa\{iu, w, g, \Pi\}(r) \exp i\tau \cos n\varphi, \\ v' &= 2\kappa iv(r) \exp i\tau \sin n\varphi. \end{aligned}$$

Задача отыскания волн $\Gamma - \Gamma$ заключается в нахождении решений (3) при $\omega = \alpha_r = 0$:

$$w' = 2\kappa w(r) \exp(-\alpha_i z) \cos n\varphi, \quad v' = 2\kappa iv(r) \exp(-\alpha_i z) \sin n\varphi.$$

Линеаризованная система (1) для (2) или (3) приводится к одному уравнению относительно амплитуды Π :

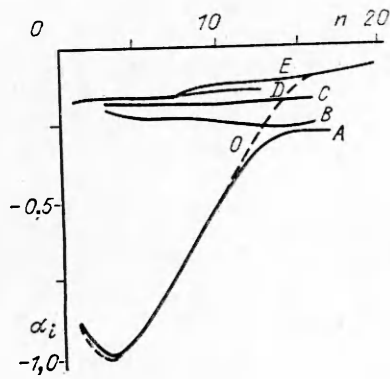
$$(4) \quad L_1(\Pi) = 0, \quad L_1(\Pi) \equiv L(\Pi) + (1/R_0 + B_2 + B_3)\Pi' + [B(\alpha^2 - A_2)/A^2 + 2B_3(1/R_0 + A_1 + B_2 + B_1'/B_1)]\Pi,$$

где $A = \alpha W_0 - \omega$; $A_1 = 1/r - \rho_0'/\rho_0 - 2A'/A$; $A_2 = A^2/a^2 - n^2/r^2 - \alpha^2$; $B = 2B_1(W_0' + B_1)$; $B_1 = W_0/R_0$; $B_2 = B_4(B'/B - 2A'/A)$; $B_3 = \alpha B_1/A$; $B_4 = A^2/B$; оператор L описывает уравнение для возмущений без искривлений траекторий движения:

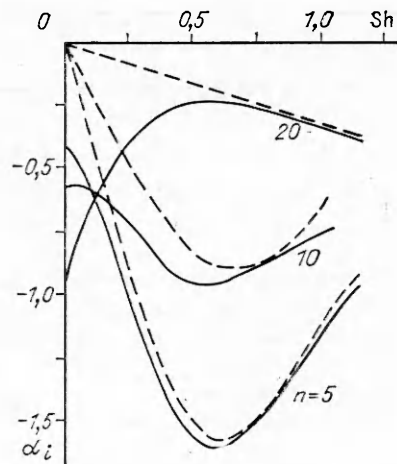
$$(5) \quad L(\Pi) = 0, \quad L(\Pi) \equiv \Pi'' + A_1\Pi' + A_2\Pi.$$

Граничными условиями для Π являются условия ограниченности возмущений в областях постоянных скоростей, что позволяет записать их в модифицированных функциях Бесселя [10].

Оказалось, что уравнение (4) по сравнению с (5) допускает существование дополнительных собственных решений, названных здесь ветвями,



Р и с. 2



Р и с. 3

причем ветвь A (рис. 2) сохраняет привязку к собственным значениям цилиндрической волны (штриховая линия), описываемых (5), и по ней можно проследить за влиянием возникающих добавочных сил. Остальные ветви ($B - E$) весьма консервативны к изменению номера азимутальной моды. На рис. 2 приведены инкременты α_i для частоты из диапазона максимально неустойчивых ($Sh = 0,25$) для режима $M_0 = 1,5$, $\delta = 0,15$ и $R_0 = 800$. Наличие кривизны приводит к росту инкрементов высоких азимутальных мод для ветви A , так что для $R_0 = 25$ лишь моды с малыми азимутальными числами $n = 1-3$ близки к значениям исходной зависимости (5). Это дает основание утверждать, что характеристики основных мод, реализующихся в струях на частоте дискретного тона, мало подвержены искажению из-за собственной бочкообразной структуры потока, подтверждая факт хорошего соответствия расчетов и экспериментальных измерений энергонесущих частот.

Поиск волн $T - \Gamma$ проводился при движении от исходных частот к $\omega \rightarrow 0$. Для ветви A (сплошные линии, $R_0 = 25$) и цилиндрической волны (штриховые) это отражено на рис. 3, где показаны распределения α_i разных мод. Как и ожидалось, для волны (5) таких возмущений не существует, т. е. при $\omega = 0$ возможно только тривиальное решение. Наличие добавочных сил приводит к их появлению, причем с ростом n их инкременты возрастают, все больше отклоняясь от зависимостей (5). Оказалось, что и добавочные ветви могут давать такие стационарные волны, инкременты которых консервативны также и к изменениям частоты. Полученные значения для достаточно малых частот позволяют экстраполировать их на значения $\omega = 0$, так как (4) при $\omega = 0$ во внешнем поле имеет особенность. В таблице приведены значения α для $R_0 = 25$; $Sh = 0,005$ с ветвей A и D . Вместе с рис. 4 они дают представление о том, что для любого n характеристики волн $T - \Gamma$ на ветви D (линия 4) практически одинаковы, что с ростом n инкременты волн с ветви A имеют тенденцию выхода на асимптоту (линия 1 для $Sh = 0,0825$) и что реальные α_i для $n > 20$ будут несколько превосходить приведенные здесь значения (линия 2 для $Sh = 0,005$ и 3 для $Sh = 0,0025$). Для сравнения показаны α_i для $Sh = 0,0825$ волны по (5) (линия 5). Уместно дать некоторые рекомендации по экспериментальному определению α_i . Желательно сделать замеры в нескольких (по крайней мере в двух) близкорасположенных сечениях по продольной координате z , где число вихрей заведомо неизменно. Так, если в первом сечении какая-либо величина $A_1 = A_0 \exp(-\alpha_i z_1)$, то с большой долей вероятности во втором сечении она запишется $A_2 = A_0 \exp(-\alpha_i z_2)$, откуда $\alpha_i = (1/\Delta z) \ln A_2/A_1$. Измеряя A_1 и A_2 и зная Δz , можно найти α_i . К сожалению, интервал Δz в [1] так велик, что оценить α_i пока не представляется возможным.

n	α	
	ветвь A	ветвь D
10	0,04555—0,5884i	0,03857—0,9529i
30	0,11471—0,9925i	0,03835—0,9526i
50	0,17598—1,1705i	0,03910—0,9537i

Был изучен вопрос о зависимости волн Т — Г от определяющих потоковых величин, таких как δ и M_0 . Их можно напрямую связать с наблюдаемым в [1] уменьшением числа вихрей вниз по потоку в пределах первой бочки, а также с наличием вто-

рого уровня самоорганизации в [2], который можно трактовать как начало перестройки режима. Пока неясно, по какому сценарию может она происходить и что является определяющим в этом процессе, можно высказать предположение, что в потоке реализуются волны с максимальным инкрементом или что в нем выживают колебания одного уровня усиления. Приведенные на рис. 5 результаты служат численным обоснованием этой гипотезы. Здесь даны α_i для разных мод ($n = 15, 20$ и 26) с ветви A при $Sh = 0,0025$ и $R_0 = 25$. Крестиками обозначены максимальные по модулю α_i , причем усиление $\exp(-\alpha_i z)$ по $z(\delta)$ [11] для них приблизительно одинаково. Это позволяет построить зависимости $n(\delta)$, подтверждающие, что с ростом δ в потоке должно происходить уменьшение числа вихревых пар (кривые 1 и 2 для $Sh = 0,005$ и $0,0025$), что соответствует [1]. Ввиду очень слабо выраженной связи $\alpha_{i \max}(\delta)$ желательнее более строго определить привязку $z(\delta)$. Обнаружено очень слабое влияние чисел Маха на параметры волн малых частот, так, изменение α_i для $M_0 = 1,5$ и $4,5$ составляет всего 4 %.

В пристенных пограничных слоях установлено, что вихри Т — Г — невязкой природы [6]. Для струи проверка влияния вязкости проведена через введение поправки (вязких сил) в правую часть (4). На рис. 6 видно, что изменения α_i для разных мод с ветвей A и D ($Sh = 0,005$) невелики, и поэтому вывод о слабом влиянии вязкости на волны Т — Г в области практически реализуемых чисел Рейнольдса остается верным и для сверхзвуковых струй.

Известно, что физический смысл имеют лишь вещественные части решений (4), поэтому амплитудами волн Т — Г будут $\tilde{u} = -u_i$, $\tilde{v} = -v_i$, $\tilde{w} = w_r$, $\tilde{p} = p_r$, $\tilde{\rho} = \rho_r$. На рис. 7 даны амплитуды скоростей \tilde{u} , \tilde{v} , \tilde{w} для $n = 30$ с ветвей A и D (соответственно сплошная и штриховая линии), нормированные так, что их максимальная среднеквадратичная интенсивность ϵ_T составляет 10 % от максимальной средней скорости.

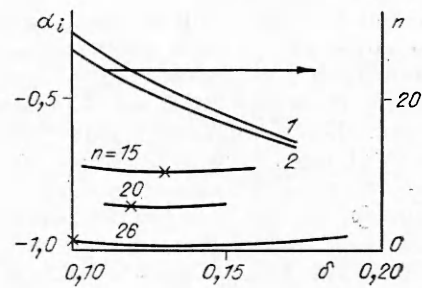
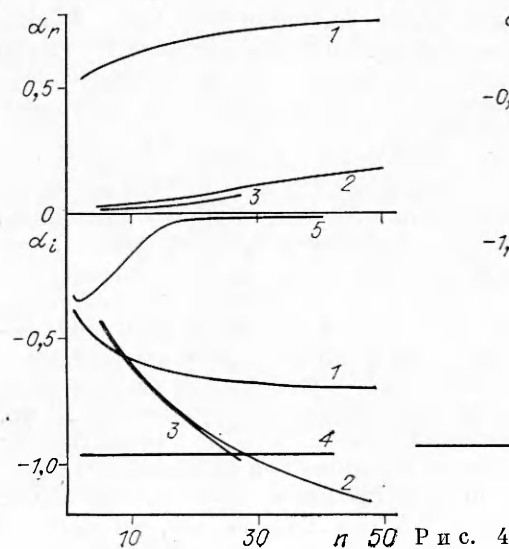


Рис. 5

Обращает на себя внимание, что вполне разумными оказываются распределения скоростей и с добавочной ветви. Рис. 8 дает представление о поперечно-азимутальных распределениях вариаций полного давления δp_0 , замеряемого в [1], для $Sh = 0,0025$, $n = 10$, $\delta = 0,15$ и $\varepsilon_T = 8,6\%$. Из известного газодинамического соотношения для p_0 [11] с точностью до квадратичных членов можно вывести для вариаций формулу

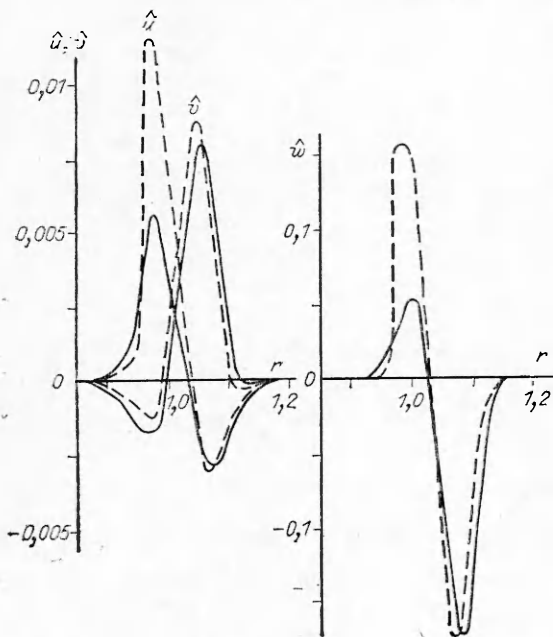
$$\delta p_0 = p_0 \left[\left(\frac{k-1}{k} \frac{p'}{p} + \frac{2w'}{W_0} \right) \frac{kM^2}{2 + (k-1)M^2} + \frac{p'}{p} \right].$$

Анализ показывает, что δp_0 формируется в основном продольной компонентой волны w' (здесь $M = W_0/a$). Эти распределения очень похожи на экспериментальные кривые [1], хотя прямо сопоставить их пока трудно, так как нет данных о величинах, являющихся ключевыми при расчетах (в основном о α_i, κ).

Полученные результаты позволяют сделать вывод, что в сверхзвуковых струях реальных конфигураций действительно могут реализоваться вихревые возмущения типа Тейлора — Гёртлера.

Вихри Бенни — Линя. Для обоснования возможности проявления в струе механизма этого вида необходимо напомнить выводы одной из редких пока работ по измерениям пульсаций в сверхзвуковых струях [12]. В ней показано, что среднеквадратичные пульсации массовых скоростей могут достигать величины 10—15 %, причем их распределения достаточно хорошо описываются линейным приближением. Как известно, вихри Б — Л имеют второй порядок относительно амплитуд исходных волн. Так как существование в потоке волн неустойчивости конечной интенсивности не оспаривается (в [1, 2] оно не исследовано), существует вероятность, что указанный механизм может проявиться здесь, и для его исключения необходимо показать, что в амплитудно-частотном спектре отсутствуют дискретные энергонесущие частоты.

Основные аспекты численного моделирования вихрей этого типа подробно изложены в [13] для малых n , поэтому здесь достаточно расширить диапазон на большие азимутальные числа. Итак, в нашей работе утверждается, что если в потоке существуют волны неустойчивости вида (3) такие, что квадратом интенсивности их пренебречь нельзя, то они способны создать в нем добавочные силы — напряжения Рейнольдса, определяемые моментами второго порядка. Азимутальная периодичность индуцированно-



Р и с. 7

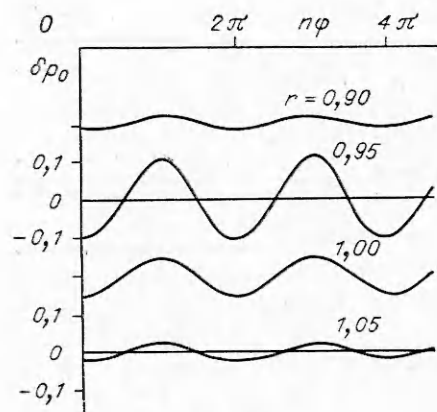


Рис. 8

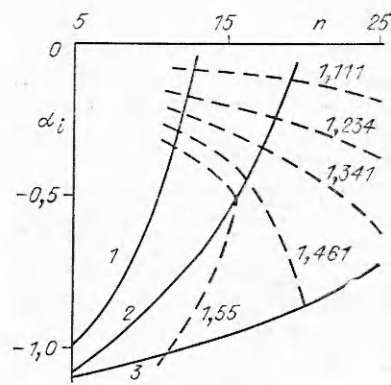


Рис. 9

го этими силами вторичного течения будет определяться азимутальной периодичностью напряжений $2\pi/2n$:

$$\langle u'^2 \rangle = 2\kappa^2 (u_r^2 + u_i^2) e^{-2\alpha_i z} \cos^2 n\varphi, \quad \langle u'v' \rangle = \kappa^2 (u_r v_r + u_i v_i) e^{-2\alpha_i z} \sin 2n\varphi,$$

так что, к примеру, систему из 40 вихрей (20 вихревых пар) могут создать волны разных мод — для вихрей Г — Г это будет мода $n = 20$, а для Б — Л — $n = 10$.

Вторичный режим изучается на основе численного интегрирования осредненных уравнений движения, в которых появляются добавочные члены, обеспечивающие связь средних и пульсационных величин, причем включение добавочных центробежных сил усиливает получающиеся эффекты. На рис. 9 приведен сводный график связей $\alpha_i(n)$ для больших n и разных толщин δ ($1-3-0,15$; $0,1$; $0,05$) при $M_0 = 1,5$ и $Sh = 0,25$. Штриховыми нанесены линии равного усиления $\exp(-2\alpha_i z)$, что также позволяет связать появление в потоке растущих колебаний на какой-либо толщине с гипотезой возможной перестройки режима течения по описанной выше схеме.

Заключительные картины распределения амплитуд вторичных образований и вариаций полного давления вполне аналогичны приведенным на рис. 7 и 8 и из-за отсутствия привязки по волновым параметрам не приводятся.

Необходимо еще раз подчеркнуть, что эта качественно подобная азимутальная деформация средних потоковых величин фактически осуществляется колебаниями разной природы, с разными амплитудными и частотными характеристиками. Определить природу этих колебаний можно будет только целенаправленным экспериментом, для которого результаты проведенного численного моделирования могут служить хорошей идейной основой, определяющей круг понятий и параметров, требующих проработки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Запругаев В. П., Солотчин А. В. Пространственная структура течения на начальном участке сверхзвуковой недорасширенной струи. — Новосибирск, 1988. — (Препр./ИТПМ СО АН СССР; № 23—88).
2. Новошанин С. А., Перепелкин А. Л. Самоорганизация течения в сверхзвуковой предтурбулентной струе. — Новосибирск, 1988. — (Препр./ИТ СО АН СССР; № 175—88).
3. Benny D. J., Lin C. C. On the secondary motion induced by oscillations in shear flow // Phys. Fluids. — 1960. — V. 3, N 4.
4. Желтухин Н. А., Терехова Н. М. Вторичные течения в неустойчивом пограничном слое // ПМТФ. — 1981. — № 4.
5. Глотов Г. Ф., Мороз Э. К. Продольные вихри в сверхзвуковом течении с отрывными зонами // Уч. зап. ЦАГИ. — 1977. — Т. VIII, № 4.
6. Жигулев В. Н., Тумин А. М. Возникновение турбулентности. — Новосибирск: Наука, 1987.

7. Желтоводов А. А., Шилейн Э. Х., Яковлев В. Н. Развитие турбулентного пограничного слоя в условиях смешанного взаимодействия со скачками уплотнения и волнами разрежения. — Новосибирск, 1983. — (Препр./ИТПМ СО АН СССР; № 28—83).
8. Авдеевский В. С., Иванов А. В., Карпман Н. М. и др. Течение в сверхзвуковой вязкой недорасширенной струе // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1970.— № 3.
9. Morris P. J., Tam C. K. W. Near and far fields noise from large-scale instability of axisymmetric jets.— N. Y., 1977.— (Pap./AIAA; N 77—1351).
10. Терехова Н. М. Характеристики устойчивости сверхзвуковой струи в слутном потоке // Изв. СО АН СССР.— 1986.— № 4. Серия техн. наук.— Вып. 1.
11. Абрамович Г. Н. Теория турбулентных струй.— М.: Физматгиз, 1960.
12. Моррисон Г. Л., Маклафлин Д. К. Неустойчивость сверхзвуковых струй при небольших числах Рейнольдса // РТГ.— 1970.— Т. 18, № 7.
13. Желтухин Н. А., Терехова Н. М. Моделирование процессов крупномасштабного перемешивания в расширяющейся сверхзвуковой струе // ПМТФ.— 1987.— № 1.

г. Новосибирск

Поступила 13/X 1988 г.,
в окончательном варианте — 9/III 1989 г.

УДК 532.536

С. В. Дрыганец, Ю. С. Качанов, В. Я. Левченко,
М. П. Рамазанов

РЕЗОНАНСНАЯ СТОХАСТИЗАЦИЯ ТЕЧЕНИЯ В К-РЕЖИМЕ ПЕРЕХОДА ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

Введение. Имеющиеся в настоящее время экспериментальные данные свидетельствуют о существовании двух основных режимов нелинейного разрушения ламинарного течения в пограничном слое в процессе возникновения турбулентности. Обзор исследований по обнаружению и изучению этих режимов и анализ причин их различия можно найти в [1, 2]. Первый из режимов внешне характеризуется появлением на осциллограммах пульсаций характерных всплесков-шипов на определенной стадии развития волны неустойчивости, дающих (как обычно считается) начало развитию турбулентных пятен. Он был обнаружен более 30 лет назад в экспериментах Национального бюро стандартов США и подробно описан в [3]. По фамилии первого из авторов этой работы Клебанова в знак признания его большого вклада в исследование процесса перехода к турбулентности этот режим получил название К-режима.

В 1976 г. обнаружен новый, существенно отличный режим перехода, в котором не наблюдались всплески-шипы и другие характерные для К-режима явления [4]. Переход к турбулентности в этом режиме происходил путем достаточно плавного нарастания высших гармоник основной волны неустойчивости, появления в спектре широкого пакета низкочастотных пульсаций, включая субгармонику основной волны, и последующего их взаимодействия с заполнением всего спектра [4] (см. также [5]).

Существование двух основных режимов перехода подтверждено визуализацией поля возмущений в пограничном слое [6, 7]. В [8] показано, как один режим сменяется другим. Вскоре было выяснено [9, 10], что главным механизмом, ответственным за развитие трехмерности и стохастизацию течения в новом режиме перехода, является субгармонический параметрический резонанс плоской основной волны (частота ω_1) и трехмерных фоновых стохастических пульсаций широкого сплошного спектра в районе частоты субгармоники $\omega_{1/2} = \omega_1/2$. Математическая модель такого взаимодействия в триплетном (маломодовом) приближении впервые предложена в [11, 12]. Слабонелинейная теория формирования нового режима, количественно описывающая экспериментальные наблюдения, построена в [13, 14]. Ввиду определяющей роли в новом типе перехода субгармонических параметрических резонансов в литературе этот тип разрушения ламинарного течения стал обычно именоваться «субгармоническим».

Однако в соответствии с резонансно-волновой концепцией разрушения, предложенной в [1, 2] и прямо подтвержденной в [15], определяющую роль в формировании всплесков-шипов в К-режиме перехода также играют параметрические резонансы субгармонического типа, но уже не одиночные, а системы резонансов, усиливающих детерминированные когерентные с основной волной затравки. Более того, результаты, представленные ниже, показывают, что стохастизация в К-режиме также начинается вследствие усиления фоновых полустохастических пульсаций под действием системы субгармонических резонансов. В связи с этим термин субгармонический можно с не меньшим основанием (или даже с большим) применять и к К-режиму перехода, и использование его для обозначения нового режима представляется весьма неудачным. Учитывая, что данный **новый** режим перехода впервые экспериментально обнаружен [4] и детально проанализирован [9, 10, 13, 14] в Новосибирске, в [2] предложено называть его кратким термином N-режим разрушения. Ниже используется именно