

АВТОМОДЕЛЬНЫЕ ДВИЖЕНИЯ ГАЗА, НАГРЕВАЕМОГО
НЕРАВНОВЕСНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ СПЛОШНОГО СПЕКТРА

В. М. Кроль, И. В. Немчинов

(Москва)

Рассматривается движение паров твердого вещества, образовавшихся при его испарении излучением (сплошного спектра) и нагреваемых этим излучением до температуры T , значительно превышающей температуру T_v фазового перехода и температуры T_i , при которой начинается существенная ионизация паров.

В этом случае величинами T_v и T_i (равно как и теплотой испарения Q_v и энергией Q_i , затрачиваемой на ионизацию) можно пренебречь. Плотность паров ρ в результате их разлета значительно ниже плотности твердого тела ρ_0 . Следовательно, можно принять, что волна нагрева движется по абсолютно холодному и бесконечно плотному газу. Температура паров все же считается достаточно низкой, чтобы можно было пренебречь переизлучением. Коэффициент κ поглощения излучения ионизированными парами в определенном диапазоне T , ρ и энергией квантов ϵ может быть описан степенной функцией от T, ρ . В таком случае задача о движении газа является автомодельной. При этом спектр и угловое распределение падающего излучения ($\varphi(\epsilon, \theta)$) и зависимость κ от ϵ могут быть произвольными. В работе выписывается система обыкновенных дифференциальных уравнений и проводится ее решение.

Мощные потоки излучения, попадая на поверхность твердого тела, вызывают испарение его вещества. Если коэффициент поглощения κ паров и плотность q потока излучения достаточно велики, то за сравнительно малое время разлетающиеся пары будут сильно нагреты. Их температура T будет не только значительно выше температуры испарения T_v , но и выше «температуры ионизации» T_i . Если внутренняя энергия единицы массы паров значительно выше, чем теплота испарения Q_v и энергия Q_i , затрачиваемая на ионизацию вещества, а плотность ρ паров в результате их разлета значительно ниже начальной плотности ρ_0 , то задачу о движении и нагреве паров можно упростить, считая

$$T_v = T_i = Q_v = Q_i = 0, \quad \rho_0 = \infty \quad (v_0 = 1 / \rho_0 = 0) \quad (0.1)$$

(здесь и в дальнейшем v — удельный объем). Таким образом, можно считать, что волна нагрева движется по бесконечно плотному абсолютно холодному газу. Коэффициент поглощения κ ионизированных паров, обусловленный процессами свободно-свободных переходов электронов в поле ионов и связочно-свободных переходов из высоковозбужденных состояний атомов и ионов в области многократной и полной ионизации паров может быть приближенно описан [1] — степенной функцией T и ρ или p и ρ (p — давление)

$$\kappa = k\varphi(\epsilon) T^{-\alpha} \rho^\beta = K\varphi(\epsilon) p^b \rho^{-a} \quad (0.2)$$

Здесь k и K — некоторые численные коэффициенты, зависящие от выбора вещества, а также того диапазона T , ρ и энергий квантов ϵ , в котором используется (0.2). Для полностью ионизованного газа $\alpha = 3/2$, $\beta = 1$, $a = -5/2$, $b = -3/2$, $\varphi(\epsilon) = \epsilon^2$ при $\epsilon \ll T$; $\alpha = 1/2$, $\beta = 1$, $a = 3/2$, $b = -1/2$ при $\epsilon \gg T$. В рассматриваемом приближении (0.1) будем считать, что (0.2) выполняется при любых T . В области многократной и полной ионизации для определенного диапазона температур показатель адиабаты γ можно считать постоянным. В таких упрощающих предположениях задача о плоском нестационарном движении газа, нагреваемого направленным монохроматическим излучением, является автомодельной. Она была исследована в [2,3]. В данной работе показано, что автомодельной является и аналогичная задача о движении газа, нагреваемого неравновесным излучением сплошного спектра.

Для неполностью ионизованного газа аппроксимация (0.2) обычно удовлетворительна лишь для длинноволновой части падающего спектра. Для коротковолновой же части (т. е. для квантов, энергия которых близка или превышает характерный для данного диапазона температур потенциал ионизации ионов и которые способны к непосредственной фотоионизации с основного или первых возбужденных состояний этих ионов) коэффициент поглощения обычно значительно (на несколько порядков) меньше. Такое «жесткое» излучение проникает на небольшую глубину, вызывая интенсив-

ный разогрев тонкого поверхностного слоя небольшой массы. По веществу распространяется волна последующей ионизации, движущаяся под действием потока излучения жесткой части спектра, а если температура поверхностного слоя близка к температуре источника T_e и переизлучение становится существенным, то и тепловая волна [4]. Так как затраты на нагрев вещества в этих волнах велики, то их скорость распространения мала (по сравнению со скоростью распространения волны испарения первоначальной ионизации и нагрева образовавшейся плазмы длинноволновой частью спектра), даже если сравнимы по величине энергии жесткой (E_h) и мягкой (E_s) частей падающего спектра. К тому же интенсивное переизлучение тепловой волной в жесткой части спектра уменьшает скорость ее распространения. Наконец, энергия коротковолновой части спектра может быть вообще малой за счет самопоглощения в самом источнике (например, поглощение коротковолнового излучения в холодном рабочем газе перед фронтом ударной волны в источнике взрывного типа [4]). Таким образом, волны нагрева различными частями спектра источника могут быть пространственно разделены. Так как масса нагретого коротковолновой частью спектра поверхностного слоя мала, то при E_h порядка энергии E_s или тем более при $E_h \ll E_s$ — в источнике с обрезанным спектром давление, создаваемое в результате разлета поверхностного слоя, мало, т. е. можно пренебречь и гидродинамическим влиянием нагрева и разлета поверхностного слоя на движение и нагрев глубоких слоев, нагреваемых «основной» частью спектра. Высокая температура и низкая плотность этого слоя лишь облегчают проникновение длинноволновой части спектра в более глубокие слои, но вследствие малой массы этого слоя и это обстоятельство мало сказывается на гидродинамических процессах в более глубоких слоях. Таким образом, и для неполностью ионизованного газа часто встречаются случаи, когда допустимо считать, что для основной части спектра выполняется (0.2), а остальной частью — просто пренебречь. Указанные ограничения применимости автомоделной задачи вообще снимаются для полностью ионизованного газа. Ситуация, близкая к состоянию полной ионизации, возникает и в том случае, когда два последовательных, характерных для данного диапазона температур потенциала ионизации сильно различаются между собой (это имеет место, например, для атомов щелочных металлов, а также тогда, когда уже практически ионизована одна оболочка атома, но еще не началась ионизация другой, например L - и K -оболочки или M и L -оболочки).

В данной работе рассматривается случай нагрева неравновесным излучением, т. е. такой, когда можно пренебречь собственным излучением паров. Это допустимо, если температура паров значительно ниже температуры T_e источника, точнее, если, выполняется следующее условие (для планковского спектра источника):

$$W\sigma T_e^4 \chi \left(\frac{\varepsilon_1}{T_e}, \frac{\varepsilon_2}{T_e} \right) \gg \sigma T^4 \chi \left(\frac{\varepsilon_1}{T}, \frac{\varepsilon_2}{T} \right) \quad (0.3)$$

Здесь W — коэффициент диллюции излучения источника вследствие геометрических факторов, σ — постоянная Стефана — Больцмана, ε_1 и ε_2 — границы «основной части» спектра, χ — доля энергии в спектре планковского источника с температурой T_e или T для квантов с энергией $\varepsilon_1 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_2$. Заметим, что иногда границы ε_1 или ε_2 для спектра источника и излучения паров несколько различаются между собой, но условие (0.3) легко модифицировать для этого случая, а также для непланковского спектра источника.

В рассматриваемой задаче интенсивность излучения $J = J(m, t, \varepsilon, \theta)$, т. е. является функцией четырех переменных: времени t , лагранжевой массовой координаты m , энергии квантов ε и угла θ между осью, вдоль которой происходит движение, и направлением луча. Интенсивность падающего на границу $m = 0$ излучения $J_0 = J(0, t, \varepsilon, \theta)$ считается заданной функцией. В автомоделной задаче J можно представить в виде

$$J = t^\lambda J(mt^{-n}, \varepsilon, \theta) \quad (0.4)$$

Это оказывается возможным сделать (при выполнении указанных выше условий (0.1) — (0.3)) для случая, когда J_0 можно представить в виде

$$J_0 = t^\lambda \psi(\varepsilon, \theta) \quad (\varepsilon_1 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_2, \theta_1 \leq \theta \leq \theta_2) \quad (0.5)$$

Если спектр источника является планковским, то условие (0.5) требует, чтобы $T_e = \text{const}$. В таком случае степенной характер изменения интенсивности J_0 со временем может отражать, например, приближение источника излучения к облучаемой поверхности, но при этом будет меняться и предельный угол падающего излучения θ_2 (обычно $\theta_1 = 0$). Задача будет по-прежнему автомоделной, если эти углы $\theta_2(t)$ все время будут малы, т. е. излучение будет почти строго направленным. Произвольный характер функции $\psi(\varepsilon, \theta)$, характеризующей угловое распределение излучения источника и его спектр, а также произвольный характер функции $\varphi(\varepsilon)$, характеризующей зависимость коэффициента поглощения от энергии квантов, позволяет на примере автомоделного решения произвести анализ влияния этих функций на нагрев и движение вещества.

1. Уравнения движения, неразрывности, энергии и переноса излучения источника имеют следующий вид:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial m} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial m} \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} + p \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial m} = 0, \quad e = \frac{pv}{\gamma - 1} \quad (1.2)$$

$$q = \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} q_\varepsilon d\varepsilon, \quad q_\varepsilon = 2 \int_{\theta_1}^{\theta_2} J \sin \theta \cos \theta d\theta, \quad \cos \theta \frac{\partial J}{\partial m} = -\kappa J \quad (1.3)$$

При $\gamma = \text{const}$ и при выполнении (0.2) уравнение энергии и переноса излучения можно записать в виде

$$v \frac{\partial p}{\partial t} + \gamma p \frac{\partial v}{\partial t} = 2(\gamma - 1) \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} J \sin \theta d\theta d\varepsilon, \quad \cos \theta \frac{\partial J}{\partial m} = -k p^b v^a \varphi(\varepsilon) J \quad (1.4)$$

В начальный момент времени газ, занимающий полупространство, предполагается холодным и неподвижным

$$u(m, 0) = p(m, 0) = 0, \quad v(m, 0) = v_0 \quad (1.5)$$

Граничные условия задачи определяются заданием J_0 и (в общем случае) давлением $p(0, t)$ поршня или его скоростью $u(0, t)$. Естественно, что для автомодельности задачи требуется, чтобы поршень двигался по специальному степенному закону. Однако обычно наибольший интерес представляет случай разлета в вакуум $p(0, t) = 0$.

Введем автомодельные переменные V, P, U, Q, x по формулам

$$\begin{aligned} v(m, t) &= t^{\omega_v} q_0^{\lambda_v} k^{-3/c} V(x), & p(m, t) &= t^{\omega_p} q_0^{\lambda_p} k^{1/c} P(x) \\ u(m, t) &= t^{\omega_u} q_0^{\lambda_u} k^{-1/c} U(x), & J(m, t, \varepsilon, \theta) &= t^\alpha q_0 Q(x, \varepsilon, \theta) \\ x &= m t^{-n} q_0^{-(a+b)/c} k^{-2/c} \\ c &= 3a - b - 2, & n &= [\alpha(a+b) + 3a - b] / c \\ c\omega_v &= -3 + \alpha(2b + 1), & c\omega_p &= 1 + \alpha(2a - 1) \\ c\omega_u &= \alpha(a - b - 1) - 1, & c\lambda_v &= -(2b + 1) \\ c\lambda_p &= 2a - 1, & c\lambda_u &= a - b - 1 \end{aligned} \quad (1.6)$$

При $\alpha = 0, a = -3/2, b = -1/2$ имеем $c = -6, n = 4/3, \omega_v = 1/2, \omega_p = -1/6, \omega_u = 1/6, \lambda_v = 0, \lambda_p = 2/3, \lambda_u = 1/3$.

Подставляя (1.6) в (1.1) и (1.4), получаем систему автомодельных уравнений

$$\begin{aligned} rx(VP' + \gamma PV') + [1 - 3\gamma + \alpha(2a - 1 - \gamma(2b + 1))] / c PV &= \\ = (\gamma - 1) \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} Q(x, \varepsilon, \theta) \sin \theta d\theta d\varepsilon & \quad (1.7) \\ P' + rxU' + [\alpha(a - b - 1) - 1] / c U &= 0 \\ rxV' - [3 + \alpha(2b + 1)] / c V &= U' \\ \cos \theta \frac{\partial Q(x, \varepsilon, \theta)}{\partial x} &= -\varphi(\varepsilon) V^a P^b Q(x, \varepsilon, \theta) \\ cr &= b - 3a - \alpha(a + b) \end{aligned}$$

Заметим, что в случае конечной начальной плотности ρ_0 задача является автомодельной лишь при $\alpha = -3 / (1 + 2b)$, но в предельном случае бесконечной плотности ($v_0 = 1 / \rho_0 = 0$) значение α произвольно (предельный переход для случая монохроматического излучения был проанализирован в [3]).

Для автомодельности задачи поршень должен двигаться по закону

$$u(0, t) = u_0 t^{\alpha u} \quad (\text{или } p(0, t) = p_0 t^{\alpha p}) \quad (1.8)$$

В соответствии с произведенной заменой переменных система начальных и граничных условий переходит в систему краевых условий для уравнений (1.7)

$$\begin{aligned} U = U_0 \quad (\text{или } P = P_0), \quad Q = \psi(\varepsilon, \theta) \quad \text{при } (x=0) \\ U = P = 0, \quad V = 1 \quad \text{при } x=\infty \end{aligned} \quad (1.9)$$

2. Уравнение переноса является фактически системой бесчисленного множества уравнений, так как ε и θ пробегает бесчисленное множество значений из интервалов $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ и (θ_1, θ_2) . Однако в действительности необходимо решить лишь одно из таких уравнений для интенсивности излучения квантов с энергией ε_0 , распространяющихся под углом θ_0 , после чего могут быть вычислены и остальные интенсивности. В самом деле, решение уравнения переноса можно записать в виде

$$J = J_0 \exp(-\tau) = J_0 \exp\left(-\int_0^m \kappa dm\right) \quad (t = \text{const}) \quad (2.1)$$

Здесь τ — оптическая толщина слоя для квантов с энергией ε под углом θ . Если выполняется условие (0.2), то

$$\tau(m, t, \varepsilon, \theta) = \frac{\varphi(\varepsilon) \cos \theta_0}{\varphi(\varepsilon) \cos \theta} \tau(m, t, \varepsilon_0, \theta_0) \quad (2.2)$$

Таким образом, имеем

$$J(m, t, \varepsilon, \theta) = J(0, t, \varepsilon, \theta) \left[\frac{J(m, t, \varepsilon_0, \theta_0)}{J(0, t, \varepsilon_0, \theta_0)} \right]^\psi, \quad \psi = \frac{\varphi(\varepsilon) \cos \theta_0}{\varphi(\varepsilon_0) \cos \theta} \quad (2.3)$$

Переходя к автомодельным переменным, получаем

$$Q(x, \varepsilon, \theta) = Q(0, \varepsilon, \theta) \left[\frac{Q(x, \varepsilon_0, \theta_0)}{Q(0, \varepsilon_0, \theta_0)} \right]^\psi \quad (2.4)$$

Указанное свойство существенно облегчает решение системы (1.7).

3. Нетрудно заметить, что, как и в случае монохроматического излучения (см. [3]), число краевых условий (1.9) для системы (1.7) на единицу больше числа уравнений. В силу обстоятельства, изложенных в работе [3], решение и данной задачи является разрывным. Сохраняют свою силу и доказательства [3] невозможности существования в искомом решении более чем одного разрыва, если это решение не проходит через внутреннюю особую точку (в [3] изложены соображения об отсутствии таких решений), и результаты анализа поведения решения при изменении начальной плотности ρ_0 .

Если падающий поток ограничен по энергии и ρ_0 конечно, то существует конечная точка x_1 , в которой

$$U(x_1) = P(x_1) = Q(\varepsilon_0, \theta_0, x_1) = 0 \quad (3.1)$$

В соответствии с (2.4) обращаются в нуль и все остальные значения Q . Эта точка является особой из-за неопределенности типа $0/0$ в уравнении переноса излучения ($\kappa \rightarrow \infty$ при $p \rightarrow 0$, $J \rightarrow 0$). На больших оптических глубинах главным членом в уравнении энергии оказывается интенсивность с наибольшей энергией квантов ε_2 (при $\varphi(\varepsilon)$ убывающей с ε) и наименьшим углом θ_1 (косые лучи поглощаются сильнее). Это обстоятельство следует из (2.3) или (2.4). В достаточно малой окрестности точки x_1 решение представляется с точностью до величин более высокого порядка малости в

виде (при $b < 0$)

$$\begin{aligned} P [-b V_1^a (x_1 - x)]^{-1/b}, \quad V = V_1 - P / r^2 x_1^2 \\ U = P / r x_1, \quad 2(\gamma - 1) \Delta \varepsilon \Delta \theta Q(\varepsilon_2, \theta_1) = r x_1 V_1 P \end{aligned} \quad (3.2)$$

На интервалах $\varepsilon_2 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_2 + \Delta \varepsilon$, $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_1 + \Delta \theta$ можно принять $J(\varepsilon, \theta) \approx J(\varepsilon_2, \theta_1)$

Точка $x = 0$ также является особой, но имеет тип «узел». Решение в ее окрестности при $P_0 > 0$ и для $\alpha = -3/(1 + 2b)$ (случай конечной начальной плотности) представляется в виде

$$V = V_0 + A x^{(a-1)/b\gamma} + [2P_0^{1+b} V_0^{1+a} + U_0 V_0 (2(b-1)/k - r)] x / [2P_0 (a-1) - r k \gamma P_0] \quad (3.3)$$

$$U = U_0 - r x (V - V_0), \quad P = P_0 + U_0 x / k$$

$$Q(\varepsilon_0, \theta_0, x) = Q(\varepsilon_0, \theta_0, 0) [1 - V_0^a P_0^b x \varphi(\varepsilon_0) / \cos \theta_0]$$

Здесь A — произвольная постоянная, $k = 1 + 2b$, а величины P_0 , V_0 и $Q(\varepsilon, \theta, 0)$ связаны между собой соотношением

$$\int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} Q(\varepsilon, \theta, 0) \sin \theta d\theta d\varepsilon = \frac{2V_0^{1-a} P_0^{1-b}}{k(1-\gamma)} \quad (3.4)$$

При бесконечной начальной плотности ($v_0 = 0$), как и в случае монохроматического излучения, координата ударной волны $x_s = \infty$. Решение на интервале (x_1, ∞) описывается постоянными функциями

$$U = V = 0, \quad P = P_1 \quad (3.5)$$

Точка x_1 является особой точкой типа «седло» из-за неопределенности типа $0/0$ в уравнении переноса ($\kappa \rightarrow \infty$ при $v \rightarrow 0$ для $a < 0$). Решение в ее окрестности ($x < x_1$) имеет вид

$$V = [a, P_1^b (x - x_1)]^{-1/a}, \quad P = P_1 - r^2 x_1^2 V$$

$$U = r x_1 V, \quad 2(\gamma - 1) Q(\varepsilon_2, \theta_1) \Delta \varepsilon \Delta \theta = -\gamma r x_1 P_1 V \quad (3.6)$$

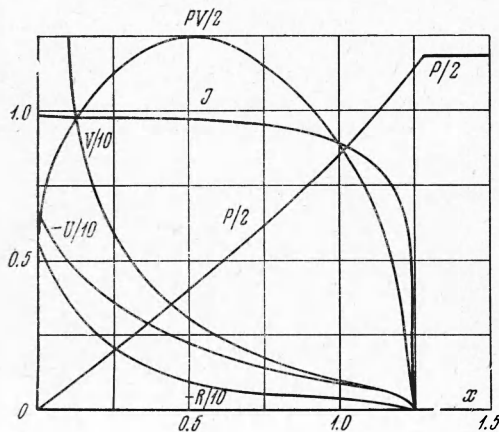
Величины x_1 и P_1 определяются краевыми условиями в $x = 0$.

Краевая задача решается путем интегрирования системы уравнений от $x = x_1$ до $x = 0$ и отбора x_1 и x_p (координата разрыва — фронт ударной волны) или P_1 при $v_0 = 0$ так, чтобы выполнить два условия в точке $x = 0$

$$P(0) = P_0 \text{ (или } U(0) = U_0),$$

$$J(0, \varepsilon_0, \theta_0) = \psi(\varepsilon_0, \theta_0) \quad (3.7)$$

Невыполнение второго из условий (3.7) означает, что интенсивность падающего излучения отличается от заданной не только по величине полного потока, но и по распределению по углам и частотам. Это обстоятельство отличает задачу со сплошным спектром от случая монохроматического излучения.



Для решения поставленной задачи был разработан специальный алгоритм, основанный на монотонном стягивании прямоугольника вокруг искомой точки в плоскости x_1, P_1 . При этом были использованы некоторые качественные результаты о характере решения при изменении x_1 и P_1 , полученные в [3] при анализе задачи о воздействии монохроматического спектра.

