

УДК 535.42 : 681.786

ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ ФРЕНЕЛЕВСКОГО МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЙ ДИАМЕТРОВ КРУГОВЫХ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ЦИЛИНДРОВ С ПРОИЗВОЛЬНЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ ОТРАЖЕНИЯ СВЕТА

© Ю. В. Чугуй^{1,2,3}

¹Конструкторско-технологический институт научного приборостроения СО РАН,
630058, г. Новосибирск, ул. Русская, 41

²Новосибирский государственный университет,
630090, г. Новосибирск, ул. Пирогова, 2

³Новосибирский государственный технический университет,
630073, г. Новосибирск, просп. К. Маркса, 20
E-mail: chugui@tdisie.nsc.ru

Развит дифракционный френелевский метод прецизионного измерения диаметров круговых металлических цилиндров в диапазоне от единиц до сотен миллиметров с произвольным коэффициентом отражения света от их поверхностей. Метод основан на определении положения 1-го максимума во френелевской картине объекта, формируемой в свободном пространстве. В классе специальных функций — интегралов Френеля — получено выражение для дифракционной френелевской картины плоской модели фрагмента цилиндра, на основании которого найдена формула, учитывающая смещение положения 1-го максимума поля в зависимости от коэффициента отражения света. Введение соответствующей корректирующей поправки позволяет снизить составляющую погрешности измерений, обусловленную этим фактором, более чем на порядок. Результаты исследований могут быть использованы при разработке оптико-электронных систем прецизионного размерного контроля цилиндрических изделий.

Ключевые слова: цилиндр, дифракция Френеля, интегралы Френеля, коэффициент отражения света, измерение размеров.

DOI: 10.15372/AUT20190614

Введение. Среди объектов размерного контроля большой класс составляют цилиндрические изделия кругового типа. Они выступают либо в качестве самостоятельных объектов контроля, либо входят как элементы в более сложные трёхмерные изделия (например, роликовые подшипники). На практике возникает необходимость прецизионного бесконтактного измерения диаметров цилиндрических объектов, диапазон которых колеблется от единиц до сотен миллиметров. При этом точность измерения таких объектов должна быть достаточно высокой (погрешность измерения не более 0,2–0,3 мкм) [1].

Для размерного контроля таких объектов применяют бесконтактные системы, среди которых наиболее перспективными являются оптико-электронные. Они основаны на теневых (проекционных) и дифракционных методах с использованием дифракции Фраунгофера и Френеля [2–5]. В последнем случае объектом измерения служит формируемая в свободном пространстве дифракционная картина Френеля, путём обработки которой вычисляется искомый диаметр объекта [5].

Несмотря на простую геометрию цилиндр с физической точки зрения оказывается довольно сложным объектом. Его изображение (дифракционное, проекционное) в немалой степени зависит от отражающих свойств объекта. Отражённая от поверхности цилиндра волна может вносить весомый вклад в формирование поля особенно при больших углах регистрации (более нескольких градусов).

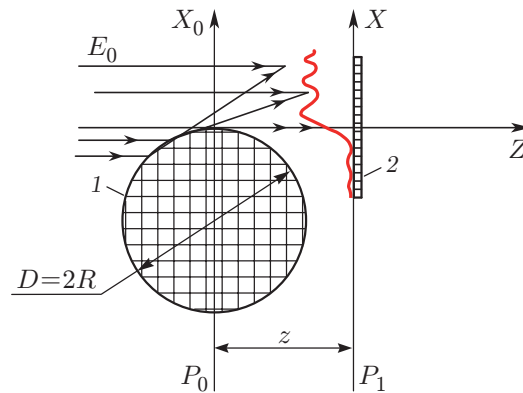


Рис. 1. Формирование во френелевской области (плоскость P_1) поля от верхнего фрагмента цилиндра с произвольным коэффициентом отражения света ($D \gg \sqrt{\lambda z}$) (1 — цилиндр, 2 — фотоприёмник)

Френелевский метод измерения абсолютно отражающих цилиндров детально исследован в [5], где при расчёте френелевского поля объекта (в виде полуплоскости) за основу взята аппроксимация в аналитическом виде, предложенная в [6]. Аппроксимация рассматривает формирование поля, соответствующего преобразованию Френеля, как результат наложения двух компонент: проходящей теневой (недифрагированной) волны и волны, дифрагированной на краю объекта. Такая аппроксимация успешно работает для ряда объектов, например для тел постоянной толщины, когда погрешность определения их размеров не превышает нескольких микрон [7]. Однако в случае прецизионного контроля диаметров цилиндров её использование может приводить к некорректным результатам.

Цель данной работы — развитие френелевского метода измерений диаметров цилиндров с однородной отражающей поверхностью для прецизионного контроля объектов с произвольным коэффициентом отражения света. При нахождении положения экстремальных точек (максимумов и минимумов) дифракционной картины Френеля, исходя из которых определяется диаметр цилиндра, использован строгий подход на основе специальных функций типа косинус- и синус-интегралов Френеля (в приближении Кирхгофа — Френеля). Получено аналитическое выражение для корректирующей поправки, учитывающей отражающие свойства объекта.

Френелевское поле фрагмента цилиндра с произвольной отражающей способностью. Рассмотрим сначала поле $g(x)$, формируемое металлическим круговым цилиндром 1 с радиусом R в плоскости P_1 , отстоящей на расстоянии z от его диаметральной плоскости P_0 (рис. 1). Этот объект освещается плоской монохроматической волной света с длиной волны λ и амплитудой E_0 . Поле $g(x)$ регистрируется фотоприёмником 2 и далее обрабатывается по определённому алгоритму в целях нахождения радиуса цилиндра R . Будем полагать, что амплитудный коэффициент отражения света от поверхности объекта r (модуль коэффициента) может быть произвольным, т. е. меняется в диапазоне $0 \leq r \leq 1$, что в предельных случаях соответствует абсолютно поглощающему ($r = 0$) и абсолютно отражающему ($r = 1$) объектам. Амплитудное распределение $g(x)$ в плоскости P_1 будет результатом интерференции двух волн: проходящей $g_1(x)$ и отражённой от объекта $g_2(x)$, т. е. $g(x) = g_1(x) - g_2(x)$. Здесь учтено то обстоятельство, что при отражении света от металлической поверхности фаза волны при скользющем падении меняется на π . Ограничимся далее плоской моделью цилиндра, при которой протяжённый объект заменяется эквивалентом в виде тонкого экрана (нулевой толщины), амплитудное пропускание которого можно описать функцией $f_1(x_0) = Y(-x_0 - D) + Y(x_0)$, где $Y(t)$ —

ступенчатая функция Хевисайда [8], а $D = 2R$ — диаметр цилиндра. В этом случае, как известно, при распространении поля в свободном пространстве в плоскости P_1 , находящейся на расстоянии z от плоскости P_0 , наблюдается дифракционная картина Френеля, которая описывается свёрткой функции $f_1(x_0)$ с ядром $e^{jkx^2/(2z)}$:

$$g_1(x) = \frac{E_0}{\sqrt{j\lambda z}} f_1(x) \otimes e^{jkx^2/(2z)} = \frac{E_0}{\sqrt{j\lambda z}} \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(x_0) e^{jk(x-x_0)^2/(2z)} dx_0 =$$

$$= E_0[\tilde{Y}(-x - 2R) + \tilde{Y}(x)], \quad (1)$$

где $\tilde{Y}(x) = \frac{1}{\sqrt{j\lambda z}} \int_{-\infty}^{+\infty} Y(t) e^{jk(x-t)^2/(2z)} dt$ — френелевский образ (френелевское изображение)

функции $Y(t)$, описывающий дифракцию Френеля на полуплоскости. Отметим, что при замене цилиндра тонким экраном не учитываются его объёмные свойства. Их влиянием в первом приближении можно пренебречь при выборе расстояния $z \gg z_\Phi$, где $z_\Phi = \sqrt[3]{\lambda R^2}$ — фундаментальный параметр цилиндра, характеризующий волновые свойства данного объекта и определяемый геометрией цилиндра [3].

Воспользуемся выражением для отражённой от цилиндра волны $g_2(x)$ в области $x > 0$, полученным в [4] в геометрическом приближении при $z \gg z_\Phi$. Введём в это выражение амплитудный коэффициент r отражения света от объекта. В результате для волны $g_2(x)$ будем иметь

$$g_2(x) = \frac{E_0 r \sqrt{Rx}}{2z} e^{jkx^2/(2z)} e^{jkRx^3/(8z^3)}. \quad (2)$$

Ограничимся далее рассмотрением дифракционных явлений на одной из граней экрана, например верхней, т. е. на полуплоскости, описываемой функцией $f_1(x_0) = Y(x_0)$, что соответствует верхнему краю (вершине) цилиндра. Как известно, это справедливо, когда на диаметре D содержится много зон Френеля, т. е. при $D \gg \sqrt{\lambda z}$ (случай дифракции Френеля). С учётом этого амплитуду поля и его интенсивность в плоскости P_1 ($x > 0$) можно определить из следующих выражений:

$$g(x) = E_0 \left[\tilde{Y}(x) - \frac{r\sqrt{Rx}}{2z} e^{jkx^2/(2z)} e^{jkRx^3/(8z^3)} \right], \quad (3)$$

$$|g(x)|^2 = I(x) = I_0 \left| \tilde{Y}(x) - \frac{r\sqrt{Rx}}{2z} e^{jkx^2/(2z)} e^{jkRx^3/(8z^3)} \right|^2, \quad (4)$$

где $I_0 = E_0^2$. Отметим, что формула (3) в отличие от аналогичной формулы (3) в работе [5] описывает поведение поля при френелевской дифракции света на объекте в общем случае, когда коэффициент отражения света от цилиндра меняется в диапазоне $0 \leq r \leq 1$. Так как переменная составляющая дифракционной волны $\tilde{Y}(x)$ при $x \gg \sqrt{\lambda z}$ падает пропорционально $\sqrt{\lambda z}/(2\pi x)$ [9], то очевидно, что влияние отражённой компоненты заметно усиливается при увеличении угла регистрации $\alpha = x/z$. Более того, оно становится существенным при углах $\alpha > \alpha_{\text{гр}} = \sqrt[3]{\lambda/(\pi^2 r^2 R)}$, где $\alpha_{\text{гр}}$ — граничный угол, определяемый из условия равенства амплитуд проходящей и отражённой волн.

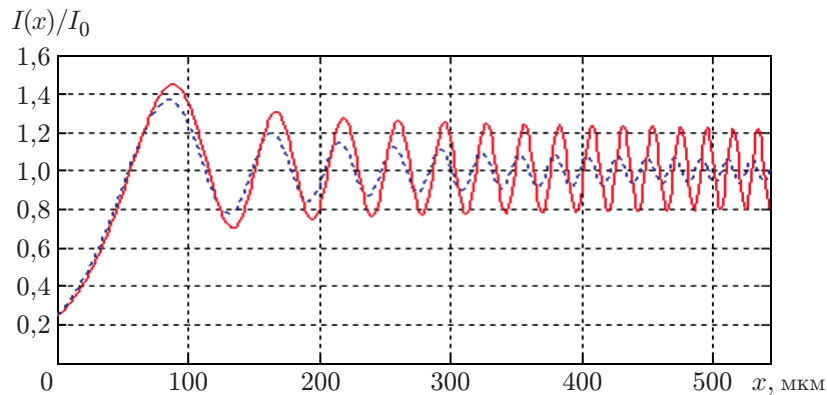


Рис. 2. Распределения интенсивности френелевской картины для полуплоскости (штриховая кривая) и для модели фрагмента цилиндра (верхняя грань) с абсолютно отражающей поверхностью (сплошная кривая)

На рис. 2 приведён график функции $I(x)/I_0 = |\tilde{Y}(x)|^2$, описывающий поведение интенсивности света во френелевском изображении полуплоскости (штриховая кривая). Видно, что в области $x > 0$ имеют место колебания, период которых, как и амплитуда, уменьшается при увеличении x . На этом рисунке показан график интенсивности поля $I(x) = |g(x)|^2$ для плоской модели верхнего фрагмента цилиндра с абсолютно отражающей поверхностью при $R = 16$ мм, $z = 15$ мм и $\lambda = 0,65$ мкм. Существенно, что в результате интерференции проходящей и отражённой волн происходит заметное смещение положения максимумов и минимумов в выходном распределении $I(x)$.

Определение положения края цилиндра. Сконцентрируем далее внимание на способах определения положения края (вершины) фрагмента цилиндра (в данном случае границы верхней полуплоскости), исходя из его френелевской картины. Как известно, стандартный способ основан на пороговой обработке френелевского поля, предусматривающей нахождение координаты x , в которой интенсивность света составляет 25 % от интенсивности падающего поля. Этот способ определения границы (при всей своей простоте) чувствителен к посторонним засветкам. Из-за ограниченности модели объекта в виде тонкого экрана можно ожидать, что дифракционные явления на цилиндре могут приводить к сложному поведению поля в окрестности его границы.

Более помехоустойчивым представляется способ определения края объекта с использованием положения экстремальных точек (максимумов и минимумов) в его френелевской картине. При этом надо иметь в виду, что амплитуда отражённой волны увеличивается с ростом x пропорционально \sqrt{x} , в то время как амплитуда дифракционной компоненты поля, как уже отмечалось, падает обратно пропорционально x . А это означает, что чем больше x , тем больше будет смещение положения дифракционных максимумов вследствие влияния отражённой компоненты поля. И при $x \gg \sqrt{\lambda z}$ в случае абсолютно отражающих объектов положение экстремальных точек во френелевской картине будет в значительной степени определяться поведением этой компоненты. В общем случае степень влияния отражённой компоненты на положение экстремальных точек будет зависеть от значения амплитудного коэффициента отражения r . Поэтому для минимизации его влияния для более точного вычисления положения экстремумов необходимо при нахождении края объекта выбирать во френелевской картине ближайшие к границе экстремумы.

Очевидно, что для прецизионного определения вершины цилиндра необходимо знать положение экстремумов с весьма высокой точностью. В работе [6] для их нахождения выбрана аппроксимация на основе элементарных функций, согласно которой дифракционную картину Френеля для полуплоскости можно описать следующим образом:

$$\tilde{Y}(x) \approx \tilde{Y}_{\text{ап}}(x) = E_0 \left[Y(x) - \frac{1}{2} \frac{e^{jkx^2/(2z)}}{|x|/p + 1} \operatorname{sgn}(x) \right], \quad (5)$$

где параметр $p = \sqrt{j\lambda z}/\beta(x)$, причём $\beta = 2$ при $x \ll \sqrt{\lambda z}$ и $\beta = \pi$ при $x \gg \sqrt{\lambda z}$. Существенно, что при $0 < x < 2\sqrt{\lambda z}$ значение $\beta(x)$ колеблется в пределах $2 < \beta < \pi$. Отметим, что от точности задания этого параметра зависит точность установления положения экстремальных точек в распределении (4). Если принять $|x|/|p| \gg 1$, то из (5) нетрудно получить упрощённое выражение для приближённого определения положения максимумов и минимумов ($x > 0$) в распределении $\tilde{Y}_{\text{ап}}(x)$:

$$\frac{|\tilde{Y}_{\text{ап}}(x)|^2}{I_0} = \left| 1 - \frac{\sqrt{\lambda z}}{2\beta x} e^{j\left(\frac{kx^2}{2z} + \frac{\pi}{4}\right)} \right|^2 = 1 - \frac{\sqrt{\lambda z}}{\beta x} \cos\left(\frac{kx^2}{2z} + \frac{\pi}{4}\right) + \frac{\lambda z}{4\beta^2 x^2}. \quad (6)$$

Видно, что колебательный характер распределения интенсивности света во френелевском изображении полуплоскости определяется поведением второго (интерференционного) члена в (6). Исходя из этого приближённые положения n -го максимума ($\tilde{x}_{\text{max},n}$) и n -го минимума ($\tilde{x}_{\text{min},n}$) можно найти из следующих выражений:

$$\frac{k\tilde{x}_{\text{max},n}^2}{2z} + \frac{\pi}{4} = \pi(2n - 1); \quad \frac{k\tilde{x}_{\text{min},n}^2}{2z} + \frac{\pi}{4} = 2\pi n, \quad (7)$$

где $n = 1, 2, 3, \dots$ — порядок экстремумов. Из (7) следует, что для определения положения экстремальных точек приближённо можно использовать формулы

$$\tilde{x}_{\text{max},n} = 0,5\sqrt{(8n - 5)\lambda z}; \quad \tilde{x}_{\text{min},n} = 0,5\sqrt{(8n - 1)\lambda z}. \quad (8)$$

Например, для положения первых двух максимумов и минимумов имеем: $\tilde{x}_{\text{max},1} = 0,5\sqrt{3\lambda z} = 0,8660\sqrt{\lambda z}$, $\tilde{x}_{\text{max},2} = 0,5\sqrt{11\lambda z} = 1,6583\sqrt{\lambda z}$; $\tilde{x}_{\text{min},1} = 0,5\sqrt{7\lambda z} = 1,3228\sqrt{\lambda z}$, $\tilde{x}_{\text{min},2} = 0,5\sqrt{15\lambda z} = 1,9365\sqrt{\lambda z}$. Полученные оценки положений экстремальных точек отличаются от их точных значений $x_{\text{max},n}$ и $x_{\text{min},n}$. Так, для первого и второго максимумов, а также для первого и второго минимумов они равны [10]: $x_{\text{max},1}/\sqrt{\lambda z} = 0,8606$, $x_{\text{max},2}/\sqrt{\lambda z} = 1,6577$, $x_{\text{min},1}/\sqrt{\lambda z} = 1,345$, $x_{\text{min},2}/\sqrt{\lambda z} = 1,9368$.

Видно, что максимальные их отличия не превышают 0,6 % (при $n = 1$), причём они заметно уменьшаются с увеличением порядка n . При установлении границы объекта с высокой точностью погрешность определения положения максимумов должна быть гораздо меньше указанной. По этой причине при применении аппроксимации (6) в случае малых x необходимо иметь максимально точную информацию о поведении параметра $\beta(x)$ в окрестности $x \sim \sqrt{\lambda z}$, что требует отдельного исследования.

Чтобы обойти эту трудность, вычислим строго распределение поля $g(x)$ с использованием специальных функций: косинус- и синус-интегралов Френеля [9]. Так как точность нахождения границы объекта зависит от точности определения положения экстремумов в распределении $I(x) = |g(x)|^2$, то с метрологической точки зрения предпочтительно выбирать максимумы, в которых отношение сигнал/шум выше, чем в минимумах $I(x)$. Кроме того, учтём, что при малых углах регистрации $\alpha \sim x/z \sim \sqrt{\lambda z}/z \sim$

$\sim \sqrt{\lambda/z} \ll 1$ (именно этот случай исследуется) фазовым членом кубического типа в выражении (3) можно пренебречь. Это возможно, когда $kRx^3/(8z^3) \ll \pi$, т. е. при $\alpha = x/z \ll \sqrt[3]{4\lambda/R}$. Отсюда следует, что параметр z должен быть больше критического значения: $z_{\text{кр}} = \sqrt[3]{\lambda R^2/16}$. Например, при $R = 10$ мм и $\lambda = 0,65$ мкм величина $z_{\text{кр}} \sim 0,16$ мм. Очевидно, что это условие заведомо выполняется при выборе $z \geq 10z_{\text{кр}}$. С учётом вышесказанного поле (3) в области $x > 0$ при $E_0 = 1$ можно представить следующим образом:

$$g(x) = \tilde{Y}(x) - \frac{r\sqrt{Rx} e^{jkx^2/(2z)}}{2z} = \frac{1}{\sqrt{j\lambda z}} \int_{-\infty}^0 e^{jkx^2/(2z)} dx + \\ + \frac{1}{\sqrt{j\lambda z}} \int_0^x \left[\cos\left(\frac{kx^2}{2z}\right) + j \sin\left(\frac{kx^2}{2z}\right) \right] dx - \frac{r\sqrt{Rx}}{2z} e^{jkx^2/(2z)}. \quad (9)$$

Выполним общепринятую замену переменной $x = \xi\sqrt{\lambda z/2}$ безразмерной переменной ξ . Учтём, что первый член в (9) равен 0,5 [9]. В результате получим

$$g(\xi) = 0,5 + \frac{e^{-j\pi/4}}{\sqrt{2}} \int_0^{\xi} \cos\left(\frac{\pi t^2}{2}\right) dt + \frac{e^{j\pi/4}}{\sqrt{2}} \int_0^{\xi} \sin\left(\frac{\pi t^2}{2}\right) dt - \mu\sqrt{\xi} e^{j\pi\xi^2/2} = \\ = 0,5 + \frac{e^{-j\pi/4}}{\sqrt{2}} C(\xi) + \frac{e^{j\pi/4}}{\sqrt{2}} S(\xi) - \mu\sqrt{\xi} e^{j\pi\xi^2/2}, \quad (10)$$

где параметр $\mu = 0,5r\sqrt[4]{\lambda R^2/2z^3}$; $C(\xi) = \int_0^{\xi} \cos\left(\frac{\pi t^2}{2}\right) dt$ и $S(\xi) = \int_0^{\xi} \sin\left(\frac{\pi t^2}{2}\right) dt$ — косинус- и синус-интегралы Френеля [9].

Соответственно для распределения интенсивности света во френелевском изображении рассматриваемого объекта имеем

$$I(\xi) = |g(\xi)|^2 = 0,25 + 0,5C^2(\xi) + 0,5S^2(\xi) + 0,5C(\xi) + 0,5S(\xi) - \\ - \mu\sqrt{2}\sqrt{\xi} C(\xi) \cos\left(\frac{\pi\xi^2}{2} + \frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{2}\mu\sqrt{\xi} S(\xi) \cos\left(\frac{\pi\xi^2}{2} - \frac{\pi}{4}\right) + \mu\sqrt{\xi} \cos\left(\frac{\pi\xi^2}{2}\right) + \mu^2. \quad (11)$$

Полученное выражение описывает поведение интенсивности света во френелевском изображении полуплоскости с учётом влияния отражённой от цилиндра компоненты, которая зависит от коэффициента отражения цилиндра r , от его радиуса и длины волны падающего излучения.

Вычисление корректирующей поправки. Найдём далее формулу для положения максимумов в дифракционной картине Френеля для указанной выше плоской модели фрагмента цилиндра с учётом его отражающих свойств. Выше уже отмечалось, что для $D \gg \sqrt{\lambda z}$ достаточно ограничиться рассмотрением поля от верхнего фрагмента объекта. Для этого необходимо найти значения координат максимумов $\tilde{\xi}_n$, в которых производная

функции $I(\xi)$ обращается в нуль, т. е. $I'(\tilde{\xi}_n) = 0$. Для вычисления положения максимумов $\tilde{\xi}_n(\mu)$ при малых μ воспользуемся методом Ньютона [11]

$$\tilde{\xi}_n(\mu) = \xi_n + \Delta_n = \xi_n - \frac{I'(\xi_n)}{I''(\xi_n)}, \quad (12)$$

где $\tilde{\xi}_n$ — точное положение n -го максимума во френелевском изображении полуплоскости, а Δ_n — корректирующая поправка к нему, обусловленная влиянием отражённой компоненты.

Используя выражение (9), для функции $I'(\xi)$ получим

$$\begin{aligned} I'(\xi = \xi_n) = & C(\xi_n) \cos\left(\frac{\pi\xi_n^2}{2}\right) + S(\xi_n) \sin\left(\frac{\pi\xi_n^2}{2}\right) + \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\pi\xi_n^2}{2}\right) + \frac{1}{2} \sin\left(\frac{\pi\xi_n^2}{2}\right) - \\ & - \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{\mu}{\sqrt{\xi_n}} C(\xi_n) \sin\left(\frac{\pi\xi_n^2}{2} + \frac{\pi}{4}\right) - \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{\mu}{\sqrt{\xi_n}} \cos\left(\frac{\pi\xi_n^2}{2} - \frac{\pi}{4}\right) - \mu\sqrt{2}\sqrt{\xi_n} \sin\left(\frac{\pi\xi_n^2}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi\xi_n^2}{2} - \frac{\pi}{4}\right) + \\ & + \mu\sqrt{2}\pi(\xi_n)^{3/2} S(\xi_n) \sin\left(\frac{\pi\xi_n^2}{2} - \frac{\pi}{4}\right) - \frac{1}{2} \frac{\mu}{\sqrt{\xi_n}} \cos\left(\frac{\pi\xi_n^2}{2}\right) + \mu\pi(\xi_n)^{3/2} \sin\left(\frac{\pi\xi_n^2}{2}\right). \end{aligned} \quad (13)$$

При вычислении $I'(\xi)$ пренебрегаем последним членом в (11), пропорциональным μ^2 . Аналогично можно найти выражение для функции

$$\begin{aligned} I''(\xi_n) \approx & 1 - \pi\xi_n C(\xi_n) \sin\left(\frac{\pi\xi_n^2}{2}\right) + \pi\xi_n S(\xi_n) \cos\left(\frac{\pi\xi_n^2}{2}\right) - \\ & - \frac{1}{2} \pi\xi_n \sin\left(\frac{\pi\xi_n^2}{2}\right) + \frac{1}{2} \pi\xi_n \cos\left(\frac{\pi\xi_n^2}{2}\right). \end{aligned} \quad (14)$$

При вычислении косинус- и синус-интегралов Френеля $C(\xi_n)$ и $S(\xi_n)$ соответственно будем использовать их табличные (точные) значения в экстремальных точках ξ_n (во избежание систематических погрешностей). Что касается остальных функций, то для их нахождения достаточно использовать приближённые значения максимумов, определяемые согласно выражению (7).

Расчёты показывают, что, например, для 1-го максимума ($\xi_1 = 1,225$) первая производная $I'(\xi_1) = -1,132\mu$, а вторая $I''(\xi_1) = -5,01$. Отсюда получаем, что корректирующая поправка $\Delta(\mu) = -I'(\xi_1)/I''(\xi_1) = -0,226\mu$. В результате положение 1-го максимума во френелевском изображении объекта (полуплоскость плюс отражённая от цилиндра волна) определим по формуле

$$\tilde{\xi}_1(\mu) = \xi_1 - 0,226\mu = 1,225(1 - 0,184\mu). \quad (15)$$

Видно, что относительное смещение максимума (относительная корректирующая поправка)

$$\delta = \frac{\tilde{\xi}_1 - \xi_1}{\xi_1} = -0,184\mu = -0,092r \sqrt[4]{\frac{\lambda R^2}{2z^3}}. \quad (16)$$

Оценим величину δ при следующих параметрах объекта и оптической системы: $R = 20$ мм, $z = 5$ мм, $\lambda = 0,65$ мкм. Выберем значение амплитудного коэффициента отражения от поверхности цилиндра $r = 1$. В этом случае погрешность δ достигает максимального значения и согласно выражению (15) $\delta = -1,65$ %.

Если теперь перейти от безразмерной величины ξ к размерной $x = \sqrt{\lambda z/2} \xi$, то в результате для положения 1-го максимума $\tilde{x}_{\max,1}$ в регистрируемой картине с учётом влияния отражённой от цилиндра волны можно получить

$$\begin{aligned} \tilde{x}_{\max,1} &= \sqrt{\lambda z/2} \tilde{\xi}_1 = 0,866\sqrt{\lambda z} (1 - 0,092r \sqrt[4]{\lambda R^2/(2z^3)}) = \\ &= 0,866\sqrt{\lambda z} - 0,067r \sqrt[4]{\lambda^3 R^2/z} = x_{\max,1} - \Delta x_{\max,1}, \end{aligned}$$

где $x_{\max,1} = 0,866\sqrt{\lambda z}$ — координата 1-го максимума во френелевской картине полуплоскости, а $\Delta x_{\max,1} = 0,067r \sqrt[4]{\lambda^3 R^2/z}$ — смещение этого максимума вследствие влияния отражающих свойств цилиндра. При указанных выше параметрах объекта и оптической системы величина $x_{\max,1} = 49,36$ мкм, а $\Delta x_{\max,1} = 0,81$ мкм. Если же выбрать $R = z = 50$ мм, то величина δ составит 0,46 %, а смещение $\Delta x_{\max,1} = 0,72$ мкм (при тех же значениях λ и r).

Полученная формула позволяет при заданных параметрах λ , R , z и амплитудном коэффициенте отражения r находить с большой точностью истинное положение 1-го максимума френелевской картины исследуемого объекта в виде полуплоскости, освещённой двумя волнами: проходящей плоской волной и отражённой от цилиндра компоненты. Напомним, что величина $\tilde{x}_{\max,1}$ определяет смещение положения 1-го максимума в дифракционной картине Френеля относительно геометрического края полуплоскости (вершины цилиндра). Если $x_{\text{изм}}$ — измеренное положение 1-го максимума, то истинная координата края $x_{\text{кр}}$ вычисляется по следующей формуле:

$$x_{\text{кр}} = x_{\text{изм}} - \tilde{x}_{\max,1} = x_{\text{изм}} - x_{\max,1} + \Delta x_{\max,1} = x_{\text{изм}} - 0,866\sqrt{\lambda z} + 0,067r \sqrt[4]{\lambda^3 R^2/z}. \quad (17)$$

Аналогично можно найти положение нижнего края (границы) цилиндра.

Отметим, что для вычисления корректирующей поправки необходимо знать, кроме λ и z , радиус цилиндра R и амплитудный коэффициент отражения света r от его поверхности. Существенно, что при нахождении $\Delta x_{\max,1}$ сначала в качестве параметра R можно выбрать его приближённое значение из (16) без учёта поправки ($\Delta x_{\max,1} = 0$). Подставляя полученное таким способом значение радиуса в формулу (17), можно более точно найти его значение. Что касается параметра r , то его определяют стандартным фотометрическим путём.

Следует отметить, что при расчётах аналогично можно найти формулы, задающие положения других максимумов, а также положения минимумов (в случае необходимости) в распределении $I(x)$.

Заключение. Исследован дифракционный френелевский метод прецизионного измерения диаметров круговых цилиндров в диапазоне от единиц до десятков миллиметров с произвольным коэффициентом отражения света от их поверхности. Края цилиндра определяются на основе положений 1-х максимумов в регистрируемой френелевской картине объекта. В классе специальных функций (косинус- и синус-интегралов Френеля) получено выражение для поля во френелевской области. На его основе найдена формула для корректирующей поправки, учитывающей смещение положения 1-го максимума вследствие влияния отражённой от объекта волны. Её учёт согласно оценкам позволяет снизить составляющую погрешности измерений диаметров цилиндров, обусловленную этим фактором,

более чем на порядок. Знание длины волны радиуса цилиндра и амплитудного коэффициента отражения от поверхности объекта обеспечивает расширение динамического диапазона не только при абсолютных измерениях [2–5], но и при допусковом контроле диаметров металлических цилиндров. Отметим, что для уменьшения спекл-шумов в изображениях объектов, наблюдаемых в когерентном свете, целесообразно использовать частично когерентное освещение [12, 13]. Результаты исследований могут быть применены при разработке оптико-электронных систем прецизионного размерного контроля цилиндрических изделий с субмикронной точностью.

Финансирование. Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (государственная регистрация № АААА-А17-117121270018-3).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Dew G. D. The application of spatial filtering techniques to profile inspection, and an associated interference phenomenon // Opt. Acta: Intern. Journ. Opt. 1970. **17**, N 4. P. 237–257.
2. Сахно С. П., Тымчик Г. С. Дифракционный метод контроля диаметра цилиндрических деталей // Оптико-механическая промышленность. 1987. **7**. С. 9–12.
3. Лемешко Ю. А., Чугуй Ю. В. Размерный контроль круговых отражающих цилиндров интерференционным методом // Автометрия. 2003. **39**, № 5. С. 42–52.
4. Лемешко Ю. А., Чугуй Ю. В. Дифракционный метод измерения диаметров круговых отражающих цилиндров // Автометрия. 2005. **41**, № 6. С. 3–12.
5. Лемешко Ю. А., Чугуй Ю. В., Яровая А. К. Прецизионный размерный контроль диаметров круговых отражающих цилиндров // Автометрия. 2007. **43**, № 3. С. 112–121.
6. Chugui Yu. V., Krivenkov V. E. Fraunhofer diffraction by volumetric bodies of constant thickness // JOSA. A. 1989. **6**, N 5. P. 617–626.
7. Чугуй Ю. В. Фурье-оптика трёхмерных объектов постоянной толщины на основе дифракционных моделей // Автометрия. 2017. **53**, № 5. С. 1–16.
8. Гудмен Дж. Введение в Фурье-оптику. М.: Мир, 1970. 364 с.
9. Папулис А. Теория систем и преобразований в оптике. М.: Мир, 1971. 495 с.
10. Таблицы интегралов Френеля /Под ред. В. А. Диткина. М.: Изд-во АН СССР, 1953. 271 с.
11. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике. М.: Наука, 1986. 544 с.
12. Чугуй Ю. В., Яковенко Н. А., Ялуплин М. Д. Повышение точности френелевского метода измерений при использовании частично когерентного освещения // Автометрия. 2005. **41**, № 6. С. 13–22.
13. Чугуй Ю. В. Приближённая модель формирования изображений объектов в частично когерентном свете // Автометрия. 2019. **55**, № 3. С. 82–93.

Поступила в редакцию 10.10.2019

После доработки 22.10.2019

Принята к публикации 06.11.2019