

УДК 533.6, 624.046.3

РАЗВИТИЕ И АПРОБАЦИЯ ИНЖЕНЕРНОЙ МЕТОДИКИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ АМПЛИТУДЫ КОЛЕБАНИЙ ПРОЛЕТНЫХ СТРОЕНИЙ

С. Д. Саленко, Ю. А. Гостеев

Новосибирский государственный технический университет, 630073 Новосибирск, Россия
E-mails: salenkosd@yandex.ru, gosteev@corp.nstu.ru

Предложена инженерная методика определения амплитуд колебаний при вихревом возбуждении, учитывающая зависимости коэффициента возбуждающей силы, числа Струхала и логарифмического декремента колебаний от амплитуды колебаний сооружения, распределение корреляции пульсаций аэродинамической силы по длине строения и включающая методику Eurocode как частный случай. Показано, что разработанная методика, в отличие от известных, позволяет более достоверно рассчитывать амплитуды колебаний пролетных строений при вихревом возбуждении.

Ключевые слова: пролетные строения мостов, вихревое возбуждение колебаний, амплитуда аэроупругих колебаний, инженерная методика.

DOI: 10.15372/PMTF20220618

Введение. В настоящее время существует ряд нормативных документов, регламентирующих методы расчета колебаний гибких конструкций в ветровом потоке: ISO-TC 98, CICIND, DIN 4133, ESDU [1–4]. Сравнение результатов расчетов с использованием этих методов и данных натурных исследований показывает, что не все результаты расчетов являются достоверными [3]. В экспериментах установлено, что для конструкций с малыми демпфирующими параметрами (например, стальных труб) различие амплитуд колебаний, рассчитанных с помощью этих методов, является значительным. В частности, метод ISO не применим для сооружений с малыми параметрами демпфирования. Амплитуды, рассчитанные в соответствии со стандартом CICIND, на порядок больше реальных, что при строительстве сооружений приводит к необоснованным экономическим затратам для увеличения их надежности. Амплитуды, вычисленные в соответствии со стандартом DIN 4133, близки к реальным, соответствуют экономическим требованиям и требованиям надежности. Стандарт DIN 4133 основан на результатах работ [1–3] и является прототипом европейских норм расчетов сооружений Eurocode [5].

О необходимости совершенствования методики расчета колебаний свидетельствуют полученные различными методами и приведенные в работе [6] результаты расчетов значений амплитуд колебаний консольных сооружений, различающиеся в несколько раз.

Методы расчета аэроупругих колебаний, указанные в нормативных документах, можно разделить на стохастические (например, ESDU) и гармонические (например, Eurocode). Стохастические методы позволяют определять амплитуды как узкополосного, так и широкополосного отклика сооружения. С одной стороны, эти методы достаточно сложны, для

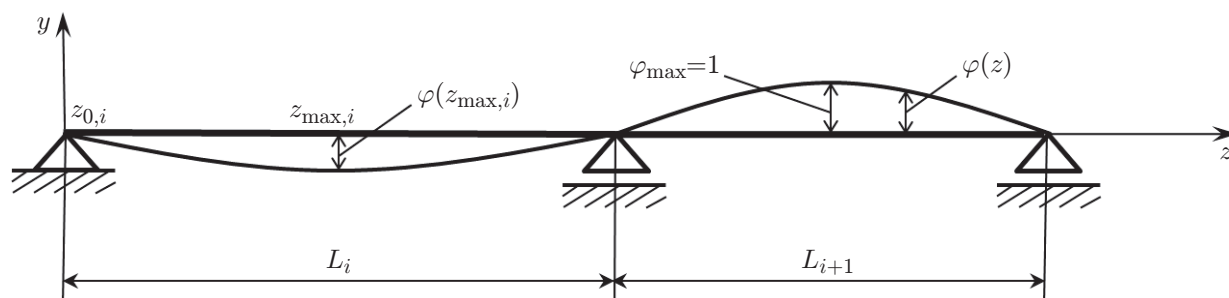


Рис. 1. Схема балочного ПС для определения амплитуды колебаний

их использования требуется большое количество эмпирических зависимостей, с другой — не учитывают корреляцию пульсаций по длине сооружения, влияние локальной амплитуды колебаний на спектр пульсаций, поэтому недостаточно точно описывают механизм колебаний.

В данной работе в рамках ГОСТ Р 59625-2022 [7] развита предложенная в [8] методика, позволяющая определять амплитуды предельных циклов аэроупругих колебаний и резонансные скорости многобалочных сооружений при минимальном наборе входных экспериментальных данных.

1. Методика определения амплитуды колебаний при вихревом возбуждении. Приведем краткое описание методики, изложенной в работе [8]. Методика основана на гармоническом подходе, для определения амплитуд предельных циклов автоколебаний используется принцип энергетического баланса (рассеяние энергии колеблющейся системы за цикл равно работе внешних аэродинамических сил). При выводе основных формул в работе [8] используется дифференциальное уравнение поперечных колебаний балки при ветровом резонансе. Для описания внутреннего рассеяния энергии в процессе колебаний введен функционал, характеризующий несовершенную упругость колебательной системы и представляющий собой момент сил неупругого сопротивления. С учетом относительной малости величин логарифмического декремента и инкремента колебаний уравнение колебаний балки рассматривается как слабонелинейное.

Известно, что сдвиг фаз между пульсационной составляющей аэродинамических сил и перемещением конструкции при вихревом возбуждении колебаний отличается от 90° (что имеет место при обычном резонансе) [9] и изменяется в широком диапазоне, причем его величину трудно определить экспериментально в зависимости от числа Струхала и относительной амплитуды колебаний.

В работе [8] предложено не разделять влияние пульсационной составляющей аэродинамических сил и указанного сдвига фаз, а ввести некоторый коэффициент c_a , характеризующий работу аэродинамических сил за один период для рассматриваемой частоты колебаний. Коэффициент c_a определяется экспериментальным путем. По сути, используемый в большинстве работ коэффициент пульсационной составляющей аэродинамической силы (c'_y или c_{lat}) также учитывает указанный сдвиг фаз.

Вместо кусочно-линейной длины корреляции в Eurocode, недостаточно точно представляющей распределение аэродинамических сил по пролетному строению (ПС), в расчет аэродинамической силы введен коэффициент корреляции R , меняющийся по длине ПС.

Схема балочного ПС для определения амплитуды колебаний приведена на рис. 1. Функция собственной формы колебаний $\varphi(z)$ нормирована максимальным прогибом $\varphi_{\max}$. На участках $[z_{0,i}, z_{0,i} + L_i]$ длиной L_i определяются координаты $z_{\max,i}$ экстремумов собственной формы и соответствующие им максимальные прогибы $\varphi(z_{\max,i}) \equiv \varphi_{\max,i}$.

Для определения максимальной относительной амплитуды колебаний $\bar{A}_{\max} = A_{\max}/H$ ПС или его элемента в [8] на основе энергетического баланса получена формула

$$\bar{A}_{\max} = \frac{B}{H} K \frac{\tilde{c}_a}{\text{Sh}^2 \text{Sc}}. \quad (1)$$

Здесь B , H — характерные ширина и высота поперечного сечения ПС; K — коэффициент модальной формы [5]; $\tilde{c}_a$ — эффективный коэффициент аэродинамического возбуждения, аналогичный коэффициенту боковой силы c_{lat} [5] и определяемый по площади участка в плане; $\text{Sh} = fH/V$ — число Струхала; $\text{Sc} = 2m_e\delta/(\rho H^2)$ — число Скрутона; δ — логарифмический декремент колебаний (ЛДК); m_e — эквивалентная погонная масса [5]; ρ — плотность воздуха.

Коэффициент $\tilde{c}_a$ рассчитывается по формуле

$$\tilde{c}_a = \frac{1}{c_\varphi} \sum_i c_a(\bar{A}_{\max,i}) c_{R,i}(\bar{A}_{\max,i}), \quad (2)$$

где $\bar{A}_{\max,i} = \bar{A}_{\max} |\varphi_{\max,i}|$ — максимальная относительная амплитуда колебаний на i -м участке ПС; c_a — коэффициент аэродинамического возбуждения на i -м участке ПС;

$c_{R,i}(\bar{A}_{\max,i}) = \int_{\bar{z}_{0,i}}^{\bar{z}_{0,i}+\lambda_i} R(|\bar{z} - \bar{z}_{\max,i}|, \bar{A}_{\max,i}) |\varphi(\bar{z})| d\bar{z}$ — коэффициент, учитывающий корреляцию пульсаций подъемной силы на i -м участке ПС; $c_\varphi = \int_0^\lambda |\varphi(\bar{z})| d\bar{z}$ — коэффициент, учитывающий форму колебаний; $\bar{z} = z/H$ — относительная координата вдоль ПС; $\bar{z}_{0,i} = z_{0,i}/H$, $\bar{z}_{\max,i} = z_{\max,i}/H$ — относительные координаты начальной точки i -го участка и экстремума $\varphi_{\max,i} = \varphi(z_{\max,i})$ собственной формы на i -м участке соответственно (см. рис. 1); $\lambda_i = L_i/H$ — удлинение i -го участка ПС.

В формуле (2) суммирование по i ведется по всем участкам ПС между узлами собственной формы колебаний, причем учитывается только вклад участков ПС, возбуждающих колебания.

Таким образом, исходная методика состоит в расчете амплитуды колебаний ПС по формуле (1) с учетом формулы (2) и других данных (собственной формы колебаний, коэффициента корреляции, коэффициента аэродинамического возбуждения, чисел Струхала и Скрутона).

2. Развитие методики. Для достоверной оценки амплитуды колебаний ПС необходимо использовать исходные данные, полученные при испытаниях секционной модели ПС на упругой подвеске в аэродинамической трубе. В экспериментах должны определяться зависимости коэффициента возбуждающей аэродинамической силы c_a , критической скорости ветра $V_{\text{кр}}$, коэффициента корреляции по длине модели R от относительной амплитуды колебаний $\bar{A}_{\max}$. Увеличение точности расчета амплитуды колебаний возможно за счет более полного учета наиболее существенных зависимостей.

2.1. Учет зависимости ЛДК ПС от амплитуды колебаний. Логарифмический декремент колебаний пролетных строений зависит от формы колебаний, марки стали и геометрических параметров балки ПС, способа соединений секций ПС, типа дорожного покрытия, типа опор, грунта под опорами, наличия люфтов и трещин, распределения напряжений в конструкции, возникающих под действием собственного веса и т. д.

Зависимость ЛДК от амплитуды и частоты колебаний исследовалась во многих работах [10–12]. Однако в существующих нормативных документах значение ЛДК принимается постоянным, не зависящим от амплитуды. При расчетах это упрощение может

приводить к завышению амплитуды колебаний ПС в несколько раз. Результаты расчета ЛДК натуральных конструкций по различным методикам, как и результаты измерений, имеют большой разброс.

Амплитуды колебаний ПС в ветровом потоке могут достигать больших значений. Как показывают результаты лабораторных и натуральных экспериментов, при больших амплитудах значение ЛДК существенно увеличивается. Например, громкий звук, сопровождавший колебания моста в г. Волгограде в 2010 г., свидетельствует о том, что при больших амплитудах конструкционное демпфирование возрастает за счет люфтов и больших деформаций в опорах.

С использованием подхода [13] можно вывести полуэмпирическую зависимость ЛДК от амплитуды колебаний

$$\delta = \delta_0(1 + K_\delta \bar{A}_{\max}). \quad (3)$$

Здесь δ_0 — ЛДК при близкой к нулю амплитуде колебаний; K_δ — коэффициент, определяемый по формуле

$$K_\delta = K_\varphi K_c K_k / \lambda^2, \quad (4)$$

где K_φ — коэффициент, характеризующий форму колебаний (для двухопорной балки с постоянным сечением $K_\varphi = 8\pi k^2/3$); k — номер формы колебаний; K_k — коэффициент, характеризующий демпфирующие свойства материала и особенности конструкции ПС (для многопролетного строения $K_k = 1800$); K_c — коэффициент, характеризующий форму поперечного сечения (для типовых ПС $K_c \approx 0,48$); $\lambda = L/H$ — удлинение ПС.

Формулы (3), (4) могут использоваться при отсутствии экспериментальных данных о зависимости ЛДК от амплитуды колебаний.

2.2. Уточнение коэффициента корреляции. Тестирование исходной методики показало, что на результаты расчета оказывает влияние зависимость коэффициента корреляции R от амплитуды колебаний. Данные о коэффициенте корреляции R являются противоречивыми.

Ограничиваясь классом цилиндрических тел с острыми кромками, удалось получить следующую обобщенную формулу:

$$R(\bar{z}, \bar{A}_{\max}) = \begin{cases} \exp[-(0,46 - 1,5\bar{A}_{\max})\sqrt{\bar{z}}], & \bar{A}_{\max} \leq 0,3, \\ 1, & \bar{A}_{\max} > 0,3. \end{cases} \quad (5)$$

Формулу (5) также рекомендуется использовать в случае отсутствия соответствующих экспериментальных данных.

2.3. Уточнение коэффициента возбуждающей аэродинамической силы. Коэффициент c_a должен определяться с учетом зависимости ЛДК от амплитуды колебаний. Однако даже определенный таким образом коэффициент c_a зависит от коэффициента корреляции пульсаций давления вдоль пролета $R(\bar{z}, \bar{A}_{\max})$ и, следовательно, будет различным для секционных моделей разного удлинения. В предлагаемой методике коэффициент c_a не зависит от $R(\bar{z}, \bar{A}_{\max})$.

Добавим в формулу (2) для расчета обобщенного коэффициента $\tilde{c}_a$ коэффициент $K_R(\bar{A}_{\max})$, учитывающий зависимость $R(\bar{z}, \bar{A}_{\max})$ для секционной модели:

$$\tilde{c}_a(\bar{A}_{\max}) = \frac{1}{K_R(\bar{A}_{\max})c_\varphi} \sum_i c_a(\bar{A}_{\max,i})c_{R,i}(\bar{A}_{\max,i}). \quad (6)$$

Здесь

$$K_R(\bar{A}_{\max}) = \frac{1}{\lambda_{с.м}} \int_{-\lambda_{с.м}/2}^{\lambda_{с.м}/2} R(\bar{s}, \bar{A}_{\max}) d\bar{s}, \quad (7)$$

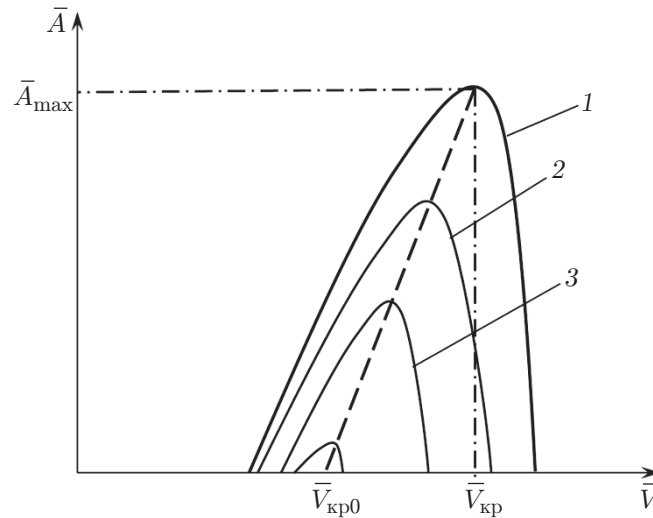


Рис. 2. Зависимость относительной амплитуды колебаний $\bar{A}$ от скорости ветра:
1 — δ_1 , 2 — $\delta_2 > \delta_1$, 3 — $\delta_3 > \delta_2$

$\bar{s} = s/H$; s — координата, отсчитываемая от центра секционной модели, при продувках которой определялась зависимость $c_a(\bar{A}_{max})$; $\lambda_{с.м} = L_{с.м}/H_{с.м}$ — удлинение секционной модели (если удлинение модели неизвестно, то для оценки рекомендуется принимать $\lambda_{с.м} = 15$).

Заметим, что без введения в формулу для $\tilde{c}_a$ коэффициента $K_R(\bar{A}_{max})$ при определении амплитуды колебаний секционной модели по полученным на ней экспериментальным данным значения амплитуды колебаний всегда будут занижены. Методика Eurocode имеет тот же недостаток. В предлагаемой методике этот недостаток устранен.

2.4. *Влияние амплитуды колебаний на число Струхали.* Обозначим через $V_{кр}$ критическую скорость ветра при максимальной амплитуде колебаний, через $V_{кр0}$ критическую скорость ветра в случае неподвижной модели, соответствующие им выражения для чисел Струхали представим в виде $Sh = fH/V_{кр}$ и $Sh_0 = fH/V_{кр0}$ (рис. 2). Кривые 1–3 на рис. 2 построены для различных значений ЛДК δ .

Если предположить, что зависимость $\bar{V}_{кр}$ от $\bar{A}_{max}$ является линейной, то при отсутствии соответствующих экспериментальных данных для определения числа Струхали можно использовать формулу

$$Sh = \frac{1}{\bar{V}_{кр}} = \frac{Sh_0}{1 + K_V \bar{A}_{max}}, \quad (8)$$

где K_V — коэффициент указанной линейной зависимости, определяемый по амплитудно-скоростной характеристике модели ПС; $\bar{V}_{кр} = V_{кр}/(fH)$.

Таким образом, исходная методика [8] уточнена путем введения формул (3)–(8).

3. Существование и единственность решения. Из сказанного выше следует, что коэффициент $\tilde{c}_a$, числа Струхали и Скрутона в общем случае являются функциями относительной амплитуды колебаний, поэтому формула (1) переходит в уравнение для определения $\bar{A}_{max}$, которое решается итерационным методом.

Относительную амплитуду колебаний $\bar{A}_{max}$ можно определить следующим образом: обозначим через Ψ правую часть (1):

$$\Psi(\bar{A}_{max}) = \frac{B}{H} K \frac{\tilde{c}_a}{Sh^2 Sc}. \quad (9)$$

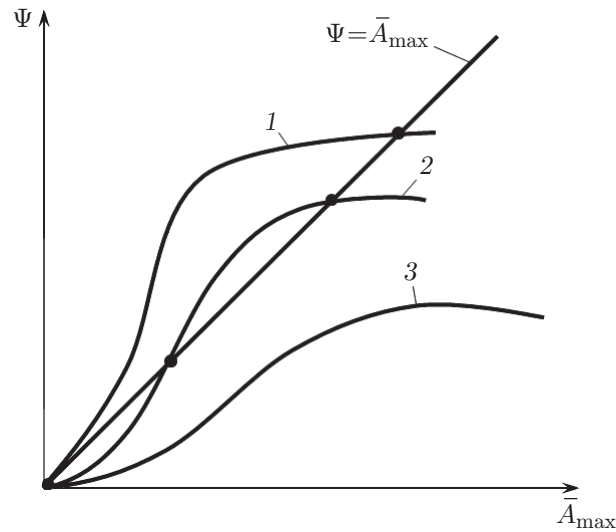


Рис. 3. Определение корней уравнения (1):

1 — $\delta < \delta_{кр}$, 2 — $\delta \approx \delta_{кр}$, 3 — $\delta > \delta_{кр}$

Сначала проводится локализация корней. Для этого целесообразно, задавая значения $\bar{A}_{max}$, построить по формуле (9) зависимость $\Psi(\bar{A}_{max})$ (рис. 3), а затем по графику найти приближенное значение корня и при необходимости уточнить его, например, методом половинного деления.

При $\delta \approx \delta_{кр}$ может иметь место неединственность решений (кривая 2 на рис. 3). В этом случае определяется больший корень.

Если $c_a(0) \approx 0$, то существует некоторое критическое значение ЛДК $\delta_{кр}$, такое что при $\delta > \delta_{кр}$ колебания не возникают, т. е. отсутствует решение $\bar{A}_{max} > 0$ (кривая 3 на рис. 3). Формула для определения $\delta_{кр}$ имеет вид

$$\delta_{кр} = \frac{K \rho B H}{2 m_e \text{Sh}^2} \left. \frac{\partial \tilde{c}_a}{\partial \bar{A}_{max}} \right|_{\bar{A}_{max}=0}. \quad (10)$$

В экспериментах с ПС, имеющим главную балку трапецевидного сечения (рис. 4), получены значения $\delta_{кр}$, хорошо согласующиеся с вычисленными по формуле (10).

4. Апробация методики. При апробации методики рассмотрены три примера: 1) секционная модель ПС; 2) натурное многопролетное строение; 3) трехбалочное ПС на стадии монтажа. Схемы поперечных сечений ПС представлены на рис. 4 (примеры 1, 2) и рис. 5 (пример 3).

Исходные данные представлены в табл. 1 (L — длина модели (пролета), L_1, L_2 — длины участков с плитой перекрытия (не возбуждающих колебания), L_q — длина участка без плиты перекрытия (возбуждающего колебания), m — погонная масса модели (пролета), m_1, m_2 — погонные массы участков с плитой перекрытия, m_q — погонная масса участка без плиты перекрытия).

В табл. 2 приведены результаты расчетов амплитуды колебаний по предлагаемой методике и методике Eurocode, а также экспериментальные (натурные) данные.

Таким образом, апробация методики показала, что рассчитанные значения амплитуды колебаний хорошо согласуются со значениями, измеренными в лабораторных и натурных экспериментах. Значения амплитуды, вычисленные по методике Eurocode [5], существенно (в 3–4 раза) меньше во всех рассмотренных случаях, за исключением примера 3, в котором отличие от экспериментального значения составляет 10 %.

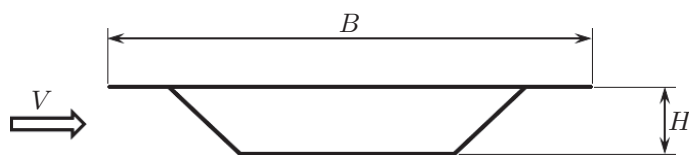


Рис. 4. Схема ПК с трапециевидным поперечным сечением

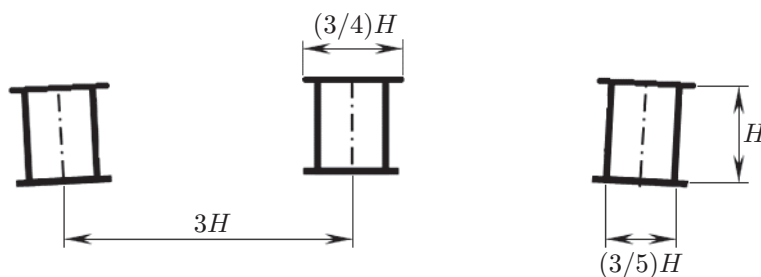


Рис. 5. Схема поперечного сечения трехбалочного ПК

Таблица 1

Исходные данные для примеров 1, 2, 3

При- мер	L , м	B , м	H , м	m , кг/м	δ	Sh	c_a
1	2	0,580	0,110	16,069	0,022	0,128	0,135
2	155	17,400	3,290	14 462	$0,015 \times$ $\times (1 + 3,3\bar{A}_{\max})$	$0,137/$ $/(1 + \bar{A}_{\max})$	0,135
3	$L_1 = 0,3195,$ $L_2 = 0,3200,$ $L_q = 0,3075$	0,072	0,032	$m_1 = 0,735,$ $m_2 = 0,426,$ $m_q = 0,438$	$0,015 \times$ $\times (1 + 1,8\bar{A}_{\max})$	$0,091/$ $/(1 + 0,19\bar{A}_{\max})$	$-42,3\bar{A}_{\max}^2 +$ $+ 1,46\bar{A}_{\max} +$ $+ 0,29$

Таблица 2

Значения относительной амплитуды колебаний $\bar{A}_{\max}$, определенные в результате расчетов, и экспериментальные (натурные) данные [8]

Пример	$\bar{A}_{\max}$		
	Предлагаемая методика	Методика Eurocode	Экспериментальные (натурные) данные
1	0,0723	0,0238	0,072
2	0,1250	0,0230	0,110
3	0,0947	0,0832	0,092

Заключение. В предложенной методике определения амплитуд колебаний при вихревом возбуждении учтены зависимости числа Струхала и логарифмического декремента колебаний от амплитуды колебаний сооружения, более точно учтено распределение корреляции пульсаций аэродинамической силы по длине строения.

Апробация методики на трех пролетных строениях показала, что она достаточно точно определяет наблюдавшиеся в эксперименте и натурных условиях амплитуды колебаний. Сравнение расчетных данных с результатами, полученными по методике Eurocode, показало, что при использовании последней амплитуды для секционной модели и многопролетного строения занижены в 3–4 раза, для консольного строения на стадии монтажа результаты различаются незначительно.

Таким образом, предложенная методика позволяет более точно рассчитывать амплитуды колебаний пролетных строений при вихревом возбуждении.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Ruscheweyh H.** Experience with the new European wind load code // Proc. of the East Europ. conf. on wind engng, Warsaw (Poland), 4–8 July 1994. Warsaw: S. n., 1994. V. 1, pt 2. P. 159–181.
2. **Rusheweyh H.** Practical experience with wind — induced vibrations // J. Wind Engng Industr. Aerodynamics. 1990. V. 33. P. 211–218.
3. **Rusheweyh H., Sedlacek G.** Crosswind vibrations of steel stacks. Critical comparison between some recently proposed codes // J. Wind Engng Industr. Aerodynamics. 1988. V. 30. P. 173–183.
4. **ESDU 96030.** Response of structures to vortex shedding. Structures of circular or polygonal cross section. Introduced 2000.
5. **Eurocode 1.** Actions on structures. Pt 1–4. General actions. Wind actions. Brussels: Europ. Standard, 2005.
6. **Holmes J. D.** Response of cylindrical structures to vortex shedding in the natural wind // Proc. of the 13th Australasian fluid mechanics conf., Melbourne (Australia), 13–18 Dec. 1998. Melbourne: Monash Univ., 1998. P. 401–404.
7. **ГОСТ Р 59625-2022.** Дороги автомобильные общего пользования. Мостовые сооружения. Правила расчета и подтверждения аэроупругой устойчивости. Введ. 04.01.2022. [Электрон. ресурс]. Режим доступа: <https://docs.cntd.ru/document/1200182851>.
8. **Саленко С. Д.** Методика расчета аэроупругих колебаний многобалочных сооружений // ПМТФ. 2001. Т. 42, № 5. С. 161–167.
9. **Paidoussis M. P.** Fluid-structure interactions cross-flow-induced instabilities / M. P. Paidoussis, S. J. Price, E. de Langre. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2011.
10. **Писаренко Г. С.** Обобщенная нелинейная модель учета рассеяния энергии при колебаниях. Киев: Наук. думка, 1985.
11. **Kareem A., Gurley K.** Damping in structures: its evaluation and treatment of uncertainty // J. Wind Engng Industr. Aerodynamics. 1996. V. 59. P. 131–157.
12. **Казакевич М. И.** Основы расчетов сооружений на ветровые воздействия: Моногр. М.: Изд-во МИСИ — МГСУ, 2019.
13. **Пановко Я. Г.** Внутреннее трение при колебаниях упругих систем. М.: Физматгиз, 1960.

*Поступила в редакцию 6/IV 2022 г.,
после доработки — 19/V 2022 г.
Принята к публикации 27/VI 2022 г.*