

## МОДЕЛИРОВАНИЕ В ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

УДК 517.958 : 535.14

### ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭВОЛЮЦИИ ЭНЕРГИИ В ДИССИПАТИВНЫХ ВОЛОКОННЫХ ЛАЗЕРАХ\*

А. С. Скидин<sup>1</sup>, И. А. Яруткина<sup>1</sup>, О. В. Штырина<sup>1</sup>, М. П. Федорук<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>*Институт вычислительных технологий СО РАН,  
630090, г. Новосибирск, просп. Академика Лаврентьева, 6*

<sup>2</sup>*Новосибирский государственный университет,  
630090, г. Новосибирск, ул. Пирогова, 2  
E-mail: ask@skidin.org*

Проводится анализ теоретических результатов эволюции энергии в кольцевом и линейном резонаторах диссипативных солитонных волоконных лазеров. Корректность теоретических результатов подтверждена посредством математического моделирования.

*Ключевые слова:* лазерная теория, математическое моделирование, линейный резонатор, кольцевой резонатор.

**Введение.** В настоящее время волоконные лазеры используются во многих промышленных и исследовательских приложениях. Для полноценного аналитического описания эволюции импульса в современных волоконных лазерах необходимо принимать во внимание наличие ряда физических эффектов. В частности, к ним относятся насыщенное усиление, ненасыщенные потери, дисперсионные и нелинейные эффекты. Баланс между усилением и потерями в лазерном резонаторе определяет энергию оптического солитона; с другой стороны, дисперсия и нелинейность определяют наличие генерации импульса и его форму [1, 2]. Ввиду этого при анализе динамики энергии в резонаторе можно пренебречь керровской нелинейностью показателя преломления волокна и дисперсией, несмотря на то что данные эффекты необходимо учитывать при комплексном изучении таких лазерных систем.

Теоретический анализ волоконных лазеров с линейным и кольцевым резонаторами включает в себя разработку закономерностей эволюции энергии внутри резонатора, а также математическое моделирование данных лазерных систем. Целью предлагаемого исследования является установление динамики изменения выходной энергии резонатора и её оптимизация. При моделировании не учитывается хроматическая дисперсия высших порядков, насыщение считается мгновенным и неоднородным.

**Эволюция энергии в кольцевом резонаторе.** В работе [1] была выведена аналитическая формула для выходной энергии (средней мощности) кольцевого резонатора в виде функции от параметров насыщенного усиления и линейных потерь в резонаторе. Рассмотрим данное выражение более подробно с точки зрения энергетического баланса на одном

---

\*Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант № 14-21-00110) и частичной поддержке Президиума РАН (программа № 43 фундаментальных исследований по стратегическим направлениям развития науки «Фундаментальные проблемы математического моделирования»).

обходе резонатора в установившемся режиме. Для этого исследуем кольцевой лазерный резонатор, состоящий из активного волокна, пассивного волокна (PF), насыщающегося поглотителя (SA) и ответвителя, как показано в [3].

Пусть  $E_0$  — энергия на входе в активное волокно, а  $E(L_A) = \varphi_0 E_0$  — энергия на выходе из активного волокна ( $L_A$  — длина активного волокна). Энергетический баланс между усилением и потерями в волокне в предложенной конфигурации может быть представлен в следующем виде:

$$E_0 = RR_{SA}R_{PF}\varphi_0 E_0, \quad (1)$$

где  $R$  — доля остающейся в резонаторе энергии (отношение энергии, остающейся в резонаторе, к выводимой из резонатора);  $R_{PF}$  и  $R_{SA}$  — отношение выходной энергии ко входной энергии для пассивного волокна и насыщающегося поглотителя соответственно.

Тогда для описанной выше лазерной конфигурации получаем

$$\varphi_0 = \frac{1}{R_{PF}R_{SA}R}. \quad (2)$$

Введём следующие обозначения:  $L_P$  — длина пассивного волокна,  $R_{дБ}$  — потери на выходе из резонатора (дБ),  $R_{SA}$  — потери на насыщающемся поглотителе,  $R_{SA, дБ}$  — потери на насыщающемся поглотителе (дБ),  $\alpha_A$ ,  $\alpha_P$  — потери в активном и пассивном волокнах соответственно (дБ/м),  $g_A$  — коэффициент усиления (дБ/м).

Тогда коэффициент прохождения энергии в пассивном волокне  $R_{PF} = \exp(-\alpha_P L_P \times 0,1 \ln 10)$ . Потери на ответвителе переменны,  $R = \exp(-R_{дБ} 0,1 \ln 10)$ . Потери на насыщающемся поглотителе  $R_{SA}$  варьируются в зависимости от средней и пиковой мощностей оптического импульса и ограничены сверху глубиной модуляции.

Введём также  $s = \alpha_A/g_A$  — отношение потерь в активном волокне к коэффициенту усиления;  $S = (\alpha_A L_A + \alpha_P L_P + R_{SA, дБ} + R_{дБ})/(g_A L_A)$  — отношение полных потерь к полному усилению;  $E_{sat}$  — энергия насыщения;  $G = g_A L_A 0,1 \ln 10$ .

После некоторых преобразований получаем выражения для  $E_0$  и  $E_{out}$  (энергия на выходе из ответвителя) [1]:

$$E_0 = E_{sat} \frac{1-s}{s} \exp(0,5G(s-S)) \frac{\sinh(0,5G(1-S)s)}{\sinh(0,5G(1-s)S)}; \quad E_{out} = E_0 \frac{1-R}{R}. \quad (3)$$

В целях проверки предложенной в [1] теории было проведено сравнение её результатов с результатами математического моделирования и рассмотрен описанный в [3] волоконный лазер с кольцевым резонатором.

Математическое моделирование прохождения импульса в активном и пассивном волокнах основано на нелинейном уравнении Шрёдингера [3–10], которое решено с помощью симметричного варианта метода Фурье — расщепления по физическим процессам. При моделировании активного волокна учтены насыщение усиления и спектральная фильтрация. Данные эффекты обычно принимаются во внимание в частотной области с учётом лоренцева профиля усиления. При моделировании использовалось уравнение

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -\frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} + i\gamma|A|^2 A + \frac{\hat{g}}{2} A - \frac{\alpha_A}{2} A \quad (4)$$

с дополнительным членом, описывающим усиление и спектральную фильтрацию [3]. Здесь  $A(z, t)$  — огибающая электромагнитного поля;  $z$  — пространственная переменная;  $t$  — временная переменная;  $\beta_2$  и  $\beta_3$  — дисперсии второго и третьего порядков соответственно;  $\gamma$  —

коэффициент нелинейности. При моделировании распространения импульса по пассивному волокну использовалось уравнение (4) при  $\hat{g} = 0$ . При этом  $\hat{g}$  для активного волокна может быть определено в частотной области по формуле

$$g(\omega) = \frac{1}{1 + \frac{E}{E_{\text{sat}}}} \frac{gA}{1 + \left(\frac{\omega - \omega_0}{\Omega_g}\right)^2}, \quad (5)$$

где  $\Omega_g$  — ширина спектра фильтрации,  $\omega_0$  — несущая частота.

В данной работе применена упрощённая модель насыщающегося поглотителя. В этом случае его действие описывается передаточной функцией [3]  $T(t) = [1 - q(t, P_{\text{in}}(t))]$ , где  $P_{\text{in}}(t) = |A_{\text{in}}(t)|^2$  и  $q$  — функция времени и входного поля, которая может быть найдена из уравнения

$$q(t) = \frac{q_0}{1 + |A_{\text{in}}(t)|^2 / P_{\text{sat}}}. \quad (6)$$

Для подтверждения корректности теоретических положений были проведены численные эксперименты. На рис. 1 показаны значения выходной энергии для различных величин усиления в активном волокне, варьирующихся от 5 до 30 дБ. Поскольку реальные потери на насыщающемся поглотителе ограничены глубиной модуляции абсорбера  $q_0 = 0,1$ , но их точная величина неизвестна, теоретические результаты получены в предположении, что потери на абсорбере равны 5 %. Как видно из графика, удалось достигнуть хорошего соответствия теоретических и численных результатов, при этом видимое отклонение можно объяснить отклонением реальных потерь на насыщающемся поглотителе от теоретических допущений.

Следует отметить, что для больших значений коэффициентов усиления (25 и 30 дБ) в ходе численного эксперимента наблюдалось отсутствие устойчивой генерации в середине области. Это означает, что использованная теоретическая формула позволяет указать набор параметров, при котором импульсы могут обладать желательными энергетическими характеристиками, но не заменяет полного моделирования, необходимого для проверки возможности генерации.

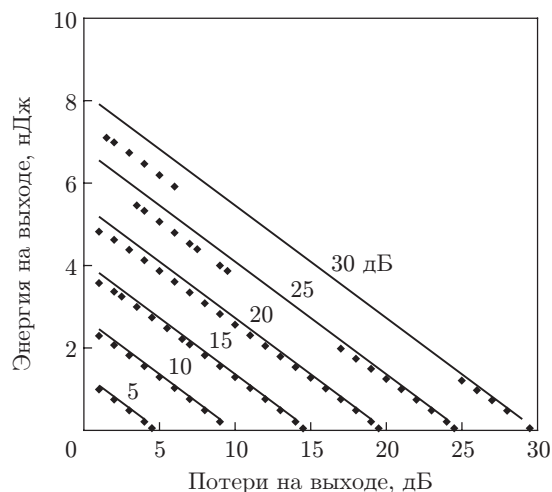


Рис. 1. Зависимость энергии на выходе из резонатора от потерь на ответвителе при различных значениях коэффициента усиления в кольцевом резонаторе. Сплошные линии — численные результаты, точки — теоретические результаты

**Эволюция энергии в линейном резонаторе.** Представленный подход может быть адаптирован к другим типам резонаторов, в частности к резонаторам линейной структуры. Рассмотрим применение теории для линейных резонаторов на примере тулий-гольмиевого волоконного лазера, описанного в работе [11]. Волоконный лазер состоит из компенсатора дисперсии, активного и пассивного волокон [11], а также насыщающегося поглотителя [12].

Обозначим  $E_1^+$  энергию на входе в активное волокно при обходе резонатора по направлению к насыщающемуся поглотителю, а  $E_2^-$  энергию на входе в активное волокно при обходе резонатора в сторону компенсатора дисперсии. Тогда по аналогии со случаем для кольцевого резонатора обозначим энергии на выходе из активного волокна в разных направлениях  $\varphi_1 E_1^+$  и  $\varphi_2 E_2^-$ .

С учётом введённых обозначений запишем следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} E_1^+ = E_{\text{sat}} \frac{1-s}{s} f(\varphi_1), \\ E_2^- = E_{\text{sat}} \frac{1-s}{s} f(\varphi_2), \\ E_1^+ = E_2^- \varphi_2 R_{\text{PF}} R R_{\text{PF}}, \\ E_2^- = E_1^+ \varphi_1 R_{\text{SA}}, \end{cases}$$

где  $f(\varphi_i)$  определяется по формуле

$$f(\varphi_i) = \frac{1 - \varphi_i^s \exp[s(s-1)g_A L_A 0,1 \ln 10]}{\varphi_i - \varphi_i^s \exp[s(s-1)g_A L_A 0,1 \ln 10]}. \quad (7)$$

Из системы уравнений можно получить связь между  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ :  $\varphi_1 \varphi_2 R_{\text{PF}}^2 R R_{\text{SA}} = 1$ . Используя данную зависимость, преобразуем систему к нелинейному уравнению относительно  $\varphi_1$ :

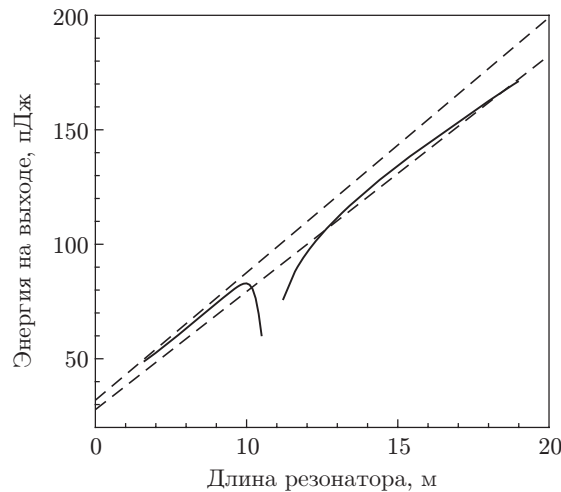
$$f(\varphi_1) = f\left(\frac{1}{\varphi_1 R_{\text{PF}}^2 R R_{\text{SA}}}\right) \frac{1}{\varphi_1 R_{\text{SA}}}. \quad (8)$$

Далее разрешим его методом деления отрезка пополам. Выражение для энергии на выходе из резонатора в принятых обозначениях будет иметь вид

$$E_{\text{out}} = E_1^+(\varphi_1) \frac{1}{R_{\text{PF}}} \frac{1-R}{R}. \quad (9)$$

Для проверки данной формулы проведено сравнение результатов, полученных путём применения вышеописанных формул, с результатами математического моделирования рассмотренного тулий-гольмиевого лазера. Детали математического моделирования приведены в работе [13].

В представленном волоконном лазере была использована техника дисперсионного управления (см., например, [2, 14, 15]), а именно активное и пассивное волокна обладают аномальной дисперсией, нормальная дисперсия в резонаторе обеспечивается волоконной чирпованной брэгговской решёткой [11] и знак средней дисперсии резонатора меняется при изменении длины пассивного волокна. Рис. 2 иллюстрирует сравнение теоретических результатов с результатами математического моделирования [13]. Для сопоставления были проведены расчёты выходной энергии для длин резонатора от 5 до 20 м, длина резонатора менялась за счёт увеличения длины пассивного волокна. Верхняя пунктирная линия



*Рис. 2.* Зависимость энергии на выходе из резонатора от длины резонатора в тулий-гольмиевом волоконном лазере. Сплошные линии иллюстрируют результаты математического моделирования, пунктирные — теоретически предсказанные результаты при нулевых и 10 %-ных потерях на насыщающемся поглотителе

соответствует случаю без потерь на насыщающемся поглотителе, а нижняя — потерям, равным глубине модуляции  $q_0$ . Поскольку, как было сказано ранее, реальные потери на насыщающемся поглотителе принадлежат этому промежутку, то и численно полученные значения энергии должны находиться между данными теоретически предсказанными предельными случаями, что и наблюдается на рисунке. При этом стоит отметить, как и для кольцевого резонатора, не во всех случаях теоретические формулы могут быть альтернативой численному эксперименту, так как вблизи нулевой дисперсии наблюдается отсутствие устойчивой генерации, а также выход значений энергии из теоретически предсказанного диапазона ввиду нарушения применимости модели равномерного усиления, используемой для получения теоретических результатов.

**Заключение.** В данной работе проведён анализ теоретических результатов эволюции энергии в кольцевом и линейном резонаторах диссипативных солитонных волоконных лазеров. В ходе исследований была получена теоретическая зависимость энергии выходного импульса от длины резонатора, подтверждённая математическим моделированием. Погрешность теоретических расчётов не превосходит 10 % во всём диапазоне длин резонатора, в котором наблюдается генерация импульса. Результаты показывают, что теоретическое приближение описывает динамику с достаточной степенью точности.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Turitsyn S. K.** Theory of energy evolution in laser resonators with saturated gain and non-saturated loss // *Opt. Express*. 2009. **17**, N 14. P. 11898–11904.
2. **Turitsyn S. K., Bale B., Fedoruk M. P.** Dispersion-managed solitons in fibre systems and lasers // *Phys. Rep.* 2012. **521**, N 4. P. 135–203.
3. **Yarutkina I. A., Shtyrina O. V., Fedoruk M. P., Turitsyn S. K.** Numerical modeling of fiber lasers with long and ultra-long ring cavity // *Opt. Express*. 2013. **21**, N 10. P. 12942–12950.
4. **Bale B. G., Okhotnikov O. G., Turitsyn S. K.** Modeling and technologies of ultrafast fiber lasers // *Fiber Lasers* /Ed. O. G. Okhotnikov. Weinheim, Germany: Wiley-VCH, 2012. 280 p.
5. **Grelu P., Akhmediev N.** Dissipative solitons for mode-locked lasers // *Nature Photonics*. 2012. N 6. P. 84–92.

6. **Schreiber T., Ortaç B., Limpert J., Tünnermann A.** On the study of pulse evolution in ultra-short pulse mode-locked fiber lasers by numerical simulations // *Opt. Express*. 2007. **15**, N 13. P. 8252–8262.
7. **Wise F. W., Chong A., Renninger W. H.** High-energy femtosecond fiber lasers based on pulse propagation at normal dispersion // *Laser Photon. Rev.* 2008. **2**, N 1–2. P. 58–73.
8. **Shtyrina O., Fedoruk M., Turitsyn S. et al.** Evolution and stability of pulse regimes in SESAM-mode-locked femtosecond fiber lasers // *JOSA B*. 2009. **26**, N 2. P. 346–352.
9. **Haus H. A.** Theory of mode locking with a slow saturable absorber // *IEEE Journ. Quant. Electron.* 1975. **11**, N 9. P. 736–746.
10. **Siegman A. E.** *Lasers*. Sausalito, USA: University Science Books, 1986. 1283 p.
11. **Gumenyuk R., Vartiainen I., Tuovinen H., Okhotnikov O. G.** Dissipative dispersion-managed soliton 2  $\mu\text{m}$  thulium/holmium fiber laser // *Opt. Lett.* 2011. **36**, N 5. P. 609–611.
12. **Kivistö S., Hakulinen T., Guina M., Okhotnikov O. G.** Tunable Raman soliton source using mode-locked Tm-Ho fiber laser // *IEEE Photon. Technol. Lett.* 2007. **19**, N 12. P. 934–936.
13. **Yarutkina I. A., Shtyrina O. V.** Mathematical modelling of dispersion-managed thulium/holmium fibre lasers // *Quant. Electron.* 2013. **43**, N 11. P. 1019–1023.
14. **Haus H. A., Tamura K., Nelson L. E., Ippen E. P.** Stretched-pulse additive pulse mode-locking in fiber ring lasers // *IEEE Journ. Quant. Electron.* 1995. **31**, N 3. P. 591–603.
15. **Харенко Д. С., Бабин С. А.** Генерация диссипативных солитонов в волоконных фемто-секундных лазерах // *Автометрия*. 2013. **49**, № 4. С. 100–120.

*Поступила в редакцию 25 декабря 2014 г.*

---