

УДК 532.501.32:535.347:535.52

ВЛИЯНИЕ СМАЧИВАЕМОСТИ НА ПОВЕДЕНИЕ ЖИДКОЙ КАПЛИ ПОСЛЕ ЕЕ СОУДАРЕНИЯ С ТВЕРДОЙ ПОДЛОЖКОЙ

В. Т. Борисов, А. Н. Черепанов*, М. Р. Предтеченский**,
Ю. Д. Варламов**

Центральный научно-исследовательский институт черной металлургии, 107005 Москва

* Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, 630090 Новосибирск

** Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН, 630090 Новосибирск

Разработана математическая модель динамики поведения жидкой капли малого диаметра после ее соударения с твердой поверхностью, когда действием вязких сил можно пренебречь. Модель учитывает влияние адгезионного взаимодействия жидкости с подложкой. Показано, что в зависимости от значений числа Вебера и равновесного краевого угла возможны три режима движения капли: прилипание без отката, прилипание после отката и отрыв в конце отката. Определены области существования этих режимов.

Ключевые слова: капля, подложка, соударение, адгезия, краевой угол, математическая модель.

Введение. Соударение жидкой капли с твердой поверхностью рассматривалось во многих работах при изучении эрозии лопаток гидравлических и паровых турбин, лопастей винтов вертолетов, обтекателей антенн самолетных радиолокаторов и т. п. [1–3]. Дальнейшее развитие работ в данном направлении связано с исследованием процессов формирования порошковых покрытий [4–6], осаждения микрокапель чернил в условиях струйной печати [7], а также с изучением поведения малых частиц припоя, инжестируемых на твердую подложку (этот процесс используется для монтажа элементов микроэлектроники [8–14]).

В известных математических моделях [8–14], предложенных для описания растекания капли на подложке, адгезионное взаимодействие жидкости с поверхностью учитывается весьма приближенно, поэтому полученные решения недостаточно полно описывают процессы расплющивания, отката и отскока частиц от поверхности подложки с ограниченной смачиваемостью.

В данной работе на основе законов сохранения массы и энергии предложено математическое описание поведения жидкой капли после ее падения на твердую поверхность. В отличие от известной модели [4] считается, что частица в момент соударения имеет сферическую форму. Кроме того, учитывается влияние капиллярных и адгезионных эффектов, что позволяет адекватно описывать процессы растекания и отката частицы, а также условия ее отрыва от подложки.

Математическая модель процесса. Пусть жидкая капля радиусом H_0 падает на твердую подложку перпендикулярно ее поверхности. Жидкость несжимаемая, теплообмен с окружающей средой и подложкой отсутствует. Предполагается также, что форма расплющивающейся капли (рис. 1, *a*) симметрична относительно оси z и в момент времени t может быть представлена в виде сфероидального сегмента HM_2hH и торообразного диска hM_2M_1ROh с боковой полуокружностью RM_1M_2R , диаметр которой равен h . Заметим,

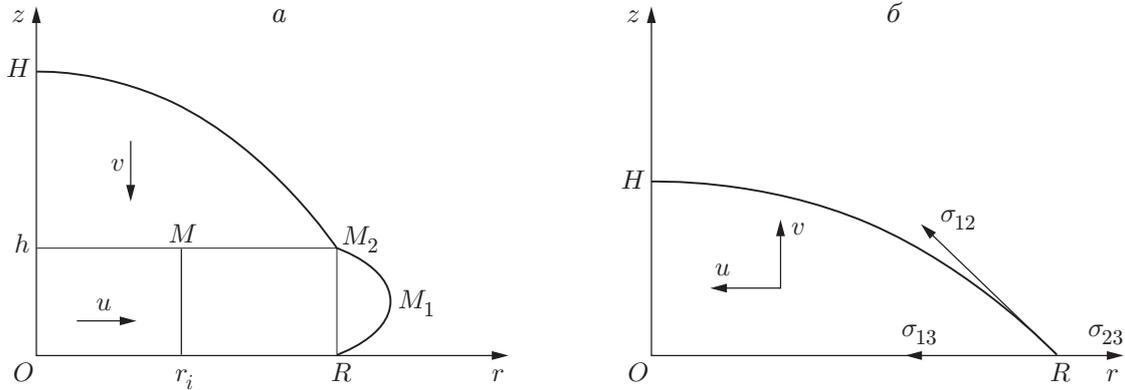


Рис. 1. Расчетная форма капли:
 а — при растекании (накате); б — при откате

что в отличие от модели [4] предлагаемая форма капли более адекватна экспериментально наблюдаемой морфологии частицы на начальной стадии растекания [9, 11].

Поле скоростей внутри частицы зададим следующим образом: внутри сегмента скорость всюду одинакова и характеризуется только вертикальной компонентой $v = v(t)$, внутри диска — только радиальной компонентой $u(r, t)$, причем

$$\begin{aligned}
 u &= -\frac{r}{2h} v(t), & 0 \leq r \leq R, \\
 u &= -\frac{R^2}{2hr} v(t), & R \leq r \leq R + \frac{h}{2}
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

(R — радиус контактного пятна на подложке).

Первое выражение в (1) получено из условия, чтобы при любом r_i поток вещества через поверхность Mr_i , площадь которой равна $2\pi r_i h$ ($0 \leq r_i \leq R$), был равен потоку через поверхность hM , площадь которой равна πr_i^2 (рис. 1, а). Второе выражение следует из решения уравнения неразрывности для несжимаемой жидкости при условии выполнения на границе $r = R$ первого равенства в (1). При этом $v(t) = \dot{H}(t)$ ($H(t)$ — полная высота частицы; точка означает производную по t).

Для вычисления энергетических величин определим сначала выражения для геометрических характеристик соответствующих элементов деформированной частицы (рис. 1, а). Объем Ω_1 и поверхность S_1 ее сфероидальной части описываются соотношениями

$$\Omega_1 = \pi(H - h)((H - h)^2 + 3R^2)/6, \quad S_1 = \pi((H - h)^2 + R^2),
 \tag{2}$$

а тороидальной — соотношениями

$$\Omega_2 = \pi h(R^2 + \pi R h/4 + h^2/6), \quad S_2 = \pi h(\pi R + h).
 \tag{3}$$

Предполагается также, что параметры h и H связаны соотношением

$$h = H(1 - H/H_0)^n,
 \tag{4}$$

где H_0 — начальный диаметр капли; n — константа, подбираемая для обеспечения наилучшего согласия с экспериментом. Из условия постоянства объема капли $\Omega_1 + \Omega_2 = \pi H_0^3/6$, где выражения для Ω_1 и Ω_2 следуют из (2), (3), получим зависимость $R(H)$ в виде

$$R = h \sqrt{Y^2 - \frac{H^3 - H_0^3}{3h^2(H + h)} + \frac{H}{h} \frac{H - h}{H + h}} - Y,$$

где $Y = (\pi/4)[h/(H + h)]$; величина h определяется по формуле (4).

Потенциальная энергия системы капля — подложка находится из соотношения

$$P = (S_1 + S_2)\sigma_{12} + \pi R^2(\sigma_{13} - \sigma_{23}) - \pi H_0^2\sigma_{12},$$

где σ_{12} , σ_{13} , σ_{23} — поверхностные натяжения на границах жидкость — газ, жидкость — подложка и подложка — газ соответственно. Здесь потенциальная энергия начального состояния $P_0 = \pi H_0^2\sigma_{12}$, соответствующего моменту касания каплей подложки, принята в качестве начала отсчета. Полную кинетическую энергию капли K определим, интегрируя ее элементарные значения по каждому из указанных выше объемов Ω_i : $K = \frac{\rho}{2} \sum_i \int v_i^2 d\Omega_i$,

где ρ — плотность жидкости.

Перейдем к безразмерным величинам, выбрав в качестве масштабов значения H_0 , v_0 , $K_0 = \pi H_0^3 \rho v_0^2 / 12$. После соответствующих преобразований для безразмерных функций $\bar{K} = K/K_0$ и $\bar{P} = P/K_0$ получим следующие выражения:

$$\bar{K} = v^2(1 - h^3 F(z)), \quad \bar{P} = 12[(\bar{H} - \bar{h})^2 + \bar{h}^2(G(z) - z^2 \cos \theta) - 1] / \text{We}, \quad (5)$$

где $H = H/H_0$; $z = R/h$; $\bar{h} = h/H_0$; $\bar{v} = v/v_0$; v_0 — скорость соударения капли с подложкой; θ — равновесный краевой угол; We — число Вебера; $G(z) = 1 + \pi z + z^2$; $F(z) = G(z) - 3z^4 I(z)$;

$$I(z) = \begin{cases} (4z^2 - 1)^{1/2} \arctg \sqrt{\frac{2z-1}{2z+2}} - 1 + \pi z, & 2z \geq 1, \\ (1 - 4z^2)^{1/2} \ln \left| \frac{\sqrt{1-2z} + \sqrt{1+2z}}{\sqrt{1-2z} - \sqrt{1+2z}} \right| - 1 + \pi z, & 2z \leq 1. \end{cases} \quad (6)$$

При растекании (накате) капли происходит увеличение поверхностной энергии капли, выделение тепла Q за счет работы сил адгезии ($A = 2\pi R^2 \sigma_{12}(1 + \cos \theta)$) и диссипация этого тепла (за исключением случая $\cos \theta = -1$, когда $A = 0$). Закон сохранения энергии в этот период имеет вид

$$\bar{K} + \bar{P} + \bar{Q} = 1. \quad (7)$$

Далее черта над безразмерными величинами опущена. Поскольку скорость растекания капли при накате значительно превышает скорость естественного расплывания капли по подложке под действием молекулярных сил, большая часть работы адгезии в стадии наката обращается в тепло. Поэтому, полагая $\bar{Q} = \bar{A}$, где

$$\bar{A} = 12\bar{R}^2(1 + \cos \theta) / \text{We}, \quad (8)$$

и подставляя выражения (5), (6), (8) в (7), после соответствующих преобразований получим дифференциальное уравнение, описывающее стадию наката:

$$(1 - h^3 F(z)) \dot{H} = 1 - 12((H - h)^2 + h^2 G(z) + R^2 - 1) / \text{We}, \quad R = zh.$$

Здесь учтено, что $v = \dot{H}$; точка означает производную по параметру $\tau = tv_0/H_0$. Для решения этого уравнения используются уравнения (3), (4) и начальное условие $H(0) = 1$. Уравнение справедливо до максимального растекания капли, которое достигается в момент времени $\tau = \tau_*$, определяемый равенством $K(\tau_*) = 0$.

Таким образом, кинетика рассматриваемого процесса растекания зависит только от числа Вебера We . В частности, параметры максимального растекания (время τ_* , радиус контактного круга R_* и высота H_*) зависят только от числа Вебера, при этом величина R_* удовлетворительно аппроксимируется формулой

$$R_* = \sqrt{(w - 1/w^2)/3}, \quad w = 1 + 0,15 \text{ We}. \quad (9)$$

В процессе обратного движения капли (отката) естественной является форма сферического сегмента (рис. 1,б), которую капля принимает после окончания растекания. Этот процесс перехода формы, показанной на рис. 1,а, в форму, представленную на рис. 1,б, обусловлен стремлением к выравниванию лапласовского давления и минимизации площади поверхности капли и, по-видимому, происходит настолько быстро, что затрачиваемое время можно не учитывать. Изменение формы происходит при постоянном радиусе контактного пятна R_* и сохранении объема капли. В результате новая высота капли H_{**} определяется уравнением

$$H_{**}(H_{**}^2 + 3R_*^2) = 1. \quad (10)$$

При трансформации некоторая часть потенциальной энергии капли диссипирует из-за уменьшения площади ее поверхности. После трансформации потенциальная энергия может быть определена как

$$P_{**} = 12(H_{**}^2 + R_*^2(1 - \cos \theta) - 1)/We. \quad (11)$$

Распределение компонент скорости течения жидкости внутри сегмента на стадии отката примем в виде

$$v = z\dot{H}/H, \quad u = -r\dot{H}/(2H), \quad (12)$$

что обеспечивает выполнение уравнения непрерывности. Кинетическая энергия вычисляется интегрированием по объему сегмента плотности кинетической энергии, равной $\rho(v^2 + u^2)/2$. Потенциальная энергия определяется выражением

$$P = 12(H^2 + R^2(1 - \cos \theta) - 1)/We. \quad (13)$$

Работа отделения капли от подложки, равная работе адгезии, совершается за счет энергии капли, поэтому закон сохранения энергии имеет вид

$$K + P = P_{**}. \quad (14)$$

Интегрируя по объему сегмента плотность кинетической энергии с учетом (12) и подставляя полученное выражение и соотношение (13) в (14), получим дифференциальное уравнение, описывающее стадию отката:

$$\dot{H}^2 \varphi(H) + 12(H^2 + R^2(1 - \cos \theta) - 1)/We = P_{**}, \quad (15)$$

где $\varphi(H) = (13/90)H^3 + 11/36 + (1/36)H^{-3}$; величина P_{**} определяется формулами (10), (11). Уравнение (15) решается при начальном условии $H(0) = H_{**}$.

Анализ результатов. Как показали результаты численного исследования, поведение капли на подложке после максимального растекания жидкости существенно зависит от числа Вебера и равновесного краевого угла смачивания θ . При этом возможны три режима движения капли: прилипание без отката, прилипание после отката, отрыв в конце отката. Определены области существования этих режимов (рис. 2). При значениях We, θ , соответствующих линии 1 (линии “покоя”), капля после максимального растекания принимает термодинамически равновесную форму. Угол при ее основании после трансформации равен равновесному краевому углу, и после растекания отката не наблюдается. Ниже этой линии откат также отсутствует, но угол при основании трансформировавшейся капли отличается от равновесного. Выше линии 1 на незначительном удалении от нее откат происходит с малой скоростью. Последняя возрастает с приближением фигуративной точки (We, θ) к линии 2, выше которой имеет место отрыв капли от подложки со скоростью, возрастающей по мере удаления от этой линии. Откат с последующим прилипанием наблюдается, если точка (We, θ) находится между линиями 1 и 2.

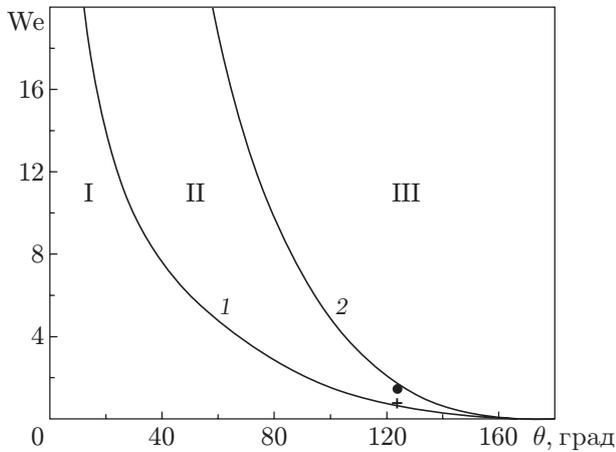


Рис. 2

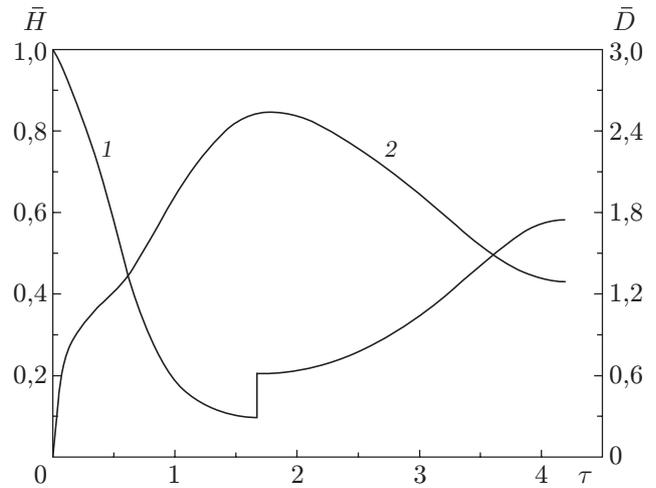


Рис. 3

Рис. 2. Области движения капель на подложке:

I — прилипание без отката; II — прилипание после отката; III — отрыв после отката; 1 — линия «покоя»; 2 — линия отрыва; точки — экспериментальные данные [11]

Рис. 3. Изменение относительных значений высоты \bar{H} (1) и диаметра контактного пятна \bar{D} (2) при растекании и откате капли с последующим ее прилипанием к подложке при $We = 15$, $\theta = 45^\circ$

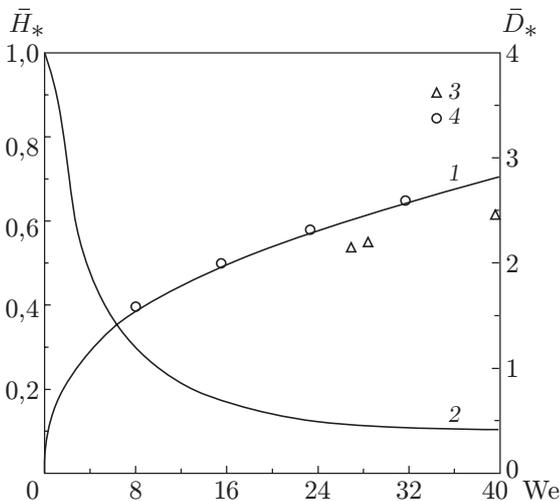


Рис. 4. Зависимость относительных значений диаметра контактного пятна (1, 3, 4) и высоты жидкой частицы (2) от числа Вебера: 1, 2 — численный расчет; 3 — экспериментальные данные [13]; 4 — расчет по формуле (9)

В работе [12] экспериментально установлено, что при $We = 0,7$ капля ртути при соударении со стеклянной подложкой ($\theta = 123^\circ$) после растекания откатывается назад с последующим прилипанием, а при $We = 1,2$ она отскакивает от подложки в конце отката. Этим значениям We и θ соответствуют точки на рис. 2. Видно, что они расположены вблизи границ 1 и 2 соответствующих областей.

На рис. 3 показана динамика поведения капли на подложке. При достижении полного растекания в момент времени $\tau = 1,64$ происходит быстрое изменение формы капли, после чего при заданных значениях $We = 15$ и $\theta = 45^\circ$ наступает стадия отката, завершающаяся прилипанием капли к подложке.

На рис. 4 сплошными линиями представлены расчетные зависимости параметров растекания капли от числа Вебера. Точки 3 соответствуют экспериментальным значениям

диаметра максимального растекания капель воды и водных растворов натриевой соды по стальной подложке при различных числах Вебера [13], точки 4 — результаты расчетов по приближенной формуле (9). Большие значения диаметра контактного пятна при максимальном растекании, полученные в расчете, вероятно, обусловлены учетом в математической модели вязкости жидкой среды. Принимая во внимание экспериментальные погрешности, а также принятые допущения при построении математической модели, согласие результатов расчета и эксперимента можно считать удовлетворительным.

Предложенная модель может быть использована для быстрой оценки параметров рассматриваемого процесса, поскольку время расчета одного варианта на IBM-482 составляет порядка 1 мин.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Schmitt G. F. (Jr.)** Current investigation in rain erosion by the U.S. air force: Prepr. N. Y.: S. n., 1966.
2. **Fyall A. A., King R. B., Strain R. N. C.** Rain erosion aspects of aircraft and guided missiles // J. Roy. Aeronaut. Soc. 1962. V. 66. P. 447–453.
3. **Сиринджер Дж.** Эрозия при взаимодействии капель жидкости. М.: Машиностроение, 1981.
4. **Madejski J.** Solidification of droplets on a cold surface // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1976. V. 19. P. 1009–1013.
5. **Гасин Д. А., Урюков Б. А.** Динамика взаимодействия жидкой частицы с поверхностью // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук. 1986. Вып. 2, № 16. С. 95–100.
6. **Жуков М. Ф., Солоненко О. П.** Высокотемпературные запыленные струи в процессах обработки порошковых материалов. Новосибирск: Ин-т теплофизики СО АН СССР, 1990.
7. **Asai A., Makoto S., Hirasawa S., Okasaki T.** Impact of an the drop on paper // J. Image Sci. Technol. 1993. V. 37. P. 205.
8. **Zhao Z., Poulikakos D., Fukai J.** Heat transfer and fluid mechanics during the collision a liquid droplet on a substrate. 1. Modeling // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1996. V. 39. P. 2771–2789.
9. **Waldvogel J. M., Poulikakos D.** Solidification phenomene in picoliter sire solder droplet deposition on a composite substrate // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1997. V. 40. P. 295–309.
10. **Xiong B., Megaridis C. M., Poulikakos D., et al.** An investigation of key factors affecting solder microdroplet deposition // J. Heat Transfer. 1998. V. 120. P. 259–269.
11. **Предтеченский М. Р., Черепанов А. Н., Попов В. Н., Варламов Ю. Д.** Исследование динамики соударения и кристаллизации жидкометаллической капли с многослойной подложкой // ПМТФ. 2002. Т. 43, № 1. С. 112–123.
12. **Schiafino S., Sonin A. A.** Molten droplet deposition and solidification at law Weber number // Phys. Fluids. 1997. V. 9, N 11. P. 3172–3187.
13. **Pasandideh-Fard M., Qiao J. M., Chandra S., et al.** Capillary effects during droplet impact on a solid surface // Phys. Fluids. 1996. V. 8, N 3. P. 650–659.
14. **Fukai J., Shiiba Y., Yamamoto T., et al.** Wetting effects on the spreading of a liquid droplet colling with a flecs surface: Experiment and modelling // Phys. Fluids. 1995. V. 7, N 2. P. 236–247.

*Поступила в редакцию 4/IX 2002 г.,
в окончательном варианте — 24/III 2003 г.*