

ГОРНАЯ ТЕПЛОФИЗИКА

УДК 622.272:516.02

ГОРЕНИЕ МЕЛКОДИСПЕРСНЫХ ПЫЛЕГАЗОВОЗДУШНЫХ СМЕСЕЙ В АТМОСФЕРЕ ГОРНЫХ ВЫРАБОТОК

**С. В. Черданцев, Ли Хи Ун, Ю. М. Филатов, Д. В. Ботвенко,
П. А. Шлапаков, В. В. Колыхалов**

*АО “Научный центр ВостНИИ по безопасности работ в горной промышленности”,
E-mail: svch01@yandex.ru, ул. Институтская, 3, 650002, г. Кемерово, Россия*

Рассмотрен стационарный процесс горения мелкодисперсных пылегазовоздушных смесей в условиях горных выработок. В предположении того, что единственным источником тепловыделения является реакция окисления углерода, для определения температуры получено нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка, сформулированы начальные условия. Анализ решения показал, что существуют критические значения скорости движения пылегазовоздушной смеси, при превышении которых возможно ее горение. Установлены зависимости, связывающие координату сечения выработки с температурой, достигаемой в этом сечении.

Горные выработки, мелкодисперсные пылегазовоздушные смеси, уравнение теплопроводности, зона горения, конвекция, закон Аррениуса, кинетическая область, собственные значения и собственные функции

DOI: 10.15372/FTPRPI20180219

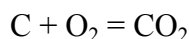
При работе очистных и проходческих комбайнов, бурильных установок и другого шахтного оборудования неизбежно появление угольной пыли, которая в газозвушной атмосфере очистных и подготовительных выработок образует пылегазовоздушные смеси (ПГВС). Пылегазовоздушные смеси способны к химическим реакциям, которые могут проявляться по-разному. При наличии источников зажигания, обусловленных трением работающих частей механизмов или взаимодействием режущих органов горных машин и инструментов, такие смеси склонны к горению, которое при определенных условиях способно приобрести детонационный характер, но может, наоборот, быстро прекратиться.

Процессы воспламенения, горения и детонации достаточно хорошо изучены, а библиография по этой тематике весьма обширна. Так, публикации отечественных [1–4] и зарубежных авторов [5–7] посвящены преимущественно сжиганию углеродсодержащих веществ в специальных энергетических агрегатах и установках с целью получения тепловой энергии и ее дальнейшего преобразования. Особенности горения ПГВС в условиях горных выработок на угольных шахтах менее изучены. Однако в последние годы число работ, посвященных проблемам горения ПГВС, заметно выросло [8–13].

Так, в [8] обсуждается математическая модель распространения ламинарного пламени в газозвеси частиц твердых топлив, сгорающих в диффузионной области, а в работе [9] рассмотрены процессы воспламенения частиц угольной пыли с учетом реакции пиролиза, горения летучих веществ и коксового остатка. В [10] рассмотрена задача о самовоспламенении двухкомпонентной газозвеси и получены приближенные аналитические зависимости для периода индукции самовоспламенения. В [11] сопоставлены расчетные и экспериментальные данные параметров горения и детонации различных смесей, характерных для аварийных взрывов в шахтах в широком диапазоне изменения концентрации горючей смеси и их стехиометрического соотношения. Результаты, полученные в [12], позволяют дать рекомендации по применению инертных газов в борьбе с подземными пожарами и оценить уровень температур в очаговых зонах горения угольных пластов. Теоретическое описание взаимодействия между геомеханическими и физико-химическими процессами в многофазных угольных пластах при их разработке приведено в [13]. В [14] краевая задача о тепловом поле в двумерной области сведена к задаче Коши, решение которой найдено для круга, полуплоскости и других областей, отображаемых на круг.

Задачу о горении ПГВС будем изучать в рамках следующих допущений.

1. Исследуются мелкодисперсные угольные частицы, размеры которых не превышают 10^{-5} м.
2. Размеры области, представляющей собой горную выработку, занятую ПГВС, гораздо больше расстояний между частицами, поэтому ПГВС рассматривается как однородная среда.
3. Считается, что единственным источником теплоты в процессе горения ПГВС является химическая реакция окисления углерода



без учета промежуточных стадий.

4. Теплообмен внутри области горения осуществляется только за счет теплопроводности и конвекции, без учета лучистого теплообмена.

ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О СТАЦИОНАРНОМ ГОРЕНИИ МЕЛКОДИСПЕРСНЫХ ПЫЛЕГАЗОВОЗДУШНЫХ СМЕСЕЙ

Протекание химических реакций окисления углеродсодержащих веществ сопровождается выделением тепла и теплообменом с окружающей средой внутри реакционной области и описывается уравнением теплопроводности [15]:

$$c_p \rho \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \nabla^2 T - c_p \rho \mathbf{v} \cdot \nabla T + q, \quad (1)$$

где c_p , ρ — соответственно удельная теплоемкость газа в изобарном процессе и его плотность; λ — коэффициент теплопроводности газа, который будем полагать постоянной величиной; t — время; \mathbf{v} — вектор скорости движущейся ПГВС; ∇ , ∇^2 — соответственно операторы Гамильтона и Лапласа:

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k}, \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2},$$

\mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k} — единичные векторы, характеризующие направление декартовых координат x , y , z .

Величина q является удельной скоростью горения [1, 2]:

$$q = Q \frac{k\beta}{k + \beta} c, \quad (2)$$

здесь Q — теплота сгорания угля; β — коэффициент массообмена; c — концентрация реагирующего газа; k — константа скорости реакции, зависимость которой от абсолютной температуры T выражается законом Аррениуса:

$$k = k_0 e^{-E/RT}, \quad (3)$$

где $R = 8.314$ Дж/(моль·К) — газовая постоянная; E — энергия активации, которой должна обладать молекула, чтобы прореагировать; k_0 — предэкспоненциальный множитель.

Согласно (2), скорость процесса горения зависит от протекания двух стадий: кинетической, характеризуемой коэффициентом k , и диффузионной, реализуемой коэффициентом β . Известно, что скорость всего процесса определяется самой медленной его стадией [1–7]. Если скорость химического взаимодействия молекул значительно больше скорости диффузии ($k \gg \beta$), то процесс протекает в диффузионной области и, наоборот, при медленном химическом взаимодействии, но быстрой диффузии ($k \ll \beta$) реакция протекает в кинетической области. Если β и k приблизительно равны, то процесс горения осуществляется в переходной области.

Рассмотрим задачу о горении мелкодисперсной пылегазовоздушной смеси, движущейся в воздушном потоке горной выработки. Поскольку размеры поперечного сечения выработки малы по сравнению с ее длиной, а воздушный поток ламинарный, область горения будем считать одномерной областью, характеризуемой координатой x , совпадающей с осью выработки. Процесс горения достаточно быстро стабилизируется, поэтому поля концентраций и температур перемещаются с постоянной скоростью и не зависят от времени, в связи с чем процесс можно считать стационарным [1–3].

Тогда формула (2) существенно упрощается:

$$q = Q \frac{k\beta}{\beta \left(\frac{k}{\beta} + 1 \right)} c = Qkc,$$

а уравнение (1) приобретает вид

$$\lambda \frac{d^2 T}{dx^2} - c_p \rho v \frac{dT}{dx} + Qkc = 0, \quad (4)$$

где v — модуль вектора скорости \mathbf{v} .

Разделим уравнение (4) на $c_p \rho$ и учтем, что величина $Qc/(c_p \rho)$ представляет собой максимальный теоретический разогрев ПГВС, который реализуется при адиабатическом протекании реакции начиная с температуры T_0 до максимальной температуры T_{\max} [1, 2]. Пренебрегая разницей между теплоемкостями исходных веществ и продуктов реакции, имеем

$$T_{\max} - T_0 = \frac{Qc}{c_p \rho}. \quad (5)$$

Общую скорость реакции W можно определить двояко [1, 2]. С одной стороны, $W = kc$, а с другой — $W = c/t_r$, где t_r — время химической реакции. Отсюда

$$k = \frac{1}{t_r}. \quad (6)$$

Подставляя формулы (5) и (6) в уравнение (4), находим

$$\frac{d^2 T}{dx^2} - \frac{v}{a} \frac{dT}{dx} + \frac{T_{\max} - T_0}{t_r a} = 0, \quad (7)$$

где $a = \lambda/(c_p \rho)$ — коэффициент температуропроводности.

Далее перейдем к безразмерной температуре \bar{T} :

$$\bar{T} = \frac{T - T_0}{T_{\max} - T_0}, \quad (8)$$

принадлежащей отрезку [0; 1].

Из (8) вытекают соотношения

$$T = T_0 + (T_{\max} - T_0)\bar{T}, \quad \frac{dT}{dx} = (T_{\max} - T_0)\frac{d\bar{T}}{dx}, \quad \frac{d^2T}{dx^2} = (T_{\max} - T_0)\frac{d^2\bar{T}}{dx^2}, \quad (9)$$

в силу которых уравнение (7) приводится к виду

$$\frac{d^2\bar{T}}{dx^2} - \frac{v}{a} \frac{d\bar{T}}{dx} + \frac{1}{at_r} = 0. \quad (10)$$

Из формул (6) и (3) найдем время протекания реакции

$$t_r = \frac{1}{k_0} e^{E/RT}, \quad (11)$$

откуда следует, что ввиду наличия множителя $e^{E/RT}$ химическая реакция происходит при любой температуре и ее скорость $W = c/t_r$ никогда не будет равна нулю. Следовательно, начальное состояние нельзя считать стационарным, а уравнение (10) становится неправомерным.

Чтобы исключить это противоречие, воспользуемся рекомендациями работы [1], в соответствии с которыми показатель степени в законе Аррениуса (3) преобразован к виду

$$\frac{E}{RT} = \frac{E}{RT_0} - \frac{E}{RT_0^2} \Delta T.$$

Тогда формулу (11) перепишем следующим образом:

$$t_r = \frac{1}{k_0} e^{E/RT_0} \cdot e^{-\theta}, \quad (12)$$

где величина θ представляет собой еще одну безразмерную температуру:

$$\theta = \frac{E}{RT_0^2} \Delta T = \frac{E}{RT_0^2} (T - T_0). \quad (13)$$

Заменив далее в формулах (12) и (13) T_0 на T_{\max} , получим

$$t_r = t_{\max} \cdot e^{\theta_{\max}(1-\bar{T})}, \quad (14)$$

с учетом которой уравнение (10) приобретает вид

$$\frac{d^2\bar{T}}{dx^2} - \omega \frac{d\bar{T}}{dx} + \frac{e^{-\theta_{\max}(1-\bar{T})}}{at_{\max}} = 0, \quad (15)$$

здесь

$$\omega = \frac{v}{a}, \quad t_{\max} = \frac{1}{k_0} e^{E/RT_{\max}}, \quad \theta_{\max} = \frac{E(T_{\max} - T_0)}{RT_{\max}^2}. \quad (16)$$

Для уравнения (15) сформулируем задачу Коши:

$$\bar{T}|_{x=0} = 0, \quad \left. \frac{d\bar{T}}{dx} \right|_{x=0} = \bar{T}'_0. \quad (17)$$

Второе условие (17) содержит неизвестную постоянную \bar{T}'_0 , представляющую собой производную от безразмерной температуры в начале координат.

В этой связи поступим следующим образом. Поскольку уравнение (15) в явном виде не содержит независимую переменную x , с помощью подстановки

$$\frac{d\bar{T}}{dx} = \zeta(\bar{T}) \quad (18)$$

и соотношения

$$\frac{d^2\bar{T}}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{d\bar{T}}{dx} \right) = \frac{d}{d\bar{T}} \left(\frac{d\bar{T}}{dx} \right) \frac{d\bar{T}}{dx} = \frac{d\zeta(\bar{T})}{d\bar{T}} \frac{d\bar{T}}{dx} = \frac{d\zeta(\bar{T})}{d\bar{T}} \zeta(\bar{T})$$

можно привести уравнение (15) к уравнению первого порядка

$$\zeta(\bar{T}) \frac{d\zeta(\bar{T})}{d\bar{T}} - \omega \zeta(\bar{T}) + F(\bar{T}) = 0, \quad (19)$$

где

$$F(\bar{T}) = \frac{e^{-\theta_{\max}(1-\bar{T})}}{at_{\max}}. \quad (20)$$

Следовательно, уравнение второго порядка (15) распадается на систему двух уравнений первого порядка (18) и (19), для которых может быть сформулирована только задача Коши, поскольку для уравнения первого порядка нужно указать лишь одно условие.

Для уравнения (18) имеем начальное условие

$$\bar{T}|_{x=0} = 0. \quad (21)$$

Исходя из этого, начальное условие для уравнения (19) запишем в виде

$$\zeta(\bar{T})|_{x=0} = \zeta(0). \quad (22)$$

Анализируя формулу (20), замечаем, что функция $F(0) \neq 0$, поэтому в уравнении (19) искомая функция $\zeta(0) \neq 0$. Для определения этого значения воспользуемся приемом из [1, 3], согласно которому ζ представим в виде суммы двух функций $\zeta = \zeta_1 + \zeta_2$, где каждая удовлетворяет своему уравнению:

$$\frac{d\zeta_1}{d\bar{T}} - \omega = 0, \quad \zeta_2 \frac{d\zeta_2}{d\bar{T}} = -F(\bar{T}). \quad (23)$$

Интегрируя второе уравнение (23) с учетом формулы (20)

$$\zeta_2 = \sqrt{-2 \int_0^1 \frac{e^{-\theta_{\max}(1-\bar{T})}}{t_{\max} a} d\bar{T}} \quad (24)$$

и находя интеграл в (24) только на нижней его границе, получаем граничное условие

$$\zeta(0) = \sqrt{\frac{2e^{-\theta_{\max}}}{t_{\max} \theta_{\max} a}}. \quad (25)$$

Условие (25) получено в предположении, что $\zeta_2(0) \approx \zeta(0)$.

Поскольку уравнение (19) нелинейное, найти аналитическое решение задачи Коши (19), (22) практически невозможно. Получим решение численно, применяя метод Гира [17]. При выполнении вычислительных процедур использовались данные из [18]: $\rho = 1.225 \text{ кг/м}^3$; $\lambda = 2.62 \cdot 10^{-2} \text{ Вт/(м}\cdot\text{град)}$; $c_p = 1.005 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$; $k_0 = 3.5 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$; $c = 0.23 \text{ кг/м}^3$; $Q = 27 \cdot 10^6 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$; $E = 133 \cdot 10^3 \text{ Дж/моль}$. В качестве начальной температуры принято $T_0 = 300 \text{ К}$, максимальная температура выгорания угольных частиц $T_{\max} = 2000 \text{ К}$.

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О СТАЦИОНАРНОМ ГОРЕНИИ ПЫЛЕГАЗОВОЗДУШНЫХ СМЕСЕЙ

На рис. 1 показан график искомой функции $\zeta(\bar{T})$, полученный при начальном условии $\zeta(0) = 7.77$, вычисленном по формуле (25), и при $\omega = 296 \text{ м}^{-1}$. График функции $\zeta(\bar{T})$ всюду выпуклый и имеет в точке $\bar{T} = 0.78$ максимальное значение $\zeta_{\max} = 187.86$, делящее его на два участка. На первом $[0; 0.78]$ функция $\zeta(\bar{T})$ монотонно возрастает, а на участке $[0.78; 1.0]$ — монотонно убывает. Построенный график позволил выявить второе граничное условие $\zeta(1) = 29.51$.

При заданном граничном условии $\zeta(0) = 7.77$ при $\omega < 296 \text{ м}^{-1}$, задача Коши не имеет решения. Иначе говоря, не существует функции $\zeta(\bar{T})$, описывающей процесс горения, в силу чего он невозможен. При $\omega \geq 296$ решения задачи Коши существуют, но их граничные значения $\zeta_i(1)$ будут различными. Различными будут и сами функции $\zeta_i(\bar{T})$, причем каждой из них соответствует только одно значение ω .

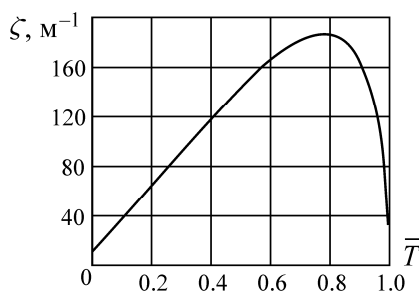


Рис. 1. График функции $\zeta(\bar{T})$, построенный по результатам решения задачи Коши методом Гира

Следовательно, любое значение ω , при котором задача Коши (19), (22) имеет решение, можно рассматривать как собственное значение, а соответствующую ему функцию $\zeta(\bar{T})$ — как собственную. Минимальное собственное значение ω_{\min} является критическим $\omega_{\text{кр}}$, поскольку при $\omega < \omega_{\text{кр}}$ задача Коши не имеет решения. Таким образом, единственность решения задачи Коши (19), (22) означает, что существует такое собственное значение $\omega \geq \omega_{\text{кр}}$ и соответствующая ему собственная функция $\zeta(\bar{T})$, которые описывают процесс горения ПГВС в воздушном потоке горной выработки единственным образом.

Учитывая, что $a = \lambda / (c_p \rho)$, а ω определяется по первой из формул (16), критическое значение скорости движения мелкодисперсной ПГВС $v_{\text{кр}} = 6.3 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}$. При $v \geq v_{\text{кр}}$ решения задачи Коши существуют и процесс горения возможен, а при $v < v_{\text{кр}}$ решений нет и горение ПГВС невозможно. С увеличением собственных значений ω увеличиваются и значения искомых функций $\zeta(\bar{T})$, особенно их граничные значения $\zeta_i(1)$ (рис. 2).

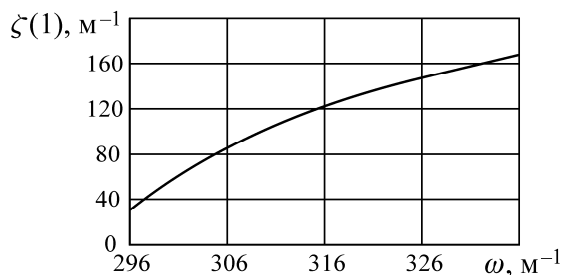


Рис. 2. Зависимость граничных значений функции $\zeta(1)$ от собственных значений задачи Коши

Для решения дифференциального уравнения (15) необходимо знать аналитическое выражение функции $\zeta(\bar{T})$, поэтому проведена аппроксимация численных значений этой функции полиномом шестой степени:

$$\zeta(\bar{T}) = -6345.3\bar{T}^6 + 15256.84\bar{T}^5 - 14118.2\bar{T}^4 + 6064.05\bar{T}^3 - 1199.93\bar{T}^2 + 364.27\bar{T} + 7.77, \quad (26)$$

график которого совпадает с графиком рис. 1.

Разделив переменные в уравнении (18) и проинтегрировав его при переменных верхних пределах

$$\int_{\bar{T}=0}^{\bar{T}} \frac{d\bar{T}}{\zeta(\bar{T})} = \int_0^{\bar{x}} dx, \quad (27)$$

получаем равенство

$$\Psi(\bar{T}) - \Psi(0) = \bar{x}, \quad (28)$$

где \bar{x} — координата зоны горения, в которой температура ПГВС составляет \bar{T} .

Интеграл $\Psi(\bar{T}) = \int d\bar{T} / \zeta(\bar{T})$ при условии, что функция $\zeta(\bar{T})$ задана полиномом (27), найден в замкнутом виде, но из-за громоздкости выражений приведем только его график (рис. 3), представляющий собой выпуклую кривую на отрезке $[0; 0.8]$ и вогнутую — на отрезке $[0.8; 1.0]$.

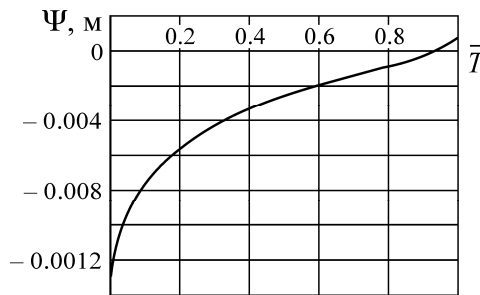


Рис. 3. График функции $\Psi(\bar{T})$

Умножая уравнение (28) на $m = T_{\max} - T_0$:

$$[\Psi(\bar{T}) - \Psi(0)]m = \bar{x}m \quad (29)$$

и учитывая, что в силу формулы (8) имеют место следующие соотношения:

$$\tilde{T} = \bar{T}m, \quad \Psi(\bar{T})m = \Psi(\tilde{T}), \quad \bar{x}m = x, \quad (30)$$

приведем его к виду

$$\Psi(\tilde{T}) - \Psi(0)m = x, \quad (31)$$

где \tilde{T} вычисляется по формуле $\tilde{T} = T - T_0$.

Отсюда вытекает, что, располагая графиком на рис. 3 и уравнениями (28), (31), можно определить температуру мелкодисперсной ПГВС в любом сечении x или установить координату x , в которой температура достигла заданного значения.

Пусть требуется найти координату x сечения выработки, температура в котором достигла $T = 500$ К. По формуле (8) имеем $\bar{T} = 0.1176$. Из графика на рис. 3 определяем значение функции $\Psi(\bar{T}) = -0.0072$ м и вычисляем

$$\Psi(\tilde{T}) = \Psi(\bar{T})m = -0.0072 \cdot 1700 = -12.24 \text{ м}, \quad \Psi(0)m = -0.0127 \cdot 1700 = -21.63 \text{ м}.$$

Подставляя эти значения в уравнение (31), получаем координату

$$x = -12.24 - (-21.63) = 9.39 \text{ м}$$

того сечения выработки, в котором температура ПГВС достигнет 500 К.

Определим температуру ПГВС в сечении выработки, отстоящем на расстоянии $x = 14$ м от начала входа в зону горения. Находим

$$\bar{x} = x/m = 14/1700 = 0.0082 \text{ м},$$

затем из уравнения (28)

$$\Psi(\bar{T}) = \bar{x} + \Psi(0) = 0.0082 - 0.0127 = -0.0045 \text{ м}.$$

Из графика на рис. 3 получим значение $\bar{T} = 0.279$, а из первой формулы (30)

$$\tilde{T} = 0.279 \cdot 1700 = 474.64 \text{ К}.$$

Учитывая, что $\tilde{T} = T - T_0$, определяем искомую температуру

$$T = \tilde{T} + T_0 = 474.64 + 300 = 774.64 \text{ К}.$$

Далее можно определить длину зоны горения. Для этого учтем, что при $T = T_{\max}$ безразмерная температура $\bar{T} = 1$, а $x = L$. Используя уравнение (28) и график на рис. 3, находим

$$\bar{x} = \Psi(\bar{T}) - \Psi(0) = 0.0009 - (-0.0127) = 0.0136 \text{ м}.$$

Подставляя полученное значение в третью формулу (30), вычисляем длину зоны горения

$$L = \bar{x}m = 0.0136 \cdot 1700 = 23.18 \text{ м}.$$

ВЫВОДЫ

Получено нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка для определения температуры мелкодисперсных смесей при их горении в атмосфере горных выработок.

Установлено, что существуют критические значения отношения скорости движения пылегазовоздушных смесей к теплопроводности атмосферы выработок, ниже которых процесс горения невозможен.

Выявлено, что критическая скорость движения мелкодисперсных смесей мала и составляет порядка $6 \cdot 10^{-3}$ м/с. Это объясняет безуспешность попыток получить в экспериментах горение мелкодисперсных смесей при малых скоростях.

Разработан алгоритм, позволяющий определить температуру воздушной смеси в любом сечении зоны горения, а также вычислить длину зоны горения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Франк-Каменецкий Д. А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. — М.: Наука, 1987. — 502 с.
2. Канторович Б. В. Основы теории горения и газификации твердого топлива. — М.: Книга по требованию, 2013. — 601 с.
3. Зельдович Я. Б., Баренблатт Г. И., Либрович В. Б., Махвиладзе Г. М. Математическая теория горения и взрыва. — М.: Наука, 1980. — 478 с.
4. Смирнов Н. Н., Зверев И. Н. Гетерогенное горение. — М.: Изд-во МГУ, 1992. — 446 с.

5. Сполдинг Д. Б. Горение и массообмен: пер. с англ. — М.: Машиностроение, 1985. — 240 с.
6. Ju Y. G., Maruta K. Microscale combustion: Technology development and fundamental research, Progress in Energy and Combustion Science, 2011, Vol. 37, No. 6. — P. 669–715.
7. Bekdemir C., Somers B., de Goey P. DNS with detailed and tabulated chemistry of engine relevant igniting systems, Combustion and Flame, 2014, Vol. 161, No. 1. — P. 210–221.
8. Сидоров А. Е., Шевчук В. Г., Кондратьев Е. Н. Кондуктивно-радиационная модель ламинарного пламени в пылях // Физика горения и взрыва. — 2013. — № 3. — С. 3–10.
9. Федоров А. В. Воспламенение газозвесей в режиме взаимодействующих континуумов // Физика горения и взрыва. — 1998. — № 4. — С. 57–64.
10. Крайнов А. Ю. О самовоспламенении двухкомпонентной газозвесей // Физика горения и взрыва. — 1999. — № 5. — С. 6–13.
11. Васильев А. А., Васильев В. А. Расчетные и экспериментальные параметры горения и детонации смесей на основе метана и угольной пыли // Вестн. Науч. центра по безопасности работ в угольной пром-сти. — 2016. — № 2. — С. 8–39.
12. Опарин В. Н., Киряева Т. А., Гаврилов В. Ю., Танашев Ю. Ю., Болотов В. А. К проблеме возникновения очаговых зон подземных пожаров // ФТПРПИ. — 2016. — № 3. — С. 155–175.
13. Опарин В. Н. К теоретическим основам описания взаимодействия геомеханических и физико-химических процессов в угольных пластах // ФТПРПИ. — 2017. — № 2. — С. 3–19.
14. Чанышев А. И. Об одном методе определения теплового состояния среды // ФТПРПИ. — 2012. — № 4. — С. 83–93.
15. Лыков А. В. Тепломассообмен. — М.: Энергия, 1978. — 480 с.
16. Понтрягин Л. С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. — М.: Наука, 1974. — 331 с.
17. Самарский А. А., Гулин А. В. Численные методы. — М.: Наука, 1989. — 432 с.
18. Линденау Н. И., Маевская В. М., Вахрушева Е. С. и др. Каталог углей СССР, склонных к самовозгоранию. — М.: Недра, 1982. — 416 с.

Поступила в редакцию 15/V 2017