

уравнений, полученных из решения уравнений кинетики, которые описывают принятую выше схему распада ПХА:

$$\begin{aligned} d\alpha/dt &= \beta k_1 z + k_1 k_2 (1 - \beta) / (k_2 - k_1) \cdot z (1 - z^{k_2/k_1 - 1}); \\ \alpha &= - (k_2 - k_1 \beta) / (k_2 - k_1) \cdot (z - 1) + k_1 (1 - \beta) / (k_2 - k_1) \cdot z^{k_2/k_1 - 1}; \\ z &= (A) / (A_0), \end{aligned}$$

где A — концентрация исходного продукта, а A_0 — начальная концентрация. Таким образом, принятая схема находится в соответствии с наблюдаемыми экспериментальными данными. Заметим, что при изучении кинетики разложения ПХА необходимо доказать, что материал тигля не оказывает каталитического влияния на разложение ПХА. Настоящие опыты, например, показали, что скорость разложения ПХА в тиглях из дюралюминия при 400°C в 20 раз превышает скорость разложения ПХА, находящегося внутри конвертов из станиолиевой фольги.

Институт катализа
СО АН СССР, Новосибирск

Поступила в редакцию
10/IX 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Б. Манелис, А. В. Прошин и др. ФГВ, 1968, 4, 3.
2. Е. П. Гончаров, А. Г. Мержанов, А. С. Штейнберг. — В сб.: Труды 3-го Всесоюзного симпозиума по горению и взрыву. М., «Наука», 1973.
3. А. Г. Мержанов, А. С. Штейнберг, Е. П. Гончаров. ФГВ, 1973, 9, 2.
4. О. П. Коробейничев, Г. И. Анисифоров. V Всесоюзное совещание по термическому анализу. Тез. докл. М., «Наука», 1973.
5. О. П. Коробейничев, Г. И. Анисифоров, А. В. Шкарин. ФГВ, 1973, 9, 1.
6. О. Р. Коробейничев, Г. И. Анисифоров, А. Г. Терещенко. AIAA J., 1975, 5, 628.

О ТОЧНОМ УЧЕТЕ ДИФФУЗИИ ПРИ ТЕЧЕНИИ ВЯЗКОГО МНОГОКОМПОНЕНТНОГО ГАЗА

И. Г. Друкер, Л. Я. Треер

При гиперзвуковых скоростях полета в атмосфере Земли и других планет из-за высоких температур, возникающих в местах торможения газа, последний благодаря физико-химическим реакциям типа диссоциации, ионизации, образования радикалов, а также химическому взаимодействию его компонент с материалом поверхности обтекаемых тел или с вдуваемым для охлаждения веществом становится многокомпонентным. В различных случаях число компонент может быть достаточно большим [1, 2]. При этом в областях течения, где существенно влияние вязких эффектов (к таким в первую очередь относится пограничный слой), становится важным явление многокомпонентной диффузии, которая во многом определяет перенос массы и энергии.

В систему уравнений, описывающих течение вязкого многокомпонентного газа, в частности, в систему уравнений пограничного слоя, входят соотношения, связывающие диффузионные потоки с концентрациями компонент [3]

$$\Phi_\alpha = (l/\text{Pr } M^2) \sum_{\beta=1}^n M_\beta L_{\alpha\beta} x_{\beta\lambda} \quad (\alpha = 1, \dots, n), \quad (1)$$

где Φ_α — поток компоненты α ; $l = \rho\eta/\rho_\infty\eta_\infty$; M — молекулярный вес сме-

си; M_β — молекулярный вес β -й компоненты; $L_{\alpha\beta}$ — обобщенные числа Льюиса; $x_{\beta\lambda}$ — производная по нормали концентрация β -й компоненты (λ — переменная Дородницына — Лиза); P_r — число Прандтля; μ — число компонент.

Полная система уравнений пограничного слоя нелинейна; для ее решения часто используются итерационные методы, например, Ньютона. В случае бинарной смеси линейризованная система на каждой итерации может быть решена прогонкой. Если же число компонент в газе больше двух, то, как следует из (1), обычная прогонка становится неприемлемой, поскольку диффузионный поток для определенной компоненты зависит от концентраций и производных концентраций всех остальных компонент. В этом случае можно применить матричную прогонку, что потребует больших затрат машинного времени, которое быстро возрастает с увеличением числа компонент. Авторы некоторых работ либо используют различные приемы для приведения системы уравнений к «бинарному» виду, вводя «эффективные» коэффициенты диффузии [4], либо принимают приближенные соотношения для диффузионных потоков [5].

В настоящей работе описан метод, позволяющий и для случая многокомпонентной диффузии применить обычную прогонку. В качестве иллюстрации приведены некоторые результаты расчетов.

Используя условие $\sum_{\beta=1}^{\mu} x_\beta = 1$, или $\sum_{\beta=1}^{\mu} x_{\beta\lambda} = 0$, соотношение (1) можно представить в виде

$$\Phi_\alpha = A_\alpha x_{\alpha\lambda} + B_\alpha \quad (\alpha = 1, 2, \dots, \mu), \quad (2)$$

$$\text{где } A_\alpha = -\frac{l}{P_r M^2} \sum_{\beta=1}^{\mu} \frac{M_\beta L_{\alpha\beta}}{\mu - 1}; \quad B_\alpha = \frac{l}{P_r M^2} \sum_{\substack{\beta=1 \\ \beta \neq \alpha}}^{\mu} \left[M_\beta L_{\alpha\beta} - \sum_{\substack{\beta=1 \\ \beta \neq \alpha}}^{\mu} \frac{M_\beta L_{\alpha\beta}}{\mu - 1} \right] x_{\beta\lambda}.$$

Первый член в правой части (2) соответствует закону Фика для бинарной смеси, его можно назвать «главным»; второй назовем «поправочным», его величина по-прежнему зависит от концентрации других компонент. При численном решении системы уравнений член B_α рассчитывается по предыдущей итерации (на первой итерации — по начальным профилям) и каждый раз считается известным. То же относится к молекулярному весу смеси M и переносным свойствам (P_r и $L_{\alpha\beta}$). Таким образом, вся правая часть (2) является линейной по x и зависит от одной концентрации, что дает возможность применить обычную прогонку.

Из общих соображений понятно, что предложенный метод будет работать тем лучше, чем меньше различие в коэффициентах диффузии отдельных компонент, т. е. когда B_α будет действительно малым по сравнению с первым членом справа. Если же коэффициенты диффузии различаются сильно, то необходимо, возможно, точнее «угадать» начальные профили концентраций. В противном случае счет, как показывает численный эксперимент, может стать неустойчивым, так как большая ошибка в задании профилей концентраций и их производных приводит к возрастанию поправочного члена, в особенности вблизи поверхности обтекаемого тела. Для того чтобы обойти указанную трудность, предлагается использовать модификацию итерационного процесса, заключающуюся в применении двойных итераций: «внешних» и «внутренних».

Вначале по заданным профилям подсчитываются члены B_α , затем система уравнений, как и прежде, решается методом итераций, пока не достигается сходимость. После этого вновь подсчитываются B_α и процесс повторяется. Счет продолжается до тех пор, пока искомые профи-

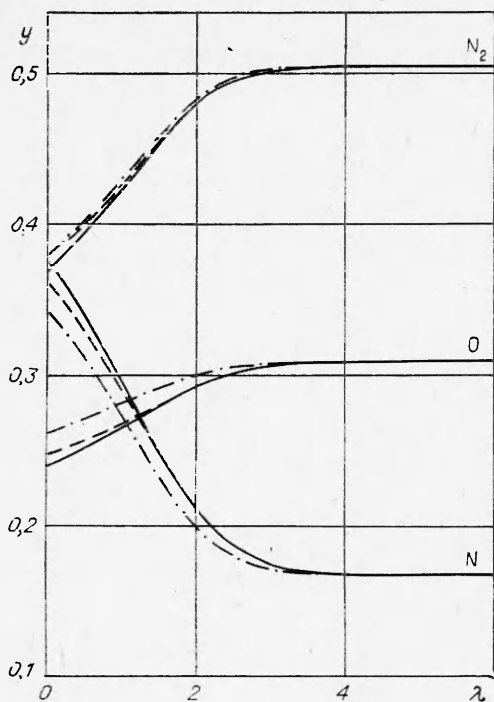


Рис. 1.

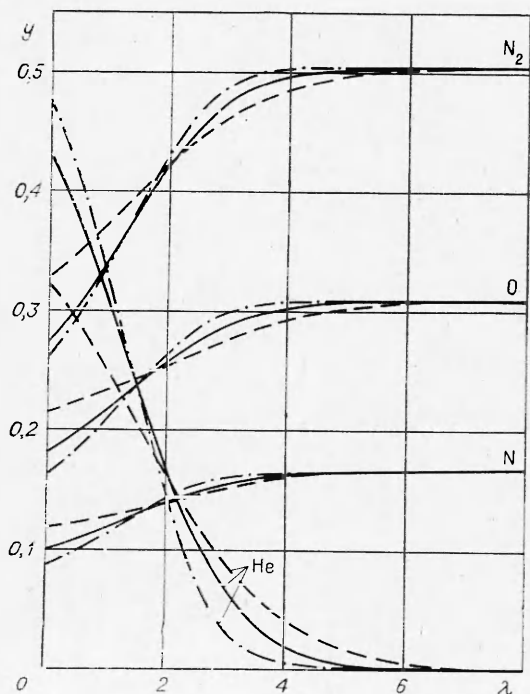


Рис. 2.

ли концентраций, температуры и функции тока, соответствующие двум последовательным наборам значений B_a , не совпадут с требуемой точностью.

Итерации, обеспечивающие сходимость при фиксированных B_a , названы «внутренними», итерации, приводящие к сходимости по B_a — «внешними». Как показывает численный эксперимент, по мере приближения к точному решению число внутренних итераций быстро уменьшается, так что их суммарное количество возрастает не сильно.

Легко также видеть, что при использовании данного метода общее время счета примерно пропорционально числу компонент, т. е. числу уравнений в системе, а при матричной прогонке это время пропорционально числу компонент в квадрате.

Численные расчеты проводились для уравнений ламинарного пограничного слоя диссоциированного воздуха в окрестности критической точки затупленного тела с радиусом кривизны 1 м, при температуре торможения 6000 К и давлении 1 ат. На поверхности предполагалось наличие вдува охлаждающего газа. Чтобы оценить возможности метода, вдув варьировался по виду вдуваемого газа. Считалось, что воздух состоит из пяти компонент O, O₂, N, N₂, NO. По переносным свойствам и молекулярному весу их можно разделить на две группы, так что смесь будет квазибинарной.

На рис. 1, 2 приведены результаты (сплошные линии) расчетов для двух случаев: в первом вдувался азот (рис. 1), во втором вдуваемый газ — гелий, по свойствам сильно отличающийся от всех компонен-

тов воздуха (рис. 2). Хотя начальные профили компонент существенно разнятся от конечных, счет во всех случаях проходил устойчиво.

Представляет интерес провести сравнение полученных результатов с часто используемым приближением, когда диффузионные потоки

рассчитываются по известным формулам Уилке

$$\Phi_{\alpha} = A_{\alpha} c_{\alpha}, \quad (3)$$

где $A_{\alpha} = - \frac{l}{P_{\Gamma}} \frac{(1-x_{\alpha})}{\sum_{\beta \neq \alpha} \frac{x_{\beta}}{L_{\alpha\beta}}}$; c_{α} — массовая концентрация; $L_{\alpha\beta}$ — числа

Льюиса для бинарной смеси.

Из тех же графиков видно, что приближенные результаты (штриховые линии) отличаются от точных, причем относительное отличие в локальных концентрациях может достигать 20—30%.

Штрихпунктирные кривые на рис. 1, 2 получены в предположении, что все $B_{\alpha} \equiv 0$, т. е.

$$\Phi_{\alpha} = A_{\alpha} x_{\alpha}, \quad (4)$$

что заведомо неверно, но аналогично формулам Уилке. Это тоже позволяет обойтись одними внутренними итерациями. Сравнение, когда вдувается азот, показывает, что эти кривые ближе к точным, чем с использованием соотношений Уилке, а при вдуве гелия, напротив, лучшее совпадение с точным решением получается в первом случае.

Поскольку оба последних подхода неточны, заранее трудно сказать, какую ошибку (и в какую сторону) они дадут. Для грубых расчетов можно использовать любой из них. Однако, как показано выше, получение точного решения, кроме некоторого увеличения машинного времени, тоже не связано с какими-либо дополнительными вычислительными трудностями.

*Институт теоретической
и прикладной механики
СО АН СССР, Новосибирск*

*Поступила в редакцию
16/VI 1975*

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. А. Тирский. Космические исследования, 1964, 4.
2. F. G. Vlotinger. AIAA J., 1970, 8, 2.
3. Д. Гиршфельдер, Ч. Кертисс, Р. Берд. Молекулярная теория газов и жидкостей. М., 1961.
4. Г. А. Тирский. ПММ, 1969, 33, 1.
5. Н. А. Анфимов и др. ИФЗ, 1972, 22, 5.

О СКОРОСТИ ГОРЕНИЯ ГЕТЕРОГЕННЫХ КОНДЕНСИРОВАННЫХ СИСТЕМ С ЧАСТИЦАМИ КРУПНОГО РАЗМЕРА

Э. И. Максимов

В данной работе рассматриваются закономерности горения двухкомпонентных смесей типа дымного пороха, состоящих из газифицирующегося окислителя (KNO_3 , $KClO_4$, NH_4ClO_4 и т. п.) и частиц тугоплавкого горючего (вольфрам, графит и т. п.), не образующих при горении пленки конденсированных продуктов. Предполагается, что ведущая горение реакция имеет место в дисперсной зоне, состоящей из частиц горючего и газообразного окислителя [1]. Если предполагать, что можно провести усреднение, то система уравнений, описывающая горение таких смесей для монодисперсных частиц, будет следующей: