



**ОТЫСКАНИЕ ЗАПРЕДЕЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ МАССИВА ПОРОД
ВБЛИЗИ КОНТУРА ВЫРАБОТКИ**

А. И. Чанышев^{1,2}, И. М. Абдулин¹, О. Е. Белоусова¹, О. А. Лукьяшко¹

¹*Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН, E-mail: a.i.chanyshev@gmail.com,
Красный проспект 54, г. Новосибирск 630091, Россия*

²*Новосибирский государственный университет экономики и управления,
ул. Каменская 56, г. Новосибирск 630099, Россия*

Ставится задача определения состояния массива пород вокруг выработки по данным одновременного измерения на ее контуре вектора напряжений Коши и вектора перемещений (задача Коши). Рассматривается запредельное деформирование. Полученное решение позволяет дать оценку оставшегося резерва прочности материала как на самом контуре выработки, так и вблизи его.

Разрушение, вектор напряжений, вектор перемещений, задача Коши

FINDING AN OVERLIMITING STATE OF THE ROCK MASS NEAR THE MINE BOUNDARY

A. I. Chanyshev^{1,2}, I. M. Abdulin¹, O. E. Belousova¹, O. A. Lukyashko¹

¹*Chinakal Institute of Mining, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences,
E-mail: a.i.chanyshev@gmail.com, Krasny pr. 54, Novosibirsk 630091, Russia*

²*Novosibirsk State University of Economics and Management,
ul. Kamenskaya 52, Novosibirsk 630099, Russia*

The problem is to determine the state of the rock mass around the mine according to the data of simultaneous measurement of Cauchy stress vector and displacement vector (Cauchy problem) on its boundary. The overlimiting deformation is taken into consideration. The obtained solution allows estimating the remaining reserve of material strength both on the mine boundary and near it.

Failure, stress vector, displacement vector, Cauchy problem

При разработке полезных ископаемых открытым или шахтным способами актуальными являются вопросы о состоянии массива пород вблизи контуров выработок. Эта информация необходима для предотвращения обвалов, горных ударов, внезапных выбросов газа и углей. Традиционно ее получают из решения краевых задач, известных как 1-я, 2-я, 3-я краевые задачи механики деформируемого твердого тела [1–3]. При решении этих краевых классических задач требуется знать не только всю геометрию расчетной области, но и условия нагружения массива пород на “бесконечности”. И то, и другое не всегда достижимо. Вместе с тем получение информации о состоянии массива пород вблизи выработки представляется первоочередной задачей. В этой ситуации необходимое решение может быть получено с помощью задания на контуре одновременно и вектора напряжений Коши, и вектора перемещений. Приведем решение этой задачи для случая, когда массив пород вблизи контура выработки находится в состоя-

нии разрушения — на запредельной стадии деформирования. Если напряжение выражает собой сопротивление материала деформированию, то на этой стадии происходит падение сопротивления материала деформированию с ростом деформаций, т. е. наступает то, что называется разрушением. Предлагаемая постановка задачи может показаться невыполнимой. Однако достаточно вспомнить простейшую ситуацию, когда имеется поверхность Земли, свободная от напряжений (вектор Коши равен нулевому вектору), с другой стороны, есть 3D-измерения смещений поверхности Земли, производимые со спутников (заданный вектор перемещений точек Земли). Аналогичная картина наблюдается и в шахтных условиях, когда есть контур выработки, свободный от напряжений, есть смещения. Поэтому данная постановка задачи вполне реалистична.

Рассматривается трехмерное тело с границей S . Пусть на этой границе в какой-то точке M_0 заданы одновременно и вектор напряжения Коши \vec{p}_n с координатами

$$\begin{cases} p_x^n = \sigma_x \cos(n, x) + \tau_{xy} \cos(n, y) + \tau_{xz} \cos(n, z), \\ p_y^n = \tau_{xy} \cos(n, x) + \sigma_y \cos(n, y) + \tau_{yz} \cos(n, z), \\ p_z^n = \tau_{xz} \cos(n, x) + \tau_{yz} \cos(n, y) + \sigma_z \cos(n, z) \end{cases} \quad (1)$$

и вектор перемещений \vec{u}_n с координатами

$$u_x^n, u_y^n, u_z^n, \quad (2)$$

зависящими от координат поверхности. В формулах (1) σ_{ij} — напряжения; $\cos(n, x)$, $\cos(n, y)$, $\cos(n, z)$ — координаты вектора нормали в системе координат $xOyz$. В (1), (2) заданными считаются величины p_x^n , p_y^n , p_z^n , u_x^n , u_y^n , u_z^n . Требуется по этим данным восстановить в точке M_0 весь тензор напряжений $T_\sigma = \|\sigma_{ij}\|$, весь тензор деформаций $T_\varepsilon = \|\varepsilon_{ij}\|$, компоненты вектора поворота ω_x , ω_y , ω_z , всего 15 величин.

Будем предполагать, что в этой точке M_0 происходит запредельное деформирование материала. Чтобы говорить о нем, необходимы уравнения процесса запредельного деформирования. Исходя из общепринятых позиций построения определяющих соотношений деформируемых сред, для описания напряженно-деформированного состояния тела введем в рассмотрение тензорный базис

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & T_2 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & T_3 &= \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \\ T_4 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & T_5 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & T_6 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (3)$$

Скалярное произведение двух тензоров определяется здесь как свертка $((T_\sigma, T_\varepsilon) = \sigma_{ij} \varepsilon_{ij})$ компонент одного тензора σ_{ij} на компонентах другого тензора ε_{ij} по повторяющимся индексам [4]. Согласно этому правилу координаты тензора напряжений T_σ и деформации T_ε будут равны

$$\begin{cases} S_1 = (T_\sigma, T_1) = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{\sqrt{3}}, S_2 = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{\sqrt{2}}, S_3 = \frac{2\sigma_z - \sigma_x - \sigma_y}{\sqrt{6}}, \\ S_4 = \sqrt{2}\tau_{xy}, S_5 = \sqrt{2}\tau_{xz}, S_6 = \sqrt{2}\tau_{yz}, \Omega_1 = \dots, \Omega_6 = \dots \end{cases} \quad (4)$$

Из (3), (4) следует, что тензор $S_1 T_1$ соответствует шаровому тензору нагружения. При этом во всех теориях неупругого деформирования материалов (металлов) [5, 6] считается, что $S_1 T_1 = K \Omega_1 T_1$, где K — константа. Отсюда имеем

$$\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{K}. \quad (5)$$

Применяя (5) к упругому состоянию среды, находим

$$K = E / (1 - 2\nu), \quad (6)$$

где E — модуль Юнга; ν — коэффициент Пуассона. Обозначая разность тензоров T_σ и $S_1 T_1$ как D_σ , T_ε и $\Omega_1 T_1$ как D_ε , получаем

$$D_\sigma = \sum_{i=2}^6 S_i T_i, \quad D_\varepsilon = \sum_{i=2}^6 \Omega_i T_i. \quad (7)$$

Заметим, что тензоры D_σ , D_ε имеют такой же смысл как девиаторы напряжений и деформации [7]. Определим зависимость между тензорами D_σ и D_ε в предположении, что она не зависит от изменения напряжений и деформаций вдоль орта T_1 . Если применить (7) к закону Гука с двумя константами E и ν , то для этого закона

$$D_\sigma = 2\mu D_\varepsilon, \quad (8)$$

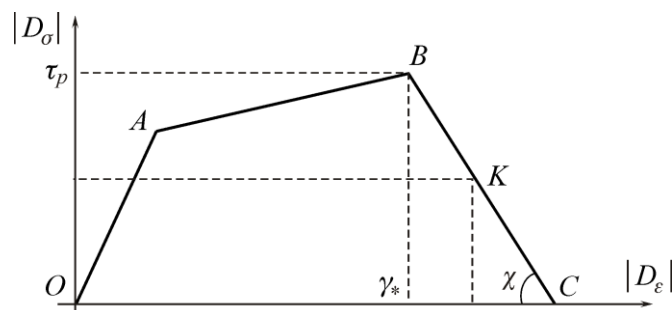
где константа $2\mu = E / (1 + \nu)$. Условие (8) означает то, что девиаторы напряжений и деформаций параллельны, причем условие параллельности означает, что координаты этих девиаторов, рассматриваемых как векторы [8], пропорциональны:

$$S_2 / \Omega_2 = S_3 / \Omega_3 = \dots = S_6 / \Omega_6. \quad (9)$$

Из (9), (8), (7) следует, что отношения (9) равны 2μ и, кроме того

$$|D_\sigma| = 2\mu |D_\varepsilon|, \quad (10)$$

где $|D_\sigma| = \sqrt{\sum_{i=2}^6 S_i^2}$, $|D_\varepsilon| = \sqrt{\sum_{i=2}^6 \Omega_i^2}$. Зависимость (10) справедлива в упругости (участок OA диаграммы изменения D_σ от D_ε на рисунке).



Диаграммы изменения длины девиатора напряжений от длины девиатора деформаций для упругости (OA), пластичности (AB), запредельного деформирования (BC)

Применим приведенные формулы (3)–(10) для построения определяющих соотношений запредельного деформирования рассматриваемой среды. Как и в упругости, будем предполагать, что в этом случае справедливо (5), (6). Кроме того, считаем справедливыми соотно-

шения (9). Отметим, что с учетом (4) соотношения (9) выражают, с одной стороны, то, что главные оси тензоров T_σ и T_ε совпадают при нагружении и, второе, то, что в главных осях параметры Лодэ–Надаи μ_σ и μ_ε равны между собой. Проведенная обработка экспериментальных данных (9) в [10] как будто подтверждает представленные выше гипотезы.

Рассмотрим теперь диаграмму деформирования, представленную на рисунке, из которого следует, что на участке BC

$$\operatorname{tg}\chi = \tau_p / \gamma_* = (\tau_p - |D_\sigma|) / (|D_\varepsilon| - \gamma_*). \quad (11)$$

Смысл величин τ_p , γ_* вполне понятен из рисунка: τ_p — предел прочности материала в напряжениях; γ_* — деформация, соответствующая этой нагрузке. Обозначим

$$\operatorname{tg}\chi = 2\mu_*, \quad (12)$$

где модуль $2\mu_*$ традиционно называется модулем спада [11], в нашем случае он является константой материала. Из (11), (12) следует, что

$$|D_\sigma| / |D_\varepsilon| = (2\mu_*\gamma_* + \tau_p) / |D_\varepsilon| - 2\mu_*. \quad (13)$$

Это отношение соответствует секущему модулю на диаграмме $|D_\sigma| \div |D_\varepsilon|$, представленной на рисунке. Если $|D_\varepsilon| = \gamma_*$, то секущий модуль на основании (13) получается равным τ_p / γ_* . Если $|D_\varepsilon| = \gamma_* + \tau_p / 2\mu_*$, то секущий множитель обращается в нуль. Применим (13) для построения определяющих соотношений запредельного деформирования. Обозначим левую часть равенства (13) как

$$t = |D_\sigma| / |D_\varepsilon|. \quad (14)$$

Приравняем (9) выражению t . Это означает, что получены уравнения запредельного деформирования среды. Разрешая уравнение (5), (9), (14) относительно напряжений σ_{ij} находим связи:

$$\begin{cases} \sigma_x = (K + 2t)\varepsilon_x / 3 + (K - t)(\varepsilon_y - \varepsilon_z) / 3, \\ \sigma_y = (K + 2t)\varepsilon_y / 3 + \dots, \\ \sigma_z = \dots, \quad \tau_{xy} = t\varepsilon_{xy}, \tau_{xz} = t\varepsilon_{xz}, \tau_{yz} = t\varepsilon_{yz}, \end{cases} \quad (15)$$

где параметры K и t определяются (6), (14), (13) (формулы (15) с точностью до обозначений совпадают с законом Гука). Исследуемую поверхность зададим следующим уравнением

$$z = f(x, y). \quad (16)$$

Из (16) следует $f(x, y) - z = 0$. Вычисляя градиент этой функции, находим его координаты $(f'_x, f'_y, -1)$. Обозначим его как вектор \vec{N} . Вектор \vec{N} направлен по нормали к поверхности (16). Направляющие косинусы вектора \vec{N} равны $(f'_x, f'_y, -1) / |\vec{N}|$. Составим единичный вектор нормали

$$\vec{n} = \frac{1}{\sqrt{f_x'^2 + f_y'^2 + 1}} (f'_x, f'_y, -1). \quad (17)$$

Обозначим направляющие косинусы как α, β, γ . Имеем соответственно

$$\alpha = \frac{f'_x}{\sqrt{f_x'^2 + f_y'^2 + 1}}, \quad \beta = \frac{f'_y}{\sqrt{f_x'^2 + f_y'^2 + 1}}, \quad \gamma = \frac{-1}{\sqrt{f_x'^2 + f_y'^2 + 1}}. \quad (18)$$

Вернемся к постановке исходной задачи. Имеется система (1) или с учетом (15)

$$\begin{cases} \left[\frac{K+2t}{3} \varepsilon_x + \frac{K-t}{3} (\varepsilon_y + \varepsilon_z) \right] \alpha + t \varepsilon_{xy} \beta + t \varepsilon_{xz} \gamma = p_x^n, \\ t \varepsilon_{xy} \alpha + \left[\frac{K+2t}{3} \varepsilon_y + \frac{K-t}{3} (\varepsilon_x + \varepsilon_z) \right] \beta + t \varepsilon_{yz} \gamma = p_y^n, \\ t \varepsilon_{xz} \alpha + t \varepsilon_{yz} \beta + \left[\frac{K+2t}{3} \varepsilon_z + \frac{K-t}{3} (\varepsilon_x + \varepsilon_y) \right] \gamma = p_z^n. \end{cases} \quad (19)$$

Перепишем (2) в терминах производных по касательным к поверхности (16). Рассмотрим дифференциалы функций u_x, u_y, u_z . Тогда

$$\begin{cases} du_x = \frac{\partial u_x}{\partial x} dx + \frac{\partial u_x}{\partial y} dy + \frac{\partial u_x}{\partial z} dz, \\ du_y = \frac{\partial u_y}{\partial x} dx + \dots, \\ du_z = \frac{\partial u_z}{\partial x} dx + \dots. \end{cases} \quad (20)$$

С учетом определения деформаций ($\varepsilon_{ij} = (u_{i,j} + u_{j,i})/2$) и компонент вектора поворота $\vec{\omega} = \text{rot } \vec{u} / 2$ из (20) находим

$$\begin{cases} du_x = \varepsilon_x dx + (\varepsilon_{xy} - \omega_z) dy + (\varepsilon_{xz} + \omega_y) dz, \\ du_y = (\varepsilon_{xy} + \omega_z) dx + \varepsilon_y dy + (\varepsilon_{yz} - \omega_x) dz, \\ du_z = (\varepsilon_{xz} - \omega_y) dx + (\varepsilon_{yz} + \omega_x) dy + \varepsilon_z dz. \end{cases} \quad (21)$$

На поверхности (16) $dz = f'_x dx + f'_y dy$, отсюда на ней

$$\begin{cases} du_x = [\varepsilon_x + (\varepsilon_{xz} + \omega_y) f'_x] dx + [\varepsilon_{xy} - \omega_z + (\varepsilon_{xz} + \omega_y) f'_y] dy, \\ du_y = [\varepsilon_{xy} + \omega_z + (\varepsilon_{yz} - \omega_x) f'_x] dx + [\varepsilon_y + (\varepsilon_{yz} - \omega_x) f'_y] dy, \\ du_z = [\varepsilon_{xz} - \omega_y + \varepsilon_z f'_x] dx + [\varepsilon_{yz} + \omega_x + \varepsilon_z f'_y] dy. \end{cases} \quad (22)$$

В (22) все входящие величины зависят от двух координат x, y . Рассматриваем сечение поверхности $z = f(x, y)$ плоскостями $x = \text{const}, y = \text{const}$, т. е. вводим частные производные функций $u_x(x, y, z = f(x, y)) = \tilde{u}_x(x, y)$, $u_y(x, y, z = f(x, y)) = \tilde{u}_y(x, y)$, $u_z(x, y, z = f(x, y)) = \tilde{u}_z(x, y)$. Тогда

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{u}_x}{\partial x} = \varepsilon_x + (\varepsilon_{xz} + \omega_y) f'_x, \quad \frac{\partial \tilde{u}_x}{\partial y} = \varepsilon_{xy} - \omega_z + (\varepsilon_{xz} + \omega_y) f'_y, \\ \frac{\partial \tilde{u}_y}{\partial x} = \varepsilon_{xy} + \omega_z + (\varepsilon_{yz} - \omega_x) f'_x, \quad \frac{\partial \tilde{u}_y}{\partial y} = \varepsilon_y + (\varepsilon_{yz} - \omega_x) f'_y, \\ \frac{\partial \tilde{u}_z}{\partial x} = \varepsilon_{xz} - \omega_y + \varepsilon_z f'_x, \quad \frac{\partial \tilde{u}_z}{\partial y} = \varepsilon_{yz} + \omega_x + \varepsilon_z f'_y. \end{cases} \quad (23)$$

Таким образом получаем систему 9-ти уравнений для определения 9-ти величин: $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \varepsilon_{xy}, \varepsilon_{xz}, \varepsilon_{yz}, \omega_x, \omega_y, \omega_z$. Из этой системы находим искомые величины как функции параметра t . Начальное его значение задается произвольно в пределах от нуля до значения τ_p / γ_* . После вычисления деформаций ε_{ij} производится перерасчет t на основе (14), (13). Итерации заканчиваются, когда разность $|t^{n+1} - t^n|$ будет меньше наперед заданного числа ε .

Покажем еще как от системы 9-ти уравнений возможно перейти к системе 6-ти уравнений для определения деформаций ε_{ij} . Перепишем (23) в следующем виде:

$$\begin{cases} \varepsilon_x + 2f'_x \varepsilon_{xz} + \varepsilon_z f_x'^2 = \frac{\partial \tilde{u}_x}{\partial x} + f'_x \frac{\partial \tilde{u}_z}{\partial x}, \quad \omega_y = \varepsilon_{xz} + \varepsilon_z f'_x - \frac{\partial \tilde{u}_z}{\partial x}, \\ \varepsilon_y + 2f'_y \varepsilon_{yz} + \varepsilon_z f_y'^2 = \frac{\partial \tilde{u}_y}{\partial y} + f'_y \frac{\partial \tilde{u}_z}{\partial y}, \quad \omega_x = -\varepsilon_{yz} - \varepsilon_z f'_y + \frac{\partial \tilde{u}_z}{\partial y}, \\ \varepsilon_{xy} + \varepsilon_{xz} f'_y + \varepsilon_{yz} f'_x + \varepsilon_z f'_x f'_y = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \tilde{u}_x}{\partial y} + \frac{\partial \tilde{u}_y}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{u}_z}{\partial y} f'_x + \frac{\partial \tilde{u}_z}{\partial x} f'_y \right), \\ \omega_z = \varepsilon_{xy} + (\varepsilon_{xz} + \omega_y) f'_y \frac{\partial \tilde{u}_x}{\partial y}. \end{cases} \quad (24)$$

Здесь с левой стороны представлены выражения деформаций, справа — формулы для вычисления компонент вектора поворота. С учетом (19), (24) получаем определитель системы линейных уравнений для отыскания деформаций:

$$\Delta = \begin{vmatrix} \alpha(K+2t)/3 & \alpha(K-t)/3 & \alpha(K-t)/3 & tg\beta & tg\gamma & 0 \\ \beta(K-t)/3 & \beta(K+2t)/3 & \beta(K-t)/3 & tg\alpha & 0 & tg\gamma \\ \gamma(K-t)/3 & \gamma(K-t)/3 & \gamma(K+2t)/3 & 0 & tg\alpha & tg\beta \\ 1 & 0 & \alpha^2 |\vec{N}|^2 & 0 & 2\alpha |\vec{N}| & 0 \\ 0 & 1 & \beta^2 |\vec{N}|^2 & 0 & 0 & 2\beta |\vec{N}| \\ 0 & 0 & \alpha\beta |\vec{N}|^2 & 1 & \beta |\vec{N}| & \alpha |\vec{N}| \end{vmatrix} = - \left(\sqrt{f_x'^2 + f_y'^2 + 1} \right)^3 t^2 (K+2t)/3.$$

Отсюда видно, что определитель Δ может обратиться в нуль только в двух случаях: если $t = 0$ (модуль Юнга равен нулю) и $K + 2t = 0$ (коэффициент Пуассона равен единице).

ВЫВОДЫ

Показано, что задания вектора напряжений Коши на поверхности тела и вектора перемещений достаточно для отыскания напряженно-деформированного состояния контура произвольной выработки как в случае упругости, так и в случае запредельного деформирования. Полученное решение существует, единственно и непрерывно зависит от входных данных.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

1. **Muskhelishvili N. I.** Some basic problems of the mathematical theory of elasticity, Moscow, Nauka, 1966, 707 pp. (in Russian) [**Мухелишвили Н. И.** Некоторые основные задачи математической теории упругости. — М.: Наука, 1966. — 707 с.]
2. **Novatsky V.** Theory of elasticity, Moscow, Mir, 1975, 872 pp. (in Russian) [**Новацкий В.** Теория упругости. — М.: Мир, 1975. — 872 с.]
3. **Lurie A. I.** Theory of elasticity, Moscow, Nauka, 1970, 940 pp. (in Russian) [**Лурье А. И.** Теория упругости. — М.: Наука, 1970. — 940 с.]
4. **Novozhilov V. V.** On the forms of the stress-strain relation for initially isotropic nonelastic bodies (geometric aspect of the question), Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 1963, vol. 27, issue 5, pp. 1219–1243. [**Новожилов В. В.** О формах связи между напряжениями и деформациями в первоначально изотропных неупругих телах (геометрическая сторона вопроса) // Прикладная математика и механика. — 1963. — Т. 27. — Вып. 5. — С. 794–812.]

5. **Pyushin A. A.** Plasticity: Fundamentals of general mathematical theory, Moscow, Publishing House of the USSR Academy of Sciences, 1963. (in Russian) [**Ильюшин А. А.** Пластичность: Основы общей математической теории. — М.: изд-во АН СССР, 1963. — 271 с.]
6. **Zhukov A. M. and Rabotnov Yu. N.** The study of the plastic deformation of steel under complex loading. Engineering Review, 1954, vol. 18, pp. 105–112. (in Russian) [**Жуков А. М., Работнов Ю. Н.** Исследование пластической деформации стали при сложном нагружении // Инженерный сборник. — 1954. — Т. 18. — С. 105–112.]
7. **Kachanov M. V.** Fundamentals of the theory of plasticity, Moscow, Nauka, 1969. (in Russian) [**Качанов Л. М.** Основы теории пластичности. — М.: Наука, 1969. — 420 с.]
8. **Pyushin A. A.** Plasticity. Part 1. Elastic-plastic deformations, Moscow, Logos, 2004. (in Russian) [**Ильюшин А. А.** Пластичность. Ч. 1. Упругопластические деформации. — М.: Логос, 2004. — 388 с.]
9. **Stavrogin A. N. and Tarasov B. G.** Experimental physics and rock mechanics, St. Petersburg, Nauka, 2001. (in Russian) [**Ставрогин А. Н., Тарасов Б. Г.** Экспериментальная физика и механика горных пород. — СПб.: Наука. — 2001. — 342 с.]
10. **Chanyshev A. I. and Abdulin I. M.** Two characteristic functions of sulphide ore behavior under biaxial compression, Journal of Mining Science, 2018, vol. 54, no. 6, pp. 907–913. [**Чанышев А. И., Абдулин И. М.** Две характеристические функции поведения образцов сульфидной руды при двухосном сжатии // ФТПРПИ. — 2018. — № 6. — С. 30–36.]
11. **Petukhov I. M. and Linkov A. M.** Mechanics of rock strikes and emissions, Moscow, Nedra, 1983. (in Russian) [**Петухов И. М., Линьков А. М.** Механика горных ударов и выбросов. — М.: Недра. — 1983. — 280 с.]