

УДК 004.932.4

**ОПТИМАЛЬНОЕ ПО КРИТЕРИЮ МИНИМУМА  
ОБЪЕДИНЕННЫХ ПОТЕРЬ  
РАЗЛИЧЕНИЕ СЛУЧАЙНЫХ СИГНАЛОВ  
И ИМПУЛЬСНЫХ ПОМЕХ НА ИЗОБРАЖЕНИЯХ\***

**Е. А. Самойлин**

*Ростовский военный институт ракетных войск  
им. Главного маршала артиллерии М. И. Неделина,  
344038, г. Ростов-на-Дону, просп. М. Нагибина, 24/50  
E-mail: sea@rsu.ru*

Предложен алгоритм различения случайных сигналов изображений и негауссовских импульсных помех с равномерным яркостным распределением, основанный на новом критерии оптимальности, объединяющем минимизацию взвешенных безусловных вероятностей ошибочных решений первого и второго рода и максимизацию вероятностей принятия правильных решений. Представлены результаты численных исследований предлагаемого и известного байесовского алгоритмов, показывающие снижение ошибок различения при использовании первого алгоритма в условиях полной априорной неопределенности распределения сигналов изображений.

*Ключевые слова:* оптимальное различение, сигналы изображения, импульсные помехи, объединенные потери.

**Введение.** Как известно, борьба с импульсными помехами (ИП), возникающими вследствие многих факторов преобразования и передачи цифровых изображений, является довольно сложной процедурой при синтезе алгоритмов фильтрации [1]. При этом к отдельному классу ИП, наиболее часто встречающихся, можно отнести ИП с негауссовским распределением яркости, т. е. случайные помехи, распределение яркости которых не поддается нормальному закону [1, 2]. Поскольку ИП и сами изображения реальных сцен представляют собой случайные функции, на практике для борьбы с рассматриваемым классом помех широко используется аппарат непараметрической или ранговой статистики [1–4]. На первом этапе обработки реализуется различение полезных сигналов и ИП, а на втором — восстановление потерянных вследствие воздействия помех элементов изображения [5]. Таким образом, повышение качества ранговых процедур фильтрации негауссовских ИП возможно на основе оптимизации первого этапа обработки — различения ИП и сигналов изображений, как указано в работе [6]. Алгоритм различения [6] использует критерий минимального среднего риска (МСР), содержащий «кусочки» аппроксимации яркостного распределения сигналов изображений и помех, которые ввиду случайного характера как сигналов, так и помех, являются достаточно грубыми. Между тем, если данный критерий дополнить другими неиспользуемыми кусочками, т. е. объединить с безусловными вероятностями принятия правильных решений, открываются возможности получения дополнительной информации о сигнальном распределении и применении ее при построении алгоритма.

Цель предлагаемой работы — синтез алгоритма обработки изображений, минимизирующего ошибки различения случайных полезных сигналов и негауссовских ИП.

---

\*Работа выполнена при поддержке Совета по грантам Президента РФ и Федерального агентства по науке и инновациям (грант № МК-29.2009.10).

**Постановка задачи различения сигналов и помех.** Используемая модель дискретизированного по строкам  $i$  и столбцам  $j$  изображения  $\lambda(i, j)$  имеет вид ступенчатой решетчатой функции

$$\lambda(i, j) = \Lambda(i\delta I, j\delta J), \quad (1)$$

где  $\Lambda(I, J)$  — непрерывное изображение, соответствующее  $\lambda(i, j)$ ;  $\delta I, \delta J$  — интервалы дискретизации для  $i, j$  соответственно,  $i \in 1, \dots, m, j \in 1, \dots, n$ .

Яркость элементов  $\lambda(i, j)$  квантована на интервале

$$\lambda(i, j) \in \Xi, \quad \Xi = \{\lambda_k, k = 0, (2^N - 1)\} \quad (2)$$

( $2^N$  — число уровней квантования яркости элементов  $\lambda(i, j)$ ).

Изображение, искаженное помехами  $h(i, j)$ , в общем случае описывается выражением

$$x(i, j) = F[\lambda(i, j), h(i, j)], \quad (3)$$

где  $F[\lambda(i, j), h(i, j)]$  — закон, определяющий взаимодействие  $\lambda(i, j)$  и  $h(i, j)$ .

Положив  $x(i, j) = x_{i,j}$ ,  $\lambda(i, j) = \lambda_{i,j}$ ,  $h(i, j) = h_{i,j}$ , запишем выражение (3) для негауссовских ИП [2, 3]:

$$x_{i,j} = \begin{cases} \lambda_{i,j} & \text{с вероятностью } 1 - p, \\ h_{i,j} & \text{с вероятностью } p. \end{cases} \quad (4)$$

Здесь  $p$  — вероятность появления помехи  $h_{i,j}$  в ячейке с координатой  $(i, j)$ , которая не зависит ни от наличия ИП в других координатах, ни от исходного изображения, т. е.  $p = \text{const} \forall i \in 1, \dots, m, j \in 1, \dots, n$ . Помеховые элементы  $h_{i,j}$  представляют собой некоррелированные случайные величины с равномерным на интервале квантования (2) распределением  $f_h(k) = 1/(2^N - 1)$ . Появление  $\lambda_{i,j}$  и  $h_{i,j}$  образует полную группу несовместных событий для каждой отдельной координаты  $(i, j)$ .

Для различения случайных сигналов изображений и ИП (т. е. для построения матриц оценок положения ИП  $\hat{\mathbf{H}}$  либо сигналов  $\hat{\mathbf{A}}$ ) на изображении  $x_{i,j}$  можно воспользоваться выражением из [3], согласно которому пиксель принимается за помеху, если его уровень не принадлежит некоторому допустимому сигнальному интервалу:

$$\hat{h}_{i,j} = \begin{cases} 1, & x_{i,j} \notin [x_P^{\min}, x_P^{\max}], \\ 0, & x_{i,j} \in [x_P^{\min}, x_P^{\max}], \end{cases} \quad (5)$$

где  $x_P^{\min}$  и  $x_P^{\max}$  — минимально и максимально допустимые значения промежутка яркости, устанавливаемые на основе распределения сигналов соседних пикселей, попавших в скользящее окно или апертуру. Таким образом, единицы матрицы  $\hat{\mathbf{H}}$  (5) будут указывать на положение ИП, а нули — на положение полезных сигналов на изображении  $x_{i,j}$ .

Задачу различения сигналов и помех можно сформулировать в следующем виде. Необходимо синтезировать алгоритм получения оптимальных значений  $x_P^{\min}$  и  $x_P^{\max}$  (5), позволяющий сформировать бинарную оценку положения ИП  $\hat{h}_{i,j} \in [0, 1]$  (либо оценку  $\hat{\lambda}_{i,j} \in [0, 1]$ ) на изображении  $x_{i,j}$  (3), наиболее близкую к ее истинным значениям:

$$\begin{bmatrix} x_P^{\min} \\ x_P^{\max} \end{bmatrix} = \arg \min \{ \|\hat{h}_{i,j} - \tilde{h}_{i,j}\| \}, \quad (6)$$

$$x_{\min}, x_{\max} \in [0, (2^N - 1)],$$

где  $\tilde{h}_{i,j}$  — истинное бинарное положение помех  $\tilde{h}_{i,j} = \begin{cases} 1, & x_{i,j} = h_{i,j}, \\ 0, & x_{i,j} = \lambda_{i,j}. \end{cases}$

**Синтез критерия различения сигналов и помех.** Обозначим через  $f(k | x = \lambda)$  и  $f(k | x = h)$  законы распределения полезного сигнала  $\lambda_{i,j}$  и ИП  $h_{i,j}$  соответственно, описывающие зависимости абсолютного числа элементов ( $\lambda_{i,j}$  либо  $h_{i,j}$ ) на решетке (1) от уровня яркости  $k$ . При этом условная вероятность ложного обнаружения (ЛО) по (5) помехового пикселя будет иметь вид [7]

$$P_{\text{ЛО}} = \left( \sum_{k=0}^{x_P^{\min}} f(k | x = \lambda) + \sum_{k=x_P^{\max}}^{2^N-1} f(k | x = \lambda) \right) / \sum_{k=0}^{2^N-1} f(k | x = \lambda). \quad (7)$$

Условная вероятность принятия правильного решения (ПР) об отсутствии (отс) помехи будет определяться как [7]

$$P_{\text{ПР отс}} = \sum_{k=x_P^{\min}}^{x_P^{\max}} f(k | x = \lambda) / \sum_{k=0}^{2^N-1} f(k | x = \lambda), \quad (8)$$

причем  $P_{\text{ЛО}} + P_{\text{ПР отс}} = 1$ .

Условные вероятности пропуска (проп) и принятия ПР об обнаружении (обн) помехи будут иметь соответственно вид [7]

$$P_{\text{проп}} = \sum_{k=x_P^{\min}}^{x_P^{\max}} f(k | x = h) / \sum_{k=0}^{2^N-1} f(k | x = h), \quad (9)$$

$$P_{\text{ПР обн}} = \left( \sum_{k=0}^{x_P^{\min}} f(k | x = h) + \sum_{k=x_P^{\max}}^{2^N-1} f(k | x = h) \right) / \sum_{k=0}^{2^N-1} f(k | x = h), \quad (10)$$

причем  $P_{\text{проп}} + P_{\text{ПР обн}} = 1$ .

Аналогичные безусловные вероятности ошибочных и правильных решений можно определить, добавив в качестве сомножителей соответствующие априорные вероятности [7]:  $P_{\text{ЛТ}} = (1 - p)P_{\text{ЛО}}$  (вероятность ложной тревоги (ЛТ)),  $P_{\text{ПНО}} = (1 - p)P_{\text{ПР отс}}$  (вероятность правильного необнаружения (ПНО)),  $P_{\text{ПП}} = pP_{\text{проп}}$  (вероятность пропуска помехи (ПП)),  $P_{\text{ПО}} = pP_{\text{ПР обн}}$  (вероятность правильного обнаружения (ПО)). Очевидно, что  $P_{\text{ЛТ}} + P_{\text{ПНО}} + P_{\text{ПП}} + P_{\text{ПО}} = 1$ .

Так как в задаче восстановления изображений цена потерь, связанная с ошибками типа ЛТ и ПП, различна (пропуск влечет бóльшие потери), можно воспользоваться критерием Байеса [7], в соответствии с которым минимизируется средний риск:

$$\left[ \begin{array}{c} x_P^{\min} \\ x_P^{\max} \end{array} \right] = \arg \min \left\{ \Pi_{\text{ЛТ}}(1 - p) \left( \frac{\sum_{k=0}^{x_P^{\min}} f(k | x = \lambda) + \sum_{k=x_P^{\max}}^{2^N-1} f(k | x = \lambda)}{\sum_{k=0}^{2^N-1} f(k | x = \lambda)} \right) + \right.$$

$$+ \left. \begin{array}{l} \frac{\sum_{k=x_P^{\min}}^{x_P^{\max}} f(k | x = h)}{2^N - 1} \\ \frac{\sum_{k=0}^{x_P^{\max}} f(k | x = h)}{2^N - 1} \end{array} \right\}, \quad x_P^{\min}, x_P^{\max} \in [0, (2^N - 1)], \quad (11)$$

где  $\Pi_{\text{ЛТ}}$ ,  $\Pi_{\text{ПП}}$  — цены потерь (штрафа), соответствующие ошибкам типа ЛТ и ПП.

Положив уровни вероятностей  $P_{\text{ЛТ}}$  и  $P_{\text{ПП}}$  как ограничения ( $P_{\text{ЛТ}}^3 \sim \Pi_{\text{ЛТ}}^{-1}$  и  $P_{\text{ПП}}^3 \sim \Pi_{\text{ПП}}^{-1}$ ), можно перейти от (11) к системе неравенств [6]

$$\left\{ \begin{array}{l} P_{\text{ЛТ}}^3 \geq (1 - p) \left( \sum_{k=0}^{x_P^{\min}} f(k | x = \lambda) + \sum_{k=x_P^{\max}}^{2^N - 1} f(k | x = \lambda) \right) / \sum_{k=0}^{2^N - 1} f(k | x = \lambda), \\ P_{\text{ПП}}^3 \geq p \sum_{k=x_P^{\min}}^{x_P^{\max}} f(k | x = h) / \sum_{k=0}^{2^N - 1} f(k | x = h). \end{array} \right. \quad (12)$$

Между тем в систему (12) входят распределения  $f(k | x = \lambda)$  и  $f(k | x = h)$ , поэтому их аппроксимации на основе той или иной априорно известной информации оказывают большое влияние на искомые величины порогов  $x_P^{\min}$  и  $x_P^{\max}$  и соответственно на качество различения сигналов и помех. Известно, что распределения сигналов изображений реальных сцен, как и распределения негауссовских ИП, являются полностью априорно неизвестными, а значит, вполне обоснованно в (12) вместо сумм подставлять довольно

грубые аппроксимации площадей  $\sum_{k=x_P^{\min}}^{x_P^{\max}} f(k | x = \lambda)$  и  $\sum_{k=x_P^{\min}}^{x_P^{\max}} f(k | x = h)$ , представляющие

собой ограниченные  $x_P^{\min}$  и  $x_P^{\max}$ , а также 0- и  $(2^N - 1)$ -прямоугольники. Если первое и второе неравенства системы (12) объединить с неравенствами, построенными на основе двух оставшихся вероятностей (8) и (10) соответственно, то с использованием также грубой аппроксимации других участков площадей  $f(k | x = \lambda)$  и  $f(k | x = h)$  возможно получение дополнительной информации о требуемых величинах  $x_P^{\min}$  и  $x_P^{\max}$ . Таким образом, новый критерий должен минимизировать  $P_{\text{ЛТ}}$  и  $P_{\text{ПП}}$  и одновременно максимизировать  $P_{\text{ПНО}}$  и  $P_{\text{ПО}}$ :

$$\begin{bmatrix} x_P^{\min} \\ x_P^{\max} \end{bmatrix} =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} \arg \min \left\{ \Pi_{\text{ЛТ}}(1-p) \left( \sum_{k=0}^{x_P^{\min}} f(k | x = \lambda) + \sum_{k=x_P^{\max}}^{2^N-1} f(k | x = \lambda) \right) / \sum_{k=0}^{2^N-1} f(k | x = \lambda) \right\}, \\ \arg \max \left\{ \Pi_{\text{ПНО}}^{-1}(1-p) \sum_{k=x_P^{\min}}^{x_P^{\max}} f(k | x = \lambda) / \sum_{k=0}^{2^N-1} f(k | x = \lambda) \right\}, \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} \arg \min \left\{ \Pi_{\text{ПП}} p \sum_{k=x_P^{\min}}^{x_P^{\max}} f(k | x = h) / \sum_{k=0}^{2^N-1} f(k | x = h) \right\}, \\ \arg \max \left\{ \Pi_{\text{ПО}}^{-1} p \left( \sum_{k=0}^{x_P^{\min}} f(k | x = h) + \sum_{k=x_P^{\max}}^{2^N-1} f(k | x = h) \right) / \sum_{k=0}^{2^N-1} f(k | x = h) \right\}, \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (13)$$

где  $\Pi_{\text{ПНО}}$ ,  $\Pi_{\text{ПО}}$  — цены затрат на правильные решения типа ПНО и ПО ( $\Pi_{\text{ПНО}}$ ,  $\Pi_{\text{ПО}} > 0$ ).

Сформулированный критерий (13) будет являться более общим по отношению к критерию (12), и по мере нарастания априорной информации о распределениях  $f(k | x = \lambda)$  и  $f(k | x = h)$  оптимальные по данным двум критериям оценки положения ИП будут асимптотически сближаться. Таким образом, под критерием минимума объединенных потерь будем понимать критерий (13), объединяющий минимум штрафа за ошибочные решения и минимум затрат на правильные решения.

**Синтез алгоритма оптимального различения сигналов и помех.** По аналогии с (12) допустим, что помимо  $P_{\text{ЛТ}}^3$  и  $P_{\text{ПП}}^3$  заданы минимально допустимые уровни вероятностей  $P_{\text{ПНО}}$  и  $P_{\text{ПО}}$  ( $P_{\text{ПНО}}^3 \sim \Pi_{\text{ПНО}}^{-1}$  и  $P_{\text{ПО}}^3 \sim \Pi_{\text{ПО}}^{-1}$ ). При этом систему неравенств (13) можно переписать в виде

$$\left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} P_{\text{ЛТ}}^3 \geq (1-p) \left( \sum_{k=0}^{x_P^{\min}} f(k | x = \lambda) + \sum_{k=x_P^{\max}}^{2^N-1} f(k | x = \lambda) \right) / \sum_{k=0}^{2^N-1} f(k | x = \lambda), \\ P_{\text{ПНО}}^3 \leq (1-p) \sum_{k=x_P^{\min}}^{x_P^{\max}} f(k | x = \lambda) / \sum_{k=0}^{2^N-1} f(k | x = \lambda), \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} P_{\text{ПП}}^3 \geq p \sum_{k=x_P^{\min}}^{x_P^{\max}} f(k | x = h) / \sum_{k=0}^{2^N-1} f(k | x = h), \\ P_{\text{ПО}}^3 \leq p \left( \sum_{k=0}^{x_P^{\min}} f(k | x = h) + \sum_{k=x_P^{\max}}^{2^N-1} f(k | x = h) \right) / \sum_{k=0}^{2^N-1} f(k | x = h). \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (14)$$

Рассмотрим первую подсистему системы неравенств (14). Поскольку распределение  $f(k | x = \lambda)$  случайное и для текущей апертуры лежит в границах от минимального  $x_A^{\min}$

до максимального  $x_A^{\max}$  значения сигнала, эту подсистему можно представить как

$$\begin{cases} P_{\text{ЛТ}}^3 \geq (1-p) \frac{(x_P^{\min} - x_A^{\min}) + (x_A^{\max} - x_P^{\max})}{2^N - 1}, \\ P_{\text{ПНО}}^3 \leq (1-p) \frac{x_P^{\max} - x_P^{\min}}{2^N - 1}. \end{cases} \quad (15)$$

Искомые оптимальные пороги  $x_P^{\min}$  и  $x_P^{\max}$  равноудалены на  $\pm\delta$  от среднего значения яркости текущей апертуры, поэтому (15) можно переписать в виде

$$\begin{cases} P_{\text{ЛТ}}^3 \geq (1-p) \frac{(x_A^{\max} - x_A^{\min}) - 2\delta_1}{2^N - 1}, \\ P_{\text{ПНО}}^3 \leq (1-p) \frac{2\delta_2}{2^N - 1}, \end{cases} \quad (16)$$

где  $\delta_{1,2}$  — требуемые величины промежутка, определяемые из первого и второго неравенств этой системы.

Установим из системы (16) две нижние границы для искомого промежутка:

$$\begin{cases} \delta_1 \geq \left( (x_A^{\max} - x_A^{\min}) - \frac{P_{\text{ЛТ}}^3(2^N - 1)}{1-p} \right) / 2 = \delta_1^g, \\ \delta_2 \geq P_{\text{ПНО}}^3(2^N - 1) / 2(1-p) = \delta_2^g, \end{cases} \quad (17)$$

где  $\delta_{1,2}^g$  — границы промежутка, соответствующие первому и второму неравенствам.

Таким образом, величина общего для первой подсистемы промежутка  $\delta$  будет представлять собой точную нижнюю грань объединенных границ  $\delta_{1,2}^g$  (17):

$$\delta_I = \inf \left\{ \delta_1^g \cup \delta_2^g \right\}. \quad (18)$$

Рассмотрим вторую подсистему системы неравенств (14). Поскольку распределение  $f(k | x = h)$  равномерное и в апертуре также находится в границах от  $x_A^{\min}$  до  $x_A^{\max}$ , вторую подсистему (14) можно представить в виде

$$\begin{cases} P_{\text{ПП}}^3 \geq p \frac{2\delta_3}{2^N - 1}, \\ P_{\text{ПО}}^3 \leq p \frac{(x_A^{\max} - x_A^{\min}) - 2\delta_4}{2^N - 1}, \end{cases} \quad (19)$$

где  $\delta_{3,4}$  — требуемые величины промежутка, определяемые из первого и второго неравенств соответственно.

Установим из (19) верхние границы для искомого промежутка:

$$\begin{cases} \delta_3 \leq \frac{P_{\text{ПП}}^3(2^N - 1)}{2p} = \delta_3^g, \\ \delta_4 \leq \left( (x_A^{\max} - x_A^{\min}) - \frac{P_{\text{ПО}}^3(2^N - 1)}{p} \right) / 2 = \delta_4^g, \end{cases} \quad (20)$$

где  $\delta_{3,4}^g$  — границы промежутка, определяемые из первого и второго неравенств соответственно.

Таким образом, величина общего для второй подсистемы промежутка  $\delta$  представляет собой точную верхнюю грань объединенных границ  $\delta_{3,4}^g$  (20):

$$\delta_S = \sup \left\{ \delta_3^g \cup \delta_4^g \right\}. \quad (21)$$

Так как потери от ошибочных решений (ЛТ, ПП) и стоимость затрат на правильные решения (ПНО, ПО) зависят от  $P_{\text{ЛТ}}^3$ ,  $P_{\text{ПП}}^3$  и  $P_{\text{ПНО}}^3$ ,  $P_{\text{ПО}}^3$ , оптимальное значение  $\delta$  должно быть равноудалено от  $\delta_I$  и  $\delta_S$  при условии  $\delta_S \geq \delta_I$ . При этом выражение для расчета оптимальных порогов  $x_P^{\min}$  и  $x_P^{\max}$  будет иметь вид

$$\begin{cases} x_P^{\min} = \langle x_A \rangle - (\delta_I + \delta_S)/2, \\ x_P^{\max} = \langle x_A \rangle + (\delta_I + \delta_S)/2, \end{cases} \quad \delta_S \geq \delta_I, \quad (22)$$

где  $\langle x_A \rangle$  — математическое ожидание яркости текущей апертуры.

Зависимость  $\delta = (\delta_I + \delta_S)/2$  от вероятности  $p$  при пяти значениях  $P_{\text{ЛТ}}^3$ ,  $P_{\text{ПП}}^3$  и  $P_{\text{ПНО}}^3$ ,  $P_{\text{ПО}}^3$  представлена на рис. 1. Как видно из рисунка, при  $P_{\text{ЛТ}}^3 = P_{\text{ПП}}^3 = 0,10-0,35$  и  $P_{\text{ПНО}}^3 = P_{\text{ПО}}^3 = 0,40-0,15$  зависимость имеет разрывы, свидетельствующие об отсутствии оптимального решения ( $\delta_S < \delta_I$  (22)). При более высоких уровнях  $P_{\text{ЛТ}}^3$ ,  $P_{\text{ПП}}^3$  и более низких  $P_{\text{ПНО}}^3$ ,  $P_{\text{ПО}}^3$  разрывы исчезают и наблюдается убывающий характер зависимости  $\delta$  от  $p$ . Аналогичная зависимость, найденная при оптимизации алгоритма различения по классическому критерию  $\delta_{\text{МСР}}$  (11), (12), приведена на рис. 2. Сравнивая рисунки, можно отметить, что в случае оптимизации по критерию минимума объединенных потерь (13) зависимость  $\delta$  имеет более выраженный убывающий характер (особенно в области  $p \geq 0,5$ ).

Таким образом, синтезированный по критерию минимума объединенных потерь (13) алгоритм различения случайных сигналов изображений и негауссовских ИП выглядит следующим образом.

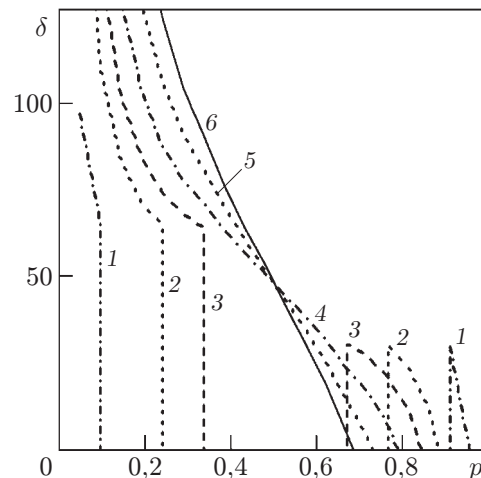


Рис. 1. Зависимость  $\delta$  от  $p$ : при  $P_{\text{ЛТ}}^3, P_{\text{ПП}}^3 = 0,10$  и  $P_{\text{ПНО}}^3, P_{\text{ПО}}^3 = 0,40$  (кривая 1);  $P_{\text{ЛТ}}^3, P_{\text{ПП}}^3 = 0,25$  и  $P_{\text{ПНО}}^3, P_{\text{ПО}}^3 = 0,25$  (кривая 2);  $P_{\text{ЛТ}}^3, P_{\text{ПП}}^3 = 0,35$  и  $P_{\text{ПНО}}^3, P_{\text{ПО}}^3 = 0,15$  (кривая 3);  $P_{\text{ЛТ}}^3, P_{\text{ПП}}^3 = 0,45$  и  $P_{\text{ПНО}}^3, P_{\text{ПО}}^3 = 0,15$  (кривая 4);  $P_{\text{ЛТ}}^3, P_{\text{ПП}}^3 = 0,50$  и  $P_{\text{ПНО}}^3, P_{\text{ПО}}^3 = 0,10$  (кривая 5);  $P_{\text{ЛТ}}^3, P_{\text{ПП}}^3 = 0,60$  и  $P_{\text{ПНО}}^3, P_{\text{ПО}}^3 = 0,05$  (кривая 6)

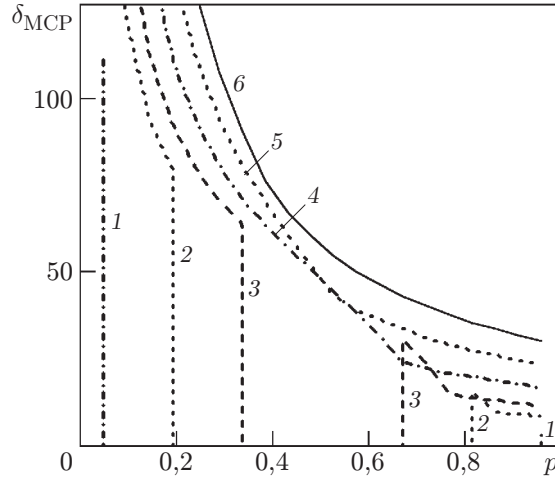


Рис. 2. Зависимость  $\delta_{\text{MCP}}$  от  $p$  при известном критерии (11), (12):  $P_{\text{ЛТ}}^3, P_{\text{ПП}}^3 = 0,10$  (кривая 1);  $P_{\text{ЛТ}}^3, P_{\text{ПП}}^3 = 0,25$  (кривая 2);  $P_{\text{ЛТ}}^3, P_{\text{ПП}}^3 = 0,35$  (кривая 3);  $P_{\text{ЛТ}}^3, P_{\text{ПП}}^3 = 0,45$  (кривая 4);  $P_{\text{ЛТ}}^3, P_{\text{ПП}}^3 = 0,50$  (кривая 5);  $P_{\text{ЛТ}}^3, P_{\text{ПП}}^3 = 0,60$  (кривая 6)

Шаг 1. При каждом положении апертуры на изображении  $x_{i,j}$  на основе заданных  $N, p, P_{\text{ЛТ}}^3, P_{\text{ПП}}^3, P_{\text{ПНО}}^3, P_{\text{ПО}}^3, x_A^{\min}, x_A^{\max}$  из выражений (17) и (20) находятся  $\delta_{1,2}^g$  и  $\delta_{3,4}^g$ .

Шаг 2. В соответствии с выражениями (18) и (21) определяются значения  $\delta_I$  и  $\delta_S$ .

Шаг 3. В случае  $\delta_S \geq \delta_I$  из выражения (22) находятся оптимальные по (13) величины  $x_P^{\min}$  и  $x_P^{\max}$ . В обратном случае ( $\delta_S < \delta_I$ ) получить оптимальное решение невозможно, аналогичным усреднением (22) находятся неоптимальные пороги.

Шаг 4. В соответствии с выражением (5) формируется бинарная матрица оценок положения ИП  $\hat{\mathbf{H}}$ . При этом бинарная матрица оценок положения полезных сигналов изображений  $\hat{\mathbf{A}}$  будет противоположной  $\hat{\mathbf{H}}$ .

Данный алгоритм применяется к каждому новому положению перемещающейся на один элемент апертуры (последовательно по столбцам, затем на строку ниже, далее по столбцам и т. д.). Очевидно, что оптимальные по (13) границы интервала (5) будут меняться при перемещении скользящего окна на один элемент, так как  $x_A^{\min}$  и  $x_A^{\max}$ , как правило, различны при каждом новом положении апертуры. С ростом размеров апертуры  $x_A^{\max}$  будет стремиться к  $2^N - 1$ , а  $x_A^{\min}$  — к нулю, поэтому в алгоритме должны применяться минимальные апертуры размером  $3 \times 3$  элемента.

**Результаты исследований алгоритма различения.** При исследовании разработанного алгоритма использованы самые разнообразные полутоновые изображения с параметрами  $m \times n = 800 \times 600$  и  $N = 8$ . Размер апертуры выбран  $3 \times 3$  элемента. Перед обработкой изображения целенаправленно подвергались искажению негауссовскими ИП с равномерным распределением в соответствии с выражением (4). Исследование проводилось в диапазоне интенсивности ИП от  $p = 0,10$  до  $p = 0,95$  с дискретностью 0,05. Качество алгоритма различения сигналов и помех оценивалось исходя из частоты ошибок обнаружения ИП, аналогичных (6), но разделенных для ЛТ ( $H_{\text{ЛТ}}$ ) и пропусков помех ( $H_{\text{ПП}}$ ):

$$H_{\text{ЛТ}} = \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \begin{cases} 1, & (\hat{h}_{i,j} - \tilde{h}_{i,j}) = 1, \\ 0, & (\hat{h}_{i,j} - \tilde{h}_{i,j}) \neq 1, \end{cases} \quad (23)$$



$$H_{\text{ПП}} = \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \begin{cases} 1, & (\tilde{h}_{i,j} - \hat{h}_{i,j}) = 1, \\ 0, & (\tilde{h}_{i,j} - \hat{h}_{i,j}) \neq 1. \end{cases} \quad (24)$$

Выражения (23) и (24) представляют собой отношение числа ошибок (типа ЛТ и ПП) к общему числу элементов изображения и приближенно соответствуют вероятностям  $P_{\text{ЛТ}}$  и  $P_{\text{ПП}}$ .

Зависимости ошибок (24) и (23) предлагаемого алгоритма построения матриц  $\hat{\mathbf{H}}$  оценок пространственного положения ИП при различных фиксированных уровнях ограничений  $P_{\text{ЛТ}}^3$ ,  $P_{\text{ПП}}^3$  и  $P_{\text{ПНО}}^3$ ,  $P_{\text{ПО}}^3$  показаны на рис. 3 и 4 соответственно. Пунктирные линии — зависимости для алгоритма, разработанного на основе известного [7] критерия МСР (11), (12). Сопоставляя на рис. 3 и 4 различия в ошибках, возникающие при использовании нового критерия минимума объединенных потерь (13) (сплошные линии) вместо известного [7] критерия (11), (12), можно отметить, что на уровнях  $P_{\text{ЛТ}}^3$ ,  $P_{\text{ПП}}^3 = 0,01, 0,05, 0,10$  и  $P_{\text{ПНО}}^3$ ,  $P_{\text{ПО}}^3 = 0,49, 0,45, 0,40$  предлагаемый алгоритм позволяет получить больший выигрыш в ошибках  $H_{\text{ПП}}$  (24) (в области  $p \geq 0,60$ ), чем проигрыш в  $H_{\text{ЛТ}}$  (23) (в области  $p \leq 0,60$ ). Причем с ростом  $P_{\text{ЛТ}}^3$ ,  $P_{\text{ПП}}^3$  и снижением  $P_{\text{ПНО}}^3$ ,  $P_{\text{ПО}}^3$  выигрыш в  $H_{\text{ПП}}$  становится более выраженным по сравнению с проигрышем в ошибках  $H_{\text{ЛТ}}$ . При достаточно больших допустимых уровнях ПП и ЛТ ( $P_{\text{ЛТ}}^3$ ,  $P_{\text{ПП}}^3 = 0,20$ ,  $P_{\text{ПНО}}^3$ ,  $P_{\text{ПО}}^3 = 0,30$ ) и  $p \geq 0,50$  использование предлагаемого критерия (13) позволяет добиться снижения частоты ошибок  $H_{\text{ПП}}$  с одновременным уменьшением частоты ошибок  $H_{\text{ЛТ}}$  (в области  $p \geq 0,40$ ).

Необходимо отметить, что на рис. 3 и 4 приведены математические ожидания указанных ошибок двух сопоставляемых алгоритмов по выборке из более чем 100 реализаций.

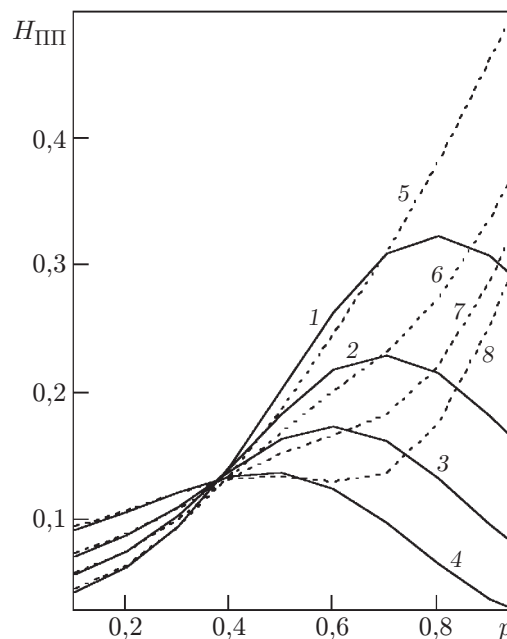


Рис. 3. Зависимость ошибок  $H_{\text{ПП}}$  (24) от  $p$ : кривые 1–4 — для предлагаемого алгоритма (1 —  $P_{\text{ЛТ}}^3$ ,  $P_{\text{ПП}}^3 = 0,01$  и  $P_{\text{ПНО}}^3$ ,  $P_{\text{ПО}}^3 = 0,49$ ; 2 —  $P_{\text{ЛТ}}^3$ ,  $P_{\text{ПП}}^3 = 0,05$  и  $P_{\text{ПНО}}^3$ ,  $P_{\text{ПО}}^3 = 0,45$ ; 3 —  $P_{\text{ЛТ}}^3$ ,  $P_{\text{ПП}}^3 = 0,10$  и  $P_{\text{ПНО}}^3$ ,  $P_{\text{ПО}}^3 = 0,40$ ; 4 —  $P_{\text{ЛТ}}^3$ ,  $P_{\text{ПП}}^3 = 0,20$  и  $P_{\text{ПНО}}^3$ ,  $P_{\text{ПО}}^3 = 0,30$ ); кривые 5–8 — для известного алгоритма [7] при аналогичных фиксированных  $P_{\text{ЛТ}}^3$  и  $P_{\text{ПП}}^3$

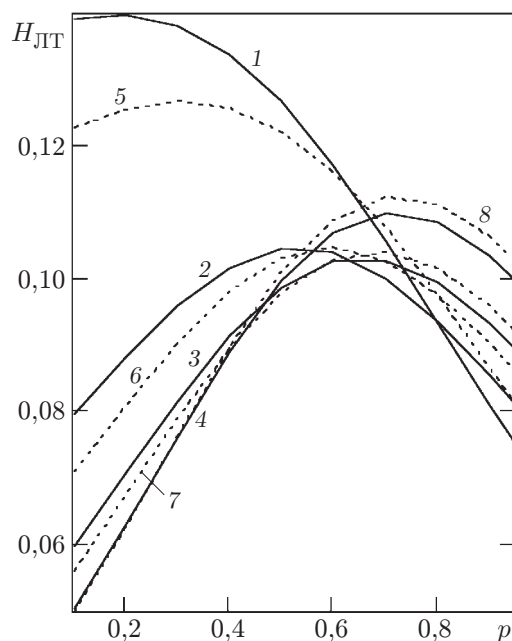


Рис. 4. Зависимость ошибок  $H_{ЛТ}$  (23) от  $p$  (обозначения, как на рис. 3)

Дисперсии и доверительные интервалы этих зависимостей можно приблизительно оценить по результатам, представленным в [8].

**Заключение.** Результаты численных исследований предлагаемого в данной работе алгоритма позволяют сделать вывод о том, что синтезированная процедура оптимального различения случайных сигналов изображений и негауссовских ИП с равномерным яркостным распределением обладает в целом меньшими ошибками по сравнению с известной байесовской процедурой выделения помех. Снижение ошибок различения сигналов и помех достигается благодаря предложенному новому критерию минимума объединенных потерь, отличающемуся от известного критерия минимума среднего риска тем, что помимо минимизации взвешенных безусловных вероятностей ошибок первого и второго рода максимизируются взвешенные безусловные вероятности принятия правильных решений. Такой подход является довольно эффективным, поскольку распределение сигналов изображений реальных сцен полностью априорно не определено и при построении алгоритмов байесовского класса это распределение приходится заменять довольно грубой аппроксимацией. При дополнении критерия Байеса максимизацией взвешенных безусловных вероятностей принятия правильных решений, как показали результаты численных исследований, возможно получение дополнительной информации о распределении случайных сигналов изображений.

Разработанный алгоритм позволит повысить качество первого этапа пространственно-избирательной фильтрации негауссовских ИП, за которым следует этап восстановления искаженных помехами элементов цифрового изображения.

Представленный алгоритм различения сигналов изображений и помех, а также проведенные вычислительные эксперименты по исследованию его эффективности реализованы программно в среде Mathcad 14.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. М.: Техносфера, 2005. 1072 с.

2. **Хуанг Т. С.** Быстрые алгоритмы в цифровой обработке изображений: Пер. с англ. М.: Радио и связь, 1984. 224 с.
3. **Ким В., Ярославский Л. П.** Ранговые алгоритмы обработки изображений // Адаптивные методы обработки изображений: Сб. науч. тр. /Под ред. В. И. Сифорова, Л. П. Ярославского. М.: Наука, 1988. С. 35–73.
4. **Воскобойников Ю. Е., Колкер А. Б.** Адаптивный алгоритм фильтрации и преобразование изображений в векторный формат // Автометрия. 2002. **38**, № 4. С. 3–11.
5. **Самойлин Е. А.** Нелинейные алгоритмы фильтрации импульсного шума на изображениях // Автометрия. 2005. **41**, № 5. С. 26–32.
6. **Самойлин Е. А.** Оптимальное оценивание положения негауссовских импульсных помех на изображениях // Автометрия. 2009. **45**, № 3. С. 74–82.
7. **Левин Б. Р.** Теоретические основы статистической радиотехники. М.: Радио и связь, 1989. 656 с.
8. **Самойлин Е. А.** Критерии оценивания качества фильтрации импульсных шумов на изображениях // Автометрия. 2006. **42**, № 4. С. 25–35.

*Поступила в редакцию 21 июля 2009 г.*

---