

УДК 532.517

## Нестационарные численные решения для плоской струи, истекающей из узкой щели в затопленное пространство\*

С.Н. Яковенко

*Институт теоретической и прикладной механики  
им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск*

E-mail: yakovenk@itam.nsc.ru

Представлены результаты моделирования струи, истекающей из узкой щели при небольшом числе Рейнольдса  $Re$ . Проведено сравнение с данными лабораторных экспериментов и показано, что стационарные численные решения с ростом  $Re$  переходят в нестационарные с самовозбуждением синусоидальной неустойчивости. Исследовано влияние наложенных на входе поперечных колебаний на поведение струи.

**Ключевые слова:** плоская струя, неустойчивость, поперечные колебания, численное моделирование, поле скорости, завихренность.

### Введение

В настоящее время возрастает интерес к микроструйным течениям [1–4], связанный с развитием технологий микроэлектромеханических систем (МЭМС), водородной энергетики, где основное внимание уделяется вопросам струйного истечения из малоразмерных устройств и возможностям влиять на него с помощью методов управления. Так, например, наложение акустического поля вызывает появление вихревых структур, способствующих росту степени смешения воздуха с топливом и устойчивости пламени, снижению температуры, длины пламени и эмиссии вредных выбросов [4]. Можно отметить и применение пульсирующих микроструй для воздействия на основные источники шума от самолетов — крупные турбулентные вихри в выхлопных струях авиадвигателей [5]. Изучение микроструй при вдуве/отсосе через различные отверстия, пористые и перфорированные стенки актуально для управления структурой течений и тепломассообменом. Такое управление используется для эффективной вентиляции и охлаждения газовых турбин (см., например, [6]), в микроэлектронике и других отраслях, а также при разработке актуаторов, влияющих на пограничные слои вокруг обтекаемых тел [7] и предназначенных для снижения сопротивления транспортных средств и экономии топлива.

Затопленная струя представляет собой каноническое течение, которое часто рассматривается для изучения процессов развития сдвиговой неустойчивости и турбулентности вдали от твердых стенок. Исследованию турбулентных струй при больших числах

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 17-01-00332а).

Рейнольдса посвящено много работ, тогда как переходным режимам течения, наблюдаемым в микроструях, уделено меньше внимания. Наиболее изученным является течение в круглых струях. При исследовании плоских струй в экспериментальных работах [2, 3, 8] было показано, что при развитии неустойчивости доминирует асимметричная (синусоидальная) мода: струя колеблется как единое целое на начальном этапе роста возмущений в ламинарном течении (рис. 1). Воздействие акустического поля или механических колебаний на входе в широком диапазоне частот приводит к эффектам расщепления плоской и круглой струй [2, 9]. Угол расширения плоской струи вниз по потоку возрастает от  $18^\circ$  (без искусственных возмущений) до  $30^\circ$  и даже до  $45^\circ$  (при наличии акустического воздействия) в макро- и микроструе соответственно [2, 8]. В круглой струе под влиянием поперечного акустического поля сначала происходит ее деформация и трансформация в плоскую струю, затем развитие синусоидальной моды неустойчивости и раздвоение струи [2].

Численные исследования, как и лабораторные эксперименты, проводились, в основном, для турбулентных круглых струй (см., например, [10]), в том числе и прямое численное моделирование (DNS) расщепления струй на две и более части под влиянием комбинации осесимметричных и спиральных колебаний, наложенных на входной профиль скорости [11, 12]. Работ по расчету свободных плоских струй представлено гораздо меньше. Это может быть отчасти связано с тем, что данные измерений, необходимые для валидации численного алгоритма, относятся к плоской струе, ограниченной стенками в трансверсальном направлении [13] (т.е. к пристеночному, а не свободному потоку), и/или псевдоплоской струе, истекающей из отверстий прямоугольного сечения различного удлинения [14]. В последнем случае течение в центральной части струи будет квазидвумерным только до некоторого сечения, смещающегося вниз по потоку с ростом отношения ширины  $W$  отверстия к его высоте  $H$ , после чего нужно учитывать влияние конечной величины  $W$  и трансформацию струи из прямоугольной сначала в эллиптическую, а затем в круглую вдали от входа. Например, в центре прямоугольной турбулентной струи с  $W/H = 30$  это влияние величины  $W$  не сказывается до  $x/H \sim 30$  (максимум средней скорости  $u_{\max}$  поперек струи снижается по характерному для плоской струи степенному закону  $x^{-1/2}$ ), затем следует переходный участок, а при  $x/H > 150$  затухание величины  $u_{\max}$  описывается как  $x^{-1}$ , что соответствует осесимметричному случаю [14]. В ламинарной струе с  $W/H = 46$  [15] квазидвумерный участок простирался до  $x/H \sim 100$  из-за более медленного, чем в турбулентной струе, затухания ( $u_{\max} \sim x^{-1/3}$ ), но при  $x/H \sim 200$  вместе с переходом от ламинарного к турбулентному состоянию происходила трансформация в круглую струю с  $u_{\max} \sim x^{-1}$ .

При больших числах Рейнольдса течение или является турбулентным уже на входе в струю, или переход к турбулентности происходит недалеко от входа [3], и возможно корректное сравнение данных физических экспериментов и трехмерных расчетов турбулентных плоских струй на относительно малом расстоянии от входа. В последние 20 лет методы моделирования крупных вихрей (LES) и DNS применялись к плоской затоп-



Рис. 1. Визуализация плоской струи при  $Re = 172$ .  
Рисунок воспроизведен из работы [3] с разрешения авторов.

ленной струе с числом Рейнольдса  $Re_m \sim 10^3 \div 10^4$ , основанным на высоте щели  $H$  и средней скорости  $u_m$  на входе. В этих работах (например, [16–18]) область расчета имела длину  $L_x \leq 30H$ . Отметим также расчеты плоской струи с «ударным» входным профилем скорости методом дискретных вихрей с коррекцией на учет вязкости [19] в широком диапазоне  $Re_m = 10^2 \div 10^5$ , где были показаны три участка струи, в том числе начальный ( $x < 4H$ ), промежуточный, с ядром постоянной скорости между растущими слоями смешения, и турбулентный ( $x > 6H$ ), с большей скоростью расширения струи, чем при  $x < 6H$ . Однако в работе [19] не были выявлены эффекты влияния  $Re$  на картину течения в переходной области и точку перехода к турбулентности, указанные в исследованиях [1, 3] в диапазоне  $16 \leq Re_m < 1000$ . Явный недостаток численных исследований нестационарных переходных состояний плоских струй при относительно небольшом числе Рейнольдса связан, по-видимому, с существенным различием масштабов входного отверстия и длин волн синусоидальных возмущений в потоке вдали от входа, что затрудняет проведение адекватного моделирования. С учетом недостатка численных исследований по данному вопросу целью настоящей работы стало изучение структуры течения в плоской струе при небольших числах Рейнольдса без искусственно вводимых возмущений и с наложенными поперечными механическими колебаниями щели на входе, аналогичными воздействию акустических возмущений, с последующим сравнением полученных данных с результатами работ [1–3]. Насколько известно автору, численное моделирование с колебаниями на входе выполнено пока только для осесимметричного случая [11, 12]. Задача заключается в развитии алгоритма численного моделирования на основе уравнений Навье–Стокса, проверки его способности к предсказанию упомянутых выше особенностей роста неустойчивости, вызванной сдвигом скорости и играющей определяющую роль в рассматриваемом течении. При этом в данном алгоритме не вводятся обычные приближения теории гидродинамической устойчивости (см., например, [20]), такие, в частности, как плоскопараллельность потока, малость первичных возмущений или вязких членов. В работе изложен начальный этап верификации алгоритма развития возмущений в двумерных расчетах для наиболее простой постановки с точки зрения геометрии и физики потока — для ламинарной плоской струи с параболическим профилем скорости на входе.

Двумерная постановка исследуемой задачи применима на этапе развития ламинарного течения и асимметричной моды неустойчивости, а также на начальном этапе распада этой моды на более мелкие структуры до момента, пока вторичные возмущения в трансверсальном направлении не станут значительными. Такой подход оправдан при небольших числах Рейнольдса, когда поперечные сдвиги скорости и плотности поддерживают первичную неустойчивость, а ростом вторичной неустойчивости в направлении однородности плоского течения можно пренебречь из-за действия молекулярной вязкости и диффузии. Так, например, при развитии алгоритма расчета течений со стратификацией и барьером при  $Re = 100$  [21] полагалось, что определяющие уравнения в двумерной постановке способны дать корректный в физическом смысле результат для различных режимов неустойчивости при опрокидывании внутренних волн, генерируемых препятствием, что подтвердили опытные данные. Примеры использования методов расчета течений с поверхностью раздела сред [22, 23] демонстрируют применимость двумерной постановки для описания развития потока при разрушении барьера и неустойчивости Рэлея–Тейлора: верификация алгоритма моделирования в сравнении с данными измерений и теории показывает слабое влияние учета трехмерности на интегральные характеристики для режимов течения, близких к ламинарным.

Учет трехмерных эффектов и перехода к развитой турбулентности планируется рассмотреть в будущем, в продолжение настоящей работы. Отметим, что для этого необходимо построение достаточно мелкой сетки с учетом формы и размера отверстия, из которого происходит истечение струи. В частности, при численном моделировании плоской струи с отношением ширины щели к её высоте, равным 180 (как в экспериментах [2]), необходимо гораздо больше узлов расчетной сетки в трансверсальном направлении, чем в вертикальном. Даже в двумерной постановке нестационарный расчет ламинарной плоской струи требует измельчения сетки и больших размеров области для того, чтобы учесть как малые размеры входной щели, так и особенности развития неустойчивости на относительно большом расстоянии от входа, где из-за вовлечения частиц среды в струю характерные числа Рейнольдса постепенно возрастают.

### Метод решения задачи

При решении рассматриваемой задачи использовались полные уравнения неразрывности и Навье–Стокса несжимаемой жидкости в декартовых координатах  $(x, y)$  с постоянными значениями плотности  $\rho$  и кинематической молекулярной вязкости  $\nu$ :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right). \quad (3)$$

После обезразмеривания на максимум скорости на входе  $U$ , высоту входной щели  $H$  и плотность среды  $\rho$  в определяющие уравнения входит один физический параметр — число Рейнольдса  $Re = UH/\nu$ , который определяет соотношение конвективных слагаемых в левой части уравнений (2), (3) и диффузионных членов — в их правой части.

Численное решение системы дифференциальных уравнений (1)–(3) получено на основе алгоритма, предложенного в работе [24] и использованного в исследованиях [24, 25] для определения стационарных решений в отрывных течениях с применением различных моделей турбулентности, а также в исследовании [23] для нестационарных решений в задачах разрушения плотины и развития неустойчивости Рэлея–Тейлора. Дискретизация уравнений (1)–(3) выполнялась на смещенной сетке для обеспечения возможности согласования величин горизонтальной и вертикальной компонент вектора скорости  $(u, v)$  и давления  $p$ , значения которых определялись с помощью процедуры одновременных итераций на основе метода искусственной сжимаемости: для удовлетворения уравнения неразрывности на каждом шаге по времени  $t$  происходит релаксация  $p(x, y, t)$  по псевдо-времени  $\tau$ . Производные по  $t$  и  $\tau$  аппроксимируются явной схемой первого порядка точности. Для члена молекулярной диффузии в уравнении Навье–Стокса используется центральная схема второго порядка. Другие детали алгоритма решения и численной реализации приведены в работах [23–25] и в настоящем исследовании при обсуждении результатов.

На рис. 2 приведена схема изучаемого течения и области расчета размером  $L_x \times L_y$ , на втором и третьем этапах численных экспериментов. На этом и следующих далее рисунках координаты обезразмерены на полувысоту щели  $h = H/2$ , скорость — на  $U$ , завихренность — на  $U/h$ , время — на  $h/U$ .

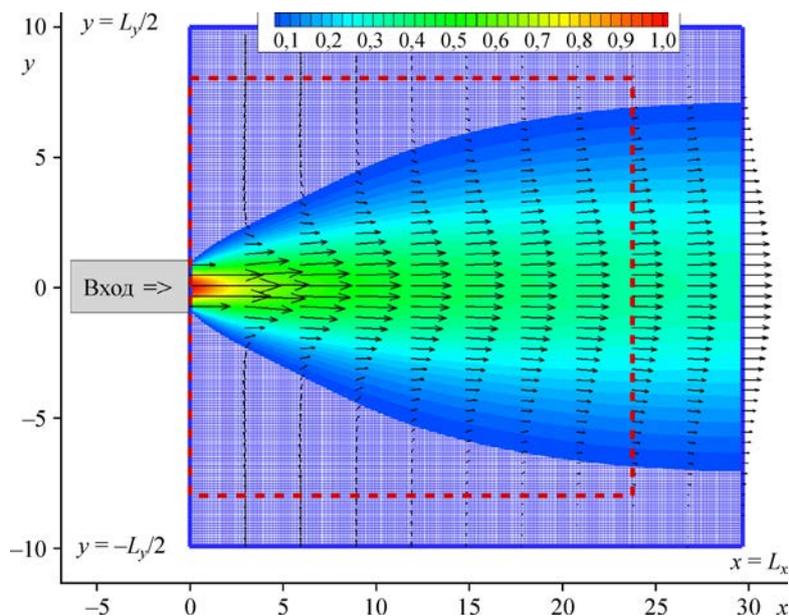


Рис. 2. Схема расчета струи в стационарном случае [26], на которой представлены сетка, координаты границ, вход в струю, вектор скорости (длина стрелок пропорциональна амплитуде скорости), изолинии продольной компоненты вектора скорости. Сплошная синяя линия — границы области расчета, красная штриховая линия — контрольная область, где влияние условий на внешних границах на результаты вычислений мало.

### Результаты расчетов

Предварительные результаты расчетов стационарного течения [26] показали качественно правильную картину развития струи и асимптотическое стремление с ростом продольной координаты  $x$  к степенным законам затухания скорости в центре струи и возрастания её характерных толщин. Эти законы аналогичны точному аналитическому решению для ламинарной струи из точечного источника и данным опыта, полученным при небольших числах Рейнольдса [15, 27, 28].

На первом этапе рассматривалась нижняя часть струи с условием симметрии на верхней границе ( $y = 0$ ), с соответствующим ламинарному течению в канале параболическим профилем скорости  $u(y)$  в щели, с условием прилипания вне щели во входном сечении ( $x = 0$ ) и нулевыми градиентами скорости по нормали к нижней ( $y = -L_y$ ) и выходной ( $x = L_x$ ) границам. Отметим небольшое влияние последнего условия у границы: из уравнения неразрывности из  $du/dx = 0$  следует  $dv/dy = 0$  и  $v = 0$  при  $x = L_x$ , то есть струя вблизи границы перестает расширяться (рис. 2). Это влияние заметно также для зависимостей от  $x$  максимума скорости при  $y = 0$  и для характерной ширины струи вблизи выходного сечения [26], т.е. данные вычислений достоверны в уменьшенной контрольной области внутри области расчета, где влияние границы еще не сказывается (например, с отступом 20 % от границы). Приводимые ниже результаты (см. рис. 3–4) показаны в «окне», составляющем менее двух третей расчетной области по горизонтали и половины по вертикали, где влияние условий на границах на структуру течения отсутствует. На данном этапе изучалось влияние шага по координате и времени, влияние степени разрежения сетки, размера области счета, условий на границах, схем членов конвекции на точность вычислений. Релаксация к стационарному решению проверялась с помощью критерия сравнения полей скорости и давления в разные моменты времени.

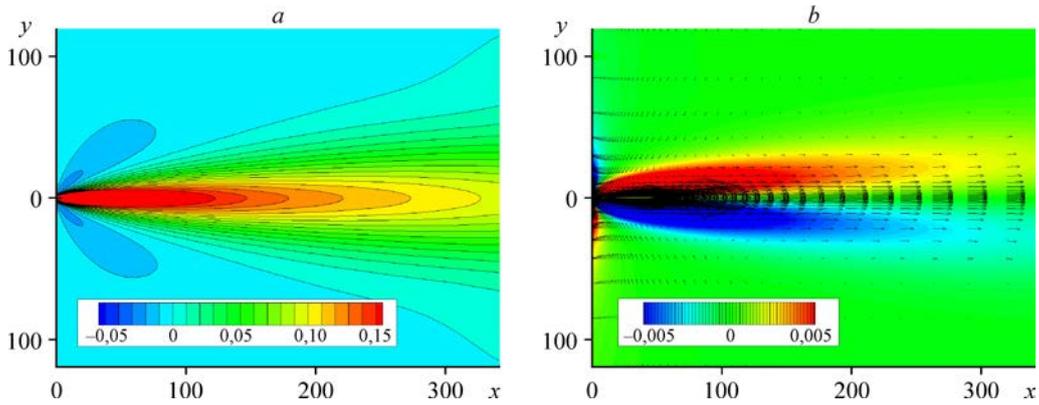


Рис. 3. Распределения горизонтальной компоненты скорости  $u(x, y)$  (а), завихренности  $\omega_z(x, y)$  и вектора скорости (б) для стационарного численного решения в ламинарной плоской затопленной струе при  $Re_m = 16$  и  $t = 1,20 \cdot 10^4$ .

Сходимость к независимому от сетки и положения границ решению была получена по критериям, аналогичным критериям сравнения данных пары расчетов на последовательных сетках [24]. В частности, была проверена разность  $\chi^u = (u^{(1)} - u^{(2)}) / (u_{\max} - u_{\min})$  более грубого ( $u^{(1)}$ ) и точного ( $u^{(2)}$ ) решений для горизонтальной компоненты скорости, где  $u_{\max}$  и  $u_{\min}$  — соответственно максимум и минимум  $u^{(2)}(x, y)$ . При этом проводилась линейная интерполяция  $u^{(1)}$  в узлы сетки для  $u^{(2)}$ , если сетки не совпадали.

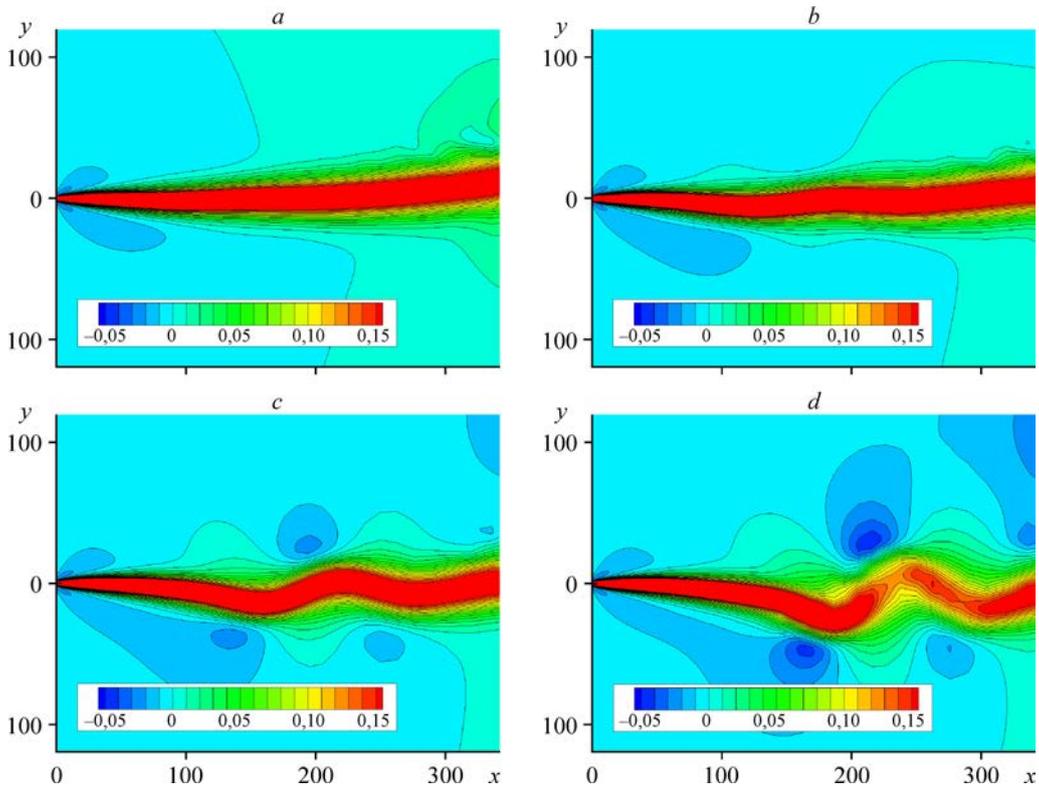


Рис. 4. Эволюция  $u(x, y, t)$  при  $Re_m = 48$  и  $t \cdot 10^{-3} = 5,62$  (а), 6,07 (б), 6,52 (с), 6,88 (д), иллюстрирующая нестационарное численное решение и развитие асимметричной (синусоидальной) моды неустойчивости в ламинарной плоской затопленной струе.

В расчетах при  $Re = 2hU/\nu = 32$  на равномерной сетке с шагом  $h/10$  и фиксированным отношением  $L_x/L_y = 2$  получаем  $\chi^u < 2,0\%$  в сравнении с меньшей в два раза областью (без учета 20 % области, примыкающей к выходной границе) при  $L_x/h \geq 32$ , где  $h$  — полувысота щели,  $U = u(x = y = 0)$  — максимум скорости на входе. Отметим непропорционально медленное уменьшение различий решений с ростом размера области, связанное со смещением распределений скорости при изменении размера области из-за вносящей вклад в  $\chi^u$  перестройки периферии потока, где жидкость поступает из окружающей среды в струю. Кроме того, для выхода стационарного решения на асимптотические степенные законы с ростом  $Re$  [26], а также при появлении крупномасштабных возмущений в случае нестационарных решений необходимо увеличение расчетной области.

Уменьшение шага сетки дает заметный эффект только у входа струи — при  $x < h$ ,  $|y| < 2h$ . Вне этой зоны различия малы. Например,  $|\chi^u| < 0,5\%$  при сравнении решений с  $\Delta x = \Delta y = h/5$  и  $h/10$ . Если пренебречь точностью вычислений у входа струи, можно выбрать  $\Delta x = \Delta y = h/10$  и задать разрежение сетки при  $x > h$  и  $|y| > 2h$  согласно геометрической прогрессии, где отношения размеров соседних ячеек по направлениям  $x$  и  $y$  постоянны и равны  $\alpha$ . Результаты сравнения пар стационарных решений показали, что в расчетах с противопоточной схемой первого порядка для нелинейных членов конвекции можно выбрать  $\alpha < 1,2$ , и  $\alpha < 1,4$  — в расчетах с центрально-разностной схемой, используемой в вычислениях на втором и третьем этапах, которые будут описаны ниже. Для адекватного воспроизведения нестационарных решений коэффициенты растяжения сетки  $\alpha$ , по-видимому, должны быть меньше.

На втором этапе выбирается полная область, содержащая и верхнюю, и нижнюю части струи. Вместо условия симметрии на верхней границе задаются нулевые градиенты компонент вектора скорости по нормали как к верхней ( $y = 0,5L_y$ ), так и к нижней ( $y = -0,5L_y$ ) границам. В этом случае появляется возможность получить нестационарные решения, поскольку условие симметрии в плоскости  $y = 0$  приводит к искусственному подавлению поперечных колебаний струи. Остальные условия остаются без изменений.

При  $t = 0$  скорость струи равняется нулю везде, кроме ламинарного потока на входе из щели. То есть во входном сечении при  $|y| \leq h$ , как и на первом этапе, задается только параболический профиль горизонтальной компоненты вектора скорости  $u(y) = U(1 - (y/h)^2)$ , а вертикальная компонента  $v$  и пульсации скорости равны нулю в соответствии с ламинарностью потока на входе. При достаточно большом числе  $Re$  неустойчивость в струе на некотором расстоянии от входа может формироваться и без искусственного введения случайных возмущений из-за различных численных факторов, например, ошибок округления и недиссипативности схемы конвективных членов. Чтобы проследить развитие неустойчивости на большом расстоянии от входа, область расчета была увеличена до размеров  $L_x = L_y = 500h$ , при этом ячейки в сетке располагались с шагом  $\Delta x = \Delta y = h/10$  у входной щели при  $x < h$ ,  $|y| < 2h$  и коэффициент растяжения сетки  $\alpha = 1,05$  увеличивался с геометрической прогрессией по мере удаления от щели по горизонтали при  $x > h$  и по вертикали при  $|y| > 2h$ . Проведенные расчеты при различных  $L_x, L_y, \Delta x, \Delta y, \alpha$  показали оптимальность этого выбора, соответствующего прямоугольной неравномерной сетке  $123 \times 233$ , позволяющего воспроизвести детали нестационарной структуры течения в плоской струе.

В отсутствие задания симметрии в центральной плоскости струи, вследствие численной неустойчивости, выступающей в роли триггера для развития физической неустойчивости, возможен рост возмущений, аналогичных самовозбуждению неустойчивости струи в экспериментах [1–3], где также было установлено влияние числа Рейнольдса

на переход от ламинарного режима струи к неустойчивому или турбулентному. Так, например, в работе [1] при  $Re_m = u_m H / \nu = 16$ , где  $H = 2h$  – высота щели,  $u_m$  — среднерасходная скорость на входе, перехода зафиксировано не было. При  $Re_m = 32$  и  $48$  переход имел место для  $H = 0,05$  мм на больших расстояниях от входа —  $280 < x/H < 400$ , где прямоугольная струя с отношением ширины к высоте на входе  $W/H = 40$ , очевидно, уже трансформировалась в круглую [15], но не наблюдался для  $H = 0,1$  и  $0,2$  мм [1], по-видимому, из-за более слабой восприимчивости течения к случайным возмущениям с ростом размера щели. При  $Re_m = 80$  и  $160$  переход происходил для любой высоты щели и на гораздо меньших  $x$  [1] в согласии с данными [2] при  $Re_m \approx 100$  и данными [3] при  $Re_m = 172$ . Однако визуализация [1] показывала переход от ламинарного к турбулентному режиму струи практически в одной точке, тогда как в экспериментах [2, 3] имел место длинный переходный участок течения с синусоидальными колебаниями, соответствующими асимметричной моде неустойчивости. В измерениях [27] в ламинарной струе с  $W/H = 150$  и  $H = 0,2$  мм при  $Re \geq 12$  также происходило естественное возбуждение синусоидальной моды неустойчивости, что приводило к развитию турбулентности, начиная с  $Re \sim 50$  ( $Re_m \sim 30$ ).

В настоящей работе, как и в исследовании [1], неустойчивости при  $Re_m = 16$  ( $Re = 24$ ) не наблюдается — в расчете с большим размером области происходило формирование стационарного решения (рис. 3), сохраняющегося долгое время и симметричного относительно  $y = 0$ . При  $Re_m > 25$  ( $Re \geq 40$ ) после достижения плоской струей выходной границы появляются поперечные синусоидальные колебания, длина волны которых возрастает с ростом  $x$ , а амплитуда — с ростом времени (рис. 4–6). Как отмечалось выше, двумерный расчет способен воспроизвести начальный этап развития неустойчивости (в предположении однородности струи в трансверсальном направлении  $z$ , т.е. малости вторичных возмущений по  $z$ ), затем решение может оказаться нефизическим, поскольку на поздних этапах перехода к турбулентности течение становится трехмерным. Тем не менее результаты отчетливо показывают самовозбуждение первичных возмущений струи (рис. 4–6) в широком диапазоне  $Re$  и разделение струи на начальный ламинарный участок у выхода из щели (с горизонтальным движением), зону перехода с синусоидальной неустойчивостью и область вдали от входа, где характер течения усложняется, указывая на развитие турбулентности. Результат расчета поведения струи соответствует данным [2, 3, 27] (рис. 1), что свидетельствует о возможности применения двумерной постановки задачи до  $Re_m \sim 10^2$  и  $x < 300h$ .

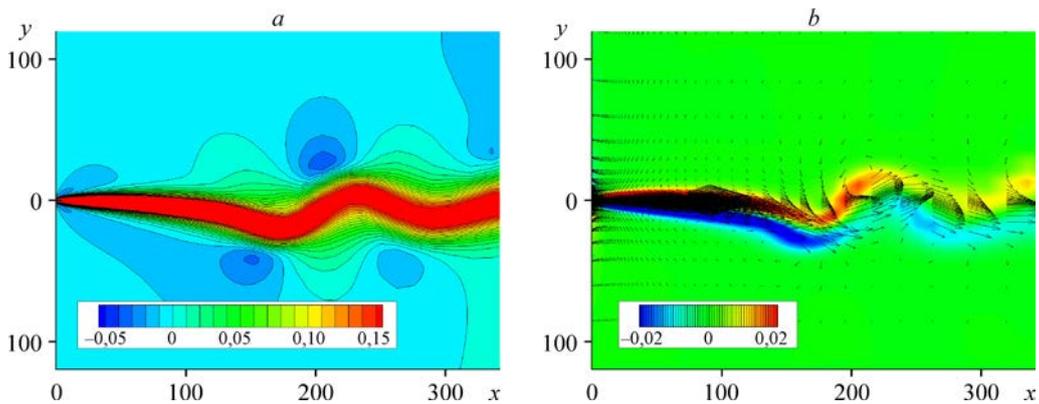


Рис. 5. Распределения горизонтальной компоненты скорости  $u(x, y)$  (a), завихренности  $\omega_z(x, y)$  и вектора скорости (b) для стационарного численного решения в ламинарной плоской затопленной струе при  $Re_m = 48$  и  $t = 6,70 \cdot 10^3$ .

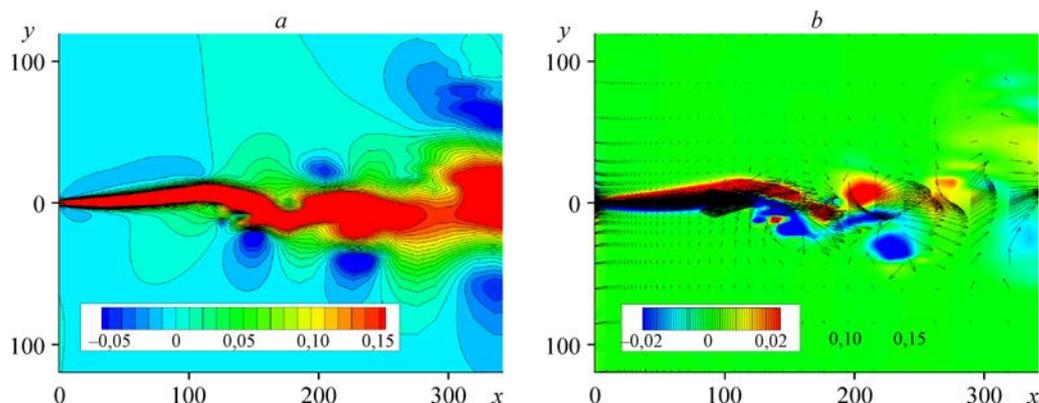


Рис. 6. Распределения горизонтальной компоненты скорости  $u(x, y)$  (а), завихренности  $\omega_2(x, y)$  и вектора скорости (б) для стационарного численного решения в ламинарной плоской затопленной струе при  $Re_m = 80$  и  $t = 6,00 \cdot 10^3$ .

Длина волны  $\lambda$  синусоидальной неустойчивости в случае, например,  $Re = 80$  возрастает примерно от  $40H$  до  $100H$  с увеличением расстояния от щели  $x/H$  от 120 до 500, характерные среднеквадратичные скорости осцилляций по вертикали составляют  $v^* \approx 0,05U$ . Для этих значений  $\lambda$  и  $v^*$  при  $H = 0,2$  мм [2] получаем оценку диапазона частот колебаний  $f (\approx v^*/\lambda) \approx 20 \div 38$  Гц, что хорошо соотносится с  $f = 30$  Гц для самовозбуждения струи без наложенного поперечного акустического поля [8]. Также этот диапазон попадает в более широкий интервал частот естественных синусоидальных колебаний  $f \approx 4 \div 100$  Гц, наблюдавшихся для микроструи в измерениях [27] при  $12 \leq Re \leq 200$ .

На третьем этапе неподвижная стенка во входном сечении ( $x = 0$ ) заменяется нестационарными условиями с механическими колебаниями стенки, заданными в виде

$$u(y, t) = U[1 - (y^*)^2/h^2] \text{ при } y^* \leq h, \quad u(y) = 0 \text{ при } y^* > h, \quad v(t) = \omega Y_0 \cos(\omega t),$$

где  $y^* = y - Y(t)$ ,  $\omega = 2\pi f$ , функция  $Y(t) = Y_0 \sin(\omega t)$  задает периодическое вертикальное смещение стенки,  $Y_0$  и  $f$  — амплитуда и частота (в Гц) механических колебаний стенки во входном сечении, при  $Y_0 = 0$  получаем стационарное условие, которому соответствуют неподвижная стенка и ламинарный поток из щели.

В экспериментах [2] полуввысота струи воздуха составляла  $h = 0,1$  мм, а диапазон частот поперечных акустических колебаний —  $f \leq 4$  КГц. В настоящих расчетах в условиях колебаний стенки на входе и с теми же значениями  $h$  и  $f$  вертикальная скорость  $v(x = 0, t) \leq 2,5$  м/с имеет величину порядка или меньше горизонтальной скорости (максимум которой  $U$  меняется от 1,8 до 12 м/с для потока воздуха при  $h = 10^{-4}$  м и рассматриваемых числах  $Re$  от 24 до 160), и течение в струе остается несжимаемым. Отметим, что частоте колебаний в безразмерном виде соответствует число Струхала  $Sh = f(2h/U)$ . Это соотношение применялось для акустических колебаний в экспериментах с макроструей [8], но не использовалось в исследованиях для микроструй [2, 4]. Малая величина  $Sh$  в [2, 4], где  $Re \sim 100$  (см. также рис. 7), соответствует длинам волн  $\lambda$  индуцируемых при этом колебаний, на два порядка большим полуввысоты струи на входе, как и при самовозбуждении синусоидальной неустойчивости (рис. 4–6), в отличие от случая струи, исследованной в [8], где  $Re = 3577$  и  $\lambda/h \sim 1$ .

На рис. 3–7 величины обезразмерены на  $U$  и  $h$ , а большие значения порядка  $10^4$  для безразмерных моментов времени связаны со следующим. Скорость струи, истекающей при  $t = 0$  в неподвижную среду из щели, падает вниз по потоку из-за расширения струи.

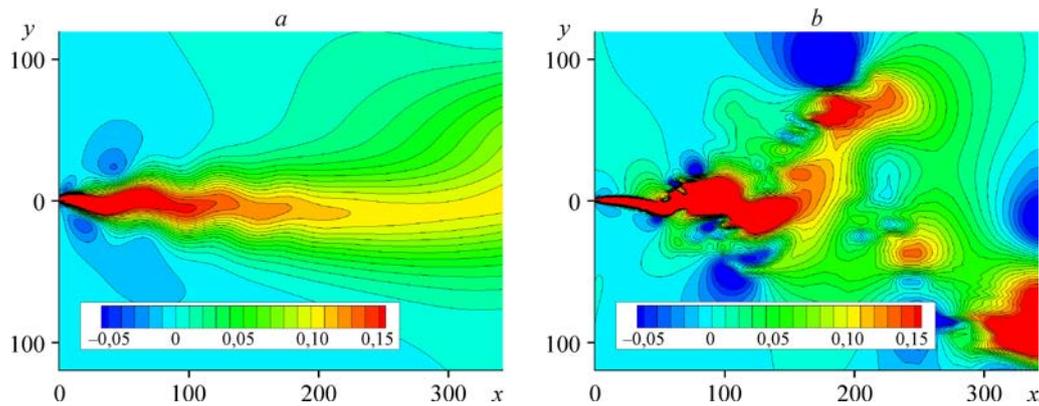


Рис. 7. Изолинии  $u(x, y)$  для  $Y_0 = 1,5h$  при  $Re = 24$ ,  $Sh = 0,0033$  ( $f = 30$  Гц, что соответствует частоте самовозбуждения струи в экспериментах [8]) в момент  $t = 1,03 \cdot 10^4$  (a) и при  $Re = 160$ ,  $Sh = 0,0025$  ( $f = 150$  Гц, при этой частоте струя подробно изучена в работе [2]) в момент  $t = 4,84 \cdot 10^3$  (b).

Область длиной  $500h$  струя «проходит» за безразмерное время  $T \sim 10^3$ . Нестационарное состояние струи с проявлением эффектов синусоидальной неустойчивости, которой соответствует  $\lambda/h \sim 10^2$ , формируется за несколько таких периодов  $T$ .

Включение поперечных осцилляций стенки на входе приводит к появлению вынужденных колебаний струи (рис. 7), затухающих с ростом  $x$  при небольших числах Рейнольдса и возрастающих вниз по течению при  $Re \geq 40$ . Картина возникновения колебаний на начальном участке струи при  $Re = 24$  (рис. 7a) соответствует наблюдавшейся в опытах [28], где поперечные колебания индуцировались за счет работы МЭМС-актуаторов, помещенных у входа в струю при  $Re = 25$  и воздействовавших на поток с частотой 6 Гц. В отсутствие вынуждающего воздействия микроактуаторов в работе [28] имело место стационарное ламинарное течение (как на рис. 3). При  $Re \geq 40$ , как и в исследованиях [2] наблюдалось, согласно данным опытов, возрастание скорости расширения струи с ростом угла расширения до  $45^\circ$  и ускорение перехода от ламинарного к турбулентному режиму течения по сравнению с условием  $Y_0 = 0$  на входе, а также нечто похожее на раздвоение струи на два фрагмента, движущихся по диагонали от входа (рис. 7b).

### Заключение

Получены результаты верификации алгоритма расчета и численного исследования неустойчивости, обусловленной сдвигом скорости в плоской струе и играющей определяющую роль в рассматриваемом течении. Нестационарные численные решения качественно согласуются с данными физического эксперимента, в том числе при наличии механических колебаний стенки во входном сечении струи, аналогичных акустическому воздействию. Выполненный расчет с вводом поперечных гармонических осцилляций в переходных режимах плоской струи при небольших числах Рейнольдса (где восприимчивость к внешним возмущениям, по-видимому, возрастает) — первый, насколько известно автору, подобный численный эксперимент. В продолжение настоящих исследований в перспективе планируется проверить эффекты перехода от двумерных к трехмерным расчетам в широких диапазонах параметров, с учетом формы отверстия, откуда истекает струя, и уровня искусственных и случайных возмущений в поле течения на воспроизведение деталей структуры потока.

## Список литературы

1. Gau C., Shen C.H., Wang Z.B. Peculiar phenomenon of micro-free-jet flow // *Physics of Fluids*. 2009. Vol. 21. P. 092001-1–092001-13.
2. Козлов В.В., Грек Г.Р., Литвиненко Ю.А., Козлов Г.В., Литвиненко М.В. Дозвуковые круглая и плоская макро- и микроструи в поперечном акустическом поле // *Вест. НГУ. Серия: Физика*. 2010. Т. 5, вып. 2. С. 28–42.
3. Леманов В.В., Терехов В.И., Шаров К.А., Шумейко А.А. Экспериментальное исследование затопленных струй при низких числах Рейнольдса // *Письма в ЖТФ*. 2013. Т. 39, вып. 9. С. 34–40.
4. Козлов В.В., Грек Г.Р., Коробейничев О.П., Литвиненко Ю.А., Шмаков А.Г. Особенности горения водорода в круглой и плоской струе в поперечном акустическом поле и их сравнение с результатами горения пропана в тех же условиях // *Вестник НГУ. Серия: Физика*. 2014. Т. 9, вып. 1. С. 79–86.
5. Пат. 2357109 РФ, МПК<sup>7</sup> F15D 1/08, F01N 1/02, B06B 1/02, H01T 19/04, H05F 3/040. Устройство и способ воздействия на вихревые структуры в турбулентной воздушной струе / Копьев В.Ф., Остриков Н.Н., Зайцев М.Ю., Чернышев С.А.; заявитель и патентообладатель Международный научно-исслед. институт проблем управления. № 2007141384/11; заявл. 07.11.2007; опубл. 27.05.2009. 7 с.
6. Сенучи З., Бенабед М. Численное моделирование тангенциальной щели вдува на эффективность пленочного охлаждения для асимметричной лопатки турбины // *Теплофизика и аэромеханика*. 2016. Т. 23, № 5. С. 749–763.
7. Корнилов В.И., Бойко А.В., Кавун И.Н. Управление турбулентным пограничным слоем путем вдува воздуха за счет ресурсов внешнего потока // *Теплофизика и аэромеханика*. 2015. Т. 22, № 4. С. 429–443.
8. Козлов Г.В., Грек Г.Р., Сорокин А.М., Литвиненко Ю.А. Влияние начальных условий на срезе сопла на структуру течения и устойчивость плоской струи // *Вест. НГУ. Серия: Физика*. 2008. Т. 3, вып. 3. С. 14–33.
9. Reynolds W.C., Parekh D.E., Juvet P.J.D., Lee M.J.D. Bifurcating and blooming jets // *Annu. Rev. Fluid Mech.* 2003. Vol. 35. P. 295–315.
10. Волков К.Н., Емельянов В.Н., Зазимко В.А. Турбулентные струи – статистические модели и моделирование крупных вихрей. М: Физматлит, 2013. 360 с.
11. Danaila I., Voersma B.J. Direct numerical simulation of bifurcating jets // *Phys. Fluids*. 2000. Vol. 12, No. 5. P. 1255–1257.
12. Tyliczszak A. Parametric study of multi-armed jets // *Int. J. Heat Fluid Flow*. 2018. Vol. 73. P. 82–100.
13. Mi J., Deo R.C., Nathan G.J. Characterization of turbulent jets from high-aspect-ratio rectangular nozzles // *Phys. Fluids*. 2005. Vol. 17, Iss. 6. P. 068102-1–068102-4.
14. Deo R.C., Nathan G.J., Mi J. Comparison of turbulent jets issuing from rectangular nozzles with and without sidewalls // *Exp. Therm. Fluid Sci.* 2007. Vol. 32. P. 596–606.
15. Aniskin V.M., Maslov A.A., Mukhin K.A. Structure of subsonic plane microjets // *Microfluid. Nanofluid.* 2019. Vol. 23, No. 4. P. 1–16.
16. Le Ribault C., Sarkar S., Stanley S.A. Large eddy simulation of a plane jet // *Phys. Fluids*. 1999. Vol. 11, No. 10. P. 3069–3083.
17. Stanley S.A., Sarkar S., Mellado J.P. A study of the flow-field evolution and mixing in a planar turbulent jet using direct numerical simulation // *J. Fluid Mech.* 2002. Vol. 450. P. 377–407.
18. Watanabe T., Sakai Y., Nagata K., Ito Y., Hayase T. Vortex stretching and compression near the turbulent/non-turbulent interface in a planar jet // *J. Fluid Mech.* 2014. Vol. 758. P. 754–785.
19. Шмагунов О.А. Моделирование струйных течений вязкой жидкости методом дискретных вихрей // *Прикл. механика и техн. физика*. 2012. Т. 53, № 1. С. 24–31.
20. Бетчов Р., Кримнале В. Вопросы гидродинамической устойчивости. М: Мир, 1971. 350 с.
21. Paisley M.F., Castro I.P., Rockliff N.J. Steady and unsteady computations of strongly stratified flows over a vertical barrier // *Stably Stratified Flows: Flow and Dispersion over Topography*. Oxford: Clarendon Press, 1994. P. 39–59.
22. Kelecy F.J., Pletcher R.H. The development of a free surface capturing approach for multidimensional free surface flows in closed containers // *J. Comput. Phys.* 1997. Vol. 138. P. 939–980.
23. Яковенко С.Н. Влияние перепада плотности и поверхностного натяжения на поверхности раздела текучих сред на развитие неустойчивости Рэлея–Тейлора // *Изв. РАН. Механика жидк. и газа*. 2014. № 6. С. 54–69.
24. Курбацкий А.Ф., Яковенко С.Н. Численное исследование турбулентного течения вокруг двумерного препятствия в пограничном слое // *Теплофизика и аэромеханика*. 1996. Т. 3, № 2. С. 145–163.

25. **Yakovenko S.N., Chang K.C.** Performance examination of geometry-independent second-moment closures in simple and backstep flows // Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals. 2007. Vol. 51, Iss. 2. P. 179–204.
26. **Yakovenko S.N.** Modeling of plane jet at moderate Reynolds numbers // AIP Conf. Proceedings. 2017. Vol. 1893, Iss. 1. P. 030101-1–030101-5.
27. **Sato H., Sakao F.** An experimental investigation of the instability of a two-dimensional jet at low Reynolds numbers // J. Fluid Mech. 1964. Vol. 20. P. 337–352.
28. **Peacock T., Bradley E., Hertzberg J., Lee Y.-C.** Forcing a planar jet flow using MEMS // Exp. Fluids. 2004. Vol. 37. P. 22–28.

*Статья поступила в редакцию 31 мая 2018 г.,  
после доработки — 29 мая 2019 г.,  
принята к публикации 4 июня 2019 г.*