

УДК 532.529.5:536.24

## **Методы измерения полей скорости в задаче исследования течения в канале с периодическими холмами<sup>\*</sup>**

**Л.А. Козинкин, М.Н. Карчевский**

*Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск  
Новосибирский государственный университет*

E-mails: leon7archer@gmail.com; karchevskymi@gmail.com

В настоящей работе проводится исследование характеристик потока в канале с периодическими холмами на основе трех алгоритмов расчета поля скорости потока по изображениям: Particle Image Velocimetry, Particle Tracking Velocimetry и Pyramid Correlation. Представлены описания алгоритмов, детальная информация об эксперименте, параметрах обработки полученных данных, а также приведены результаты расчетов мгновенных полей скорости в некоторые моменты времени, полученные соответствующими методами. Кроме того, проведено сравнение представленных техник на основе экспериментальных данных.

**Ключевые слова:** Particle Image Velocimetry (PIV), Particle Tracking Velocimetry (PTV), Pyramid Correlation, поле скорости, пульсации скорости.

### **Введение**

Существенную роль в дальнейшем развитии науки и техники играет ряд факторов, одним из которых является повышение точности оборудования, в особенности этот фактор важен в измерительных технологиях. Метод Particle Image Velocimetry (PIV, цифровая трассерная визуализация) [1] был изобретен в конце 70-х годов прошлого столетия и сейчас уже является практически эталонным инструментом для измерения скорости в потоках жидкости и газа. PIV-методики продолжают развиваться и по сей день, возникают новые направления их использования и новые модификации, такие как томографический способ восстановления объема или исследования движения потоков в микроканале. Наряду с этим развивается и традиционный трековый метод Particle Tracking Velocimetry (PTV, алгоритмы слежения за частицами) [2], который в чем-то дополняет PIV-метод, а в некоторых случаях решает задачи, непосильные для последнего. Оба эти метода применяются в экспериментальной механике жидкости и газа для измерения локальных характеристик потока, давая возможность измерения целого ряда физических величин бесконтактным методом, который позволяет получать информацию о типе и структуре потока, не оказывая на него при этом прямого влияния [3].

---

<sup>\*</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 14-19-01685, под руководством Д.М. Марковича).

Развитие технологий фото- и видеоаппаратуры привело к появлению высокоскоростных камер, отличительной чертой которых является достаточно высокое разрешение, порядка  $1024 \times 1024$  пикселей, с частотой съемки более 1000 Гц [4]. В то же время, постепенно увеличиваются вычислительные мощности компьютеров. Все это в совокупности предоставляет новые возможности в сфере цифровой трассерной визуализации, в частности, открывает новые горизонты для экспериментов, позволяющих отследить высокие скорости потоков.

Таким образом, получили развитие новые, ранее невозможные в силу недостатка данных или процессорных мощностей, алгоритмы обработки. Возможность получения в ходе эксперимента набора высоко разрешенных во времени изображений течения привела к появлению методов, использующих для расчета поля мгновенных скоростей в данный момент времени результаты некоторого набора измерений как в предыдущие, так и в последующие моменты. К таким техникам относятся, например, метод локально оптимизированного временного разложения (Locally Optimized Temporal Separation) [5], корреляция на основе скользящего среднего (Sliding Average Correlation) [6], многокадровая пирамидальная корреляция (Multi-Frame Pyramid Correlation — MFPC) [7], корреляция траекторий жидкости (Fluid Trajectory Correlation) [8].

## 1. Алгоритмическая теория

В настоящей работе был использован ряд хорошо зарекомендовавших себя алгоритмов. В частности, были применены методики Particle Image Velocimetry, Particle Tracking Velocimetry и Multi-Frame Pyramid Correlation. Представленные методы имеют как двумерные, так и трехмерные реализации; в настоящей статье используются только двумерные.

### 1.1. Метод PTV

Схема стандартного метода слежения за частицами, использующего два последовательных кадра, выглядит следующим образом. На первом этапе изображения с частицами анализируются для определения положений центров частиц. На втором этапе проводится слежение за частицами, т.е. для каждой идентифицированной частицы первого кадра отыскивается соответствующая частица на втором кадре. Основываясь на информации о положении частицы в оба момента времени (на двух кадрах), строится вектор смещения частицы. На следующем этапе отсеиваются вектора, неверно определенные на этапе слежения.

Для определения положения центров частиц использовался метод корреляции с маской (Particle Mask Correlation), который обладает хорошей точностью определения положения центра частицы и не зависит от интенсивности образа частицы. Единственное ограничение, допускаемое методом, это форма пика образа.

Для идентификации частиц предварительно строится маска [9] (шаблон) частицы в форме двумерного распределения Гаусса:

$$G(x, y) = a \cdot \exp \left[ -\frac{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}{2\sigma^2} \right].$$

Затем, в каждой точке изображения производится свертка области вокруг текущей точки (области рассмотрения) с гауссовой маской, результатом которой является нормализованный коэффициент корреляции. Чем больше текущая область рассмотрения подобна куполообразной Гауссовой маске, тем больше результирующий коэффициент корреляции (от  $-1$  до  $1$ ):

$$C(x_0, y_0) = \frac{\sum_{i=x_0-m/2}^{x_0+m/2} \sum_{j=y_0-n/2}^{y_0+n/2} (I(i, j) - \hat{I})(G(i, j) - \hat{G})}{\sqrt{\sum_{i=x_0-m/2}^{x_0+m/2} \sum_{j=y_0-n/2}^{y_0+n/2} (I(i, j) - \hat{I})^2} \sqrt{\sum_{i=x_0-m/2}^{x_0+m/2} \sum_{j=y_0-n/2}^{y_0+n/2} (G(i, j) - \hat{G})^2}}.$$

Таким образом, из поля интенсивности (т.е. из цифрового изображения) рассчитывается поле корреляций, и каждому куполообразному пику интенсивности будет соответствовать куполообразный пик значений корреляций. Однако высота пика в поле корреляций не зависит ни от высоты, ни от ширины пика (размера частицы) в поле интенсивности, а зависит исключительно от формы пика интенсивности. К преимуществам этого метода можно отнести его способность с большой точностью различать две или несколько близко расположенных частиц, образы которых частично перекрываются. К тому же, время расчета мало зависит от размера маски и параметров функции Гаусса. К недостаткам метода следует отнести высокую чувствительность к шуму.

Для поиска пар частиц использовался релаксационный метод. Этот метод, описанный в работе [10], основывается на оценке вероятности каждой из возможных пар. Для каждой частицы на первом кадре ведется поиск пары на втором кадре в пределах окружности с радиусом, равным максимально возможному перемещению  $T_m$ . Каждому из возможных исходов присваивается одна и та же начальная вероятность  $P_{ij}$ , кроме того, рассматривается отдельная вероятность для состояния потери пары  $P_i^*$ , которая также равна начальной вероятности остальных вариантов.

Сумма вероятностей всех исходов равна единице. Допустим, на втором кадре в пределах радиуса  $T_m$  от положения текущей частицы на первом кадре оказалось  $r$  частиц, тогда:

$$\sum_r P_{ij} + P_i^* = 1, \quad P_{ij} = P_i^* = 1/(r+1).$$

Вероятность каждого исхода итерационно пересчитывается. При оценке вероятности одного из исходов рассматриваемой частицы у соседних частиц на первом кадре ведется поиск пар, которые соответствуют близкому к рассматриваемому исходу смещению, и, в случае нахождения, вероятности соответствующих исходов соседей, посчитанные на предыдущей  $(s-1)$ -ой итерации, дают вклад в вероятность текущей пары на  $(s)$ -ой итерации.

Соседними частицами являются те, что находятся в пределах радиуса  $T_n$  от текущей частицы. Критерий достаточной близости смещения соседних частиц, который также называется критерием жесткости, определяется радиусом  $T_q$  (см. рис. 1). Вектора смещения соседних частиц, находящиеся в пределах  $T_n$ , не должны отличаться больше чем на вектор  $\overline{T_q}$  от рассматриваемого смещения для текущей частицы, который удовлетворяет условию жесткости:  $\|\overline{T_q}\| < T_q$ .

$$\tilde{P}_{ij}^{(s)} = A \cdot P_{ij}^{(s-1)} + B \cdot Q_{ij}^{(s-1)}, \quad Q_{ij}^{(s-1)} = \sum_k \sum_l P_{kl}^{(s-1)},$$

$$P_{ij}^{(s)} = \frac{\tilde{P}_{ij}^{(s)}}{\sum_j P_{ij}^{(s)} + P_i^{*(s-1)}},$$

$$P_i^{*(s)} = \frac{P_i^{*(s-1)}}{\sum_j P_{ij}^{(s)} + P_i^{*(s-1)}},$$

здесь  $\tilde{P}_{ij}^{(s)}$  — ненормализованное значение вероятности,  $A < 1, B > 1$  — коэффициенты сходимости итерационного ряда,  $Q_{ij}^{(s-1)}$  — сумма

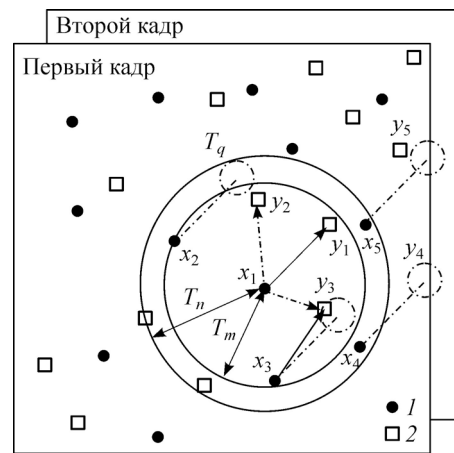


Рис. 1. Принципиальная схема расчета поля скорости методом PTV. 1, 2 — частицы из первого и второго кадров соответственно.

всех вероятностей соседей, удовлетворяющих условию жесткости,  $P_{ij}^{(s)}$  — вероятность перехода  $i$ -ой частицы из первого кадра в  $j$ -ую частицу во втором кадре на  $(s)$ -ом шаге итерации,  $P_i^{*(s)}$  — вероятность потери пары на  $(s)$ -ом шаге итерации.

Описанный метод позволяет определять пары частиц без дополнительных предварительных расчетов и может быть применен для обработки потоков с высокой концентрацией частиц (вплоть до 0,05 частиц/пиксель<sup>2</sup>). Процесс слежения регулируется тремя параметрами: значением максимального перемещения  $T_m$ , радиусом окрестности текущей частицы  $T_n$ , в которой соседние частицы показывают схожее движение с небольшими отклонениями, и величиной такого отклонения  $T_q$ .

### 1.2. Метод PIV

Принципиально другой в отличие от PTV способ построения поля скорости потока, основанный на цифровой трассерной визуализации, представляет собой алгоритм кросс-коррелирования двух последовательных изображений (PIV) [11] (см. рис. 2). Изображение, поступившее с камеры, охватывает измерительную область, которая разбивается на более мелкие ячейки размером  $d_x \times d_y$  (расчетные ячейки), в которых будет проводиться кросс-корреляция. Интенсивность, распределенную в ячейках, можно представить в виде функций  $I_1(x, y)$  и  $I_2(x, y)$  для первого и второго кадров соответственно. Корреляционная функция в точке  $(m, n)$  вычисляется по формуле:

$$\Phi_{I_1, I_2}(m, n) = \sum_{l=-d_x/2}^{d_x/2} \sum_{k=-d_y/2}^{d_y/2} I_1(k, l) \cdot I_2(k + m, l + n).$$

Максимум полученной корреляционной функции соответствует наиболее вероятному значению смещения  $D$  в измерительной ячейке с предположением, что скорость потока во всей элементарной ячейке примерно одинакова. Средняя скорость потока в данной ячейке может быть получена из формулы  $\bar{V} = S \cdot D / (\Delta t)$ , где  $\Delta t$  — время задержки между кадрами.

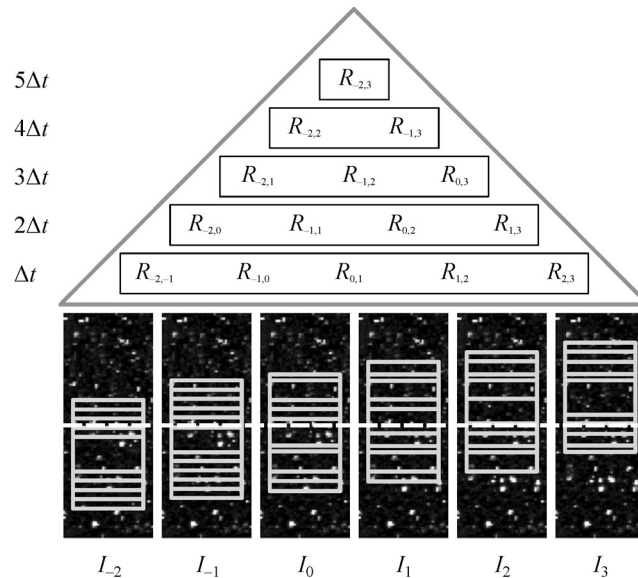


Рис. 2. Принципиальная схема расчета поля скорости методом PIV.

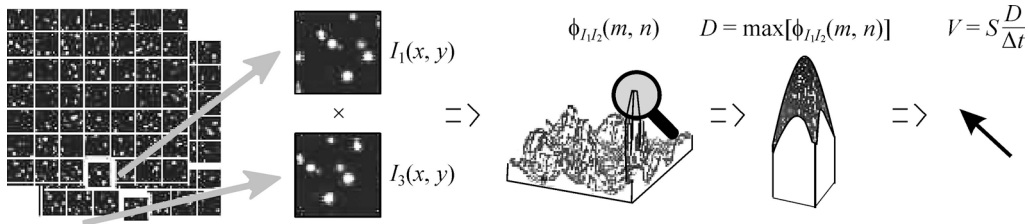


Рис. 3. Принципиальная схема вычисления корреляционных функций по набору изображений в алгоритме Pyramid Correlation.

### 1.3. Метод Multi-Frame Pyramid Correlation

Одним из обобщений вышеприведенного метода PIV является многокадровый пирамидальный кросскорреляционный алгоритм [7] с хорошим разрешением по времени. Суть методики заключается в использовании короткой последовательности эквидистантных по времени изображений для расчета кросскорреляционной функции в каждый момент времени, что позволяет существенно повысить соотношение сигнал/шум и, как следствие, улучшить точность определения пика (см. рис. 3).

Пусть  $N$  — длина последовательности изображений, используемой в алгоритме. Тогда положим  $n_{opt} = N - 1$  — число всевозможных корреляционных функций между соседними кадрами, другими словами, основание пирамиды. Полагая без потери общности  $n_{opt}$  нечетным числом, найдем последовательность кросс-корреляционных функций, упорядоченных по временным интервалам:

$$\bar{R}_n(\Delta x) = \frac{1}{n_{opt} - n + 1} \sum_{i=(n_{opt}-1)/2}^{(n_{opt}+1)/2} R_{ii+n}(\Delta x), \quad n = 1, 2, \dots, n_{opt}$$

где  $\Delta x = (\Delta x, \Delta y) \in D$  — координаты корреляционной функции в дискретной области смещений  $D$  некоторой элементарной ячейки,  $R_{i,i+n}$  — корреляционная функция между  $i$ -ым и  $(i+n)$ -м кадрами.

С ростом временного интервала между кадрами (увеличивая параметр  $n$ ), можно получить более точный вектор смещения отдельной частицы. Однако при этом высота настоящего корреляционного пика значительно уменьшается вследствие эффектов потери пары, движения вне корреляционной плоскости и изменения формы пика, связанного с неучтенными локальными вариациями скорости.

Полученные кросскорреляционные функции  $\bar{R}_n$  нельзя просто просуммировать, т.к. они соответствуют различным временным смещениям. Поэтому используется преобразование гомотетии, которое служит для масштабирования всех функций по времени (см. рис. 4):

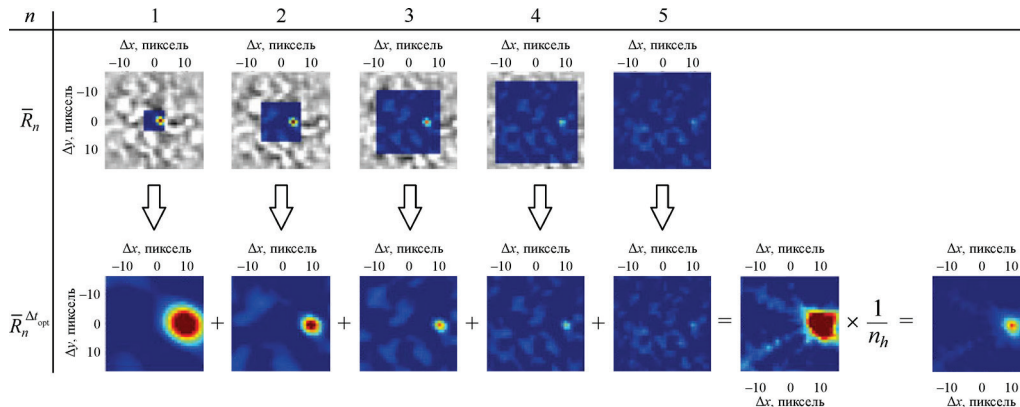


Рис. 4. Преобразование геометрии и расчет итоговой корреляционной функции в алгоритме Pyramid Correlation.

$\bar{R}_n^{\Delta t_{\text{opt}}}(\Delta x) = \bar{R}_n(n\Delta x / n_{\text{opt}})$ , где  $\Delta t_{\text{opt}}$  — временной интервал между крайними кадрами последовательности (т.е. наибольший). Далее выполняется суммирование преобразованных таким образом функций:  $R_{\text{ens}}^{\Delta t_{\text{opt}}}(\Delta x) = \frac{1}{n_h} \sum_{n=1}^{n_h} \bar{R}_n^{\Delta t_{\text{opt}}}(\Delta x)$ , где  $n_h \leq n_{\text{opt}}$  — так называемая высота пирамиды, которая выбирается из соображения зашумленности усредненных кросскорреляционных функций  $\bar{R}_n$  с большим интервалом между кадрами.

Дальнейший поиск пика и расчет скорости в элементарной ячейке на основе корреляционной функции  $R_{\text{ens}}^{\Delta t_{\text{opt}}}(\Delta x)$  выполняется аналогично описанному в методе PIV.

## 2. Описание эксперимента и параметры обработки

### 2.1. Общие сведения

В рамках международного симпозиума International PIV Challenge [12] был представлен эксперимент, где моделировалось турбулентное течение, которое возникало в результате протекания жидкости в канале с периодическими холмами вдоль нижней стенки. Течения такого специального вида нередко применяются при тестировании систем численного моделирования потоков. Схема канала и среднее значение скорости приведены на рис. 5. Скорость достигает своего максимума на вершине холма, затем происходит отрыв потока и за счет этого образуется множество когерентных структур в сдвиговом слое. Вследствие гладкой геометрии как отрыв, так и присоединение пограничного слоя не фиксированы ни во времени, ни в пространстве. Таким образом, данное течение характеризуется выраженным сдвиговым слоем и сильной завихренностью.

### 2.2. Параметры измерительной системы

С целью изучения описанного течения были проведены скоростные PIV-измерения с хорошим временным разрешением на базе Технического университета Мюнхена в рамках проекта «FP 7 EU AFDAR» (Advanced Flow Diagnostics for Aeronautical Research) [13]. Представленные данные содержат эквидистантный по времени набор изображений частиц (1280×800 пикселей) в центральном сечении канала. Засев течения

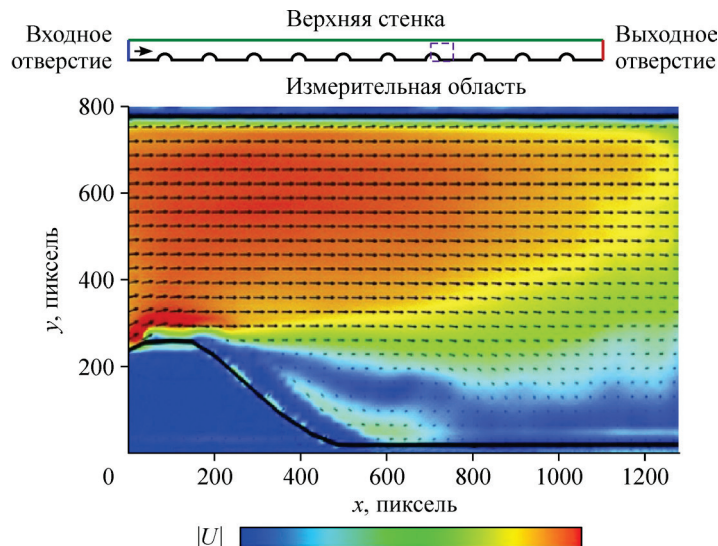


Рис. 5. Схема измерительной области в эксперименте случая В и пример скалярного поля модуля средней скорости и векторного поля в области измерения.

производился полыми стеклянными сферическими частицами диаметром  $d = 10$  мкм. Для подсветки использовался Spectra Physics 5 W cw-Nd:YAG лазер. Съемка выполнялась посредством камеры Phantom v12. Частота съемки составляла 2000 Гц, давление — 200 бар, длительность экспозиции — 200 мкс. Участникам эксперимента предоставлялось 1044 изображения из 5000. Отличительные черты эксперимента — широкий динамический диапазон скорости, влияние эффектов вне плоскости измерений и малый размер отдельной частицы относительно пикселя сенсора камеры.

### 2.3. Предварительная обработка данных для PIV

Чтобы воспользоваться преимуществом разрешения по времени результатов измерений была произведена предварительная фильтрация изображений по времени, а также заключительная временная фильтрация полей скорости. Используемая схема предварительной фильтрации аналогична представленной в работе [14] за исключением типа использованного высокочастотного фильтра. Поскольку применение обычного фильтра может способствовать появлению эффекта Гиббса, был разработан и использован кусочно-определенный высокочастотный фильтр, оптимизированный для минимизации соответствующего эффекта. Частота среза равнялась 56 Гц.

В качестве другой процедуры предобработки, нацеленной на устранение преобладания одиночных интенсивных выбросов кросскорреляционной функции, была использована коррекция интенсивности: интенсивность каждого пикселя масштабировалась

$$\text{в соответствии с функцией } y(x) = \begin{cases} 2,8x^{1/3}, & x > 4, \\ x, & x \leq 4, \end{cases}$$

где  $x$  и  $y$  — исходная и модифицированная интенсивности пикселя.

### 2.4. Кросскорреляционный метод PIV

В настоящей работе использовался итерационный многосеточный кросскорреляционный алгоритм расчета полей скорости с непрерывной оконной деформацией областей, корреляционная функция рассчитывалась при помощи быстрого преобразования Фурье. Обработка происходила в четыре итерации по следующей схеме:  $64^2 75\% \rightarrow 32^2 75\% \rightarrow 32^2 87,5\% \rightarrow 32^2 93,75\%$  (пары обозначают «кросскорреляционное окно–процент перекрытия кросскорреляционных областей»).

С целью интерполяции интенсивности изображения в ходе деформации и интерполяции скорости в ходе переразбиения расчетной сетки применялся В-сплайн третьего порядка. Корреляционные окна деформировались линейно. Был применен локальный подход без сглаживания предиктора.

Валидация скорости базировалась на пороговом методе, использующем локальное значение концентрации частиц [15]. Согласно этому методу корреляционный анализ выполняется лишь для областей с концентрацией частиц выше определенного значения. Стандартная схема обнаружения частиц была реализована путем корреляции с гауссовой маской [9].

Для валидации ошибочных векторов был применен адаптивный медианный фильтр с ядром размером  $5 \times 5$  пикселей и пороговым значением, равным 1 [13]. Ошибочные вектора заменялись посредством скользящего среднего фильтра  $5 \times 5$  пикселей после каждой итерации, за исключением финальной. В качестве техники обнаружения пика использовался трехточечный метод Гаусса по обеим осям координат. Процедуре быстрого преобразования Фурье предшествовало применение весовой оконной функции в форме двумерной функции Гаусса ( $\sigma = 16$  пикселей).

### 2.5. Заключительная обработка результатов для PIV

После корреляционного анализа дополнительно был использован адаптивный медианный фильтр с ядром размером  $7 \times 7$  пикселей и пороговым значением, равным 1,5, а затем — маскирование поля скорости. Далее, одномерная модификация этого адаптивно-медианного алгоритма применялась для временной фильтрации. Следует заметить, что данный фильтр использовал полученные на предыдущем шаге статусы векторов скорости.

В заключение процедуры валидации была выполнена интерполяция всех ошибочных векторов по временной оси с применением весовых оконных коэффициентов гауссова распределения. Чтобы предотвратить чрезмерную интерполяцию в областях, где наблюдался недостаток достоверных данных, были интерполированы только короткие последовательности ошибочных векторов (до трех подряд идущих ошибочных векторов, при условии, что до и после такого набора следовало более двух правильно вычисленных векторов скорости), а во всей последовательности был установлен порог ошибочных векторов в 15 %.

В качестве финального шага пространственно-временной заключительной обработки результатов был применен низкочастотный фильтр последовательности полей скорости. Поскольку известно, что частота среза и, таким образом, частота PIV-расчета для окна смещения размером  $32 \times 32$  должна быть ниже, чем измеряемая частота рассматриваемого случая [16], оценка частоты среза фильтра основывалась на частоте среза PIV-расчета и была установлена равной вдвое большей величине (300 Гц).

### 2.6. Предварительная обработка данных для PTV

Идентификация координат отдельных частиц проводилась с помощью метода маскированной корреляции частиц (Particle Mask Correlation, PMC) [9]. Маска центрировалась на каждом пикселе в плоскости изображения, а затем выполнялась кросскорреляция этой маски и области изображения соответствующего размера. Маска выбиралась в соответствии с коэффициентами двумерного гауссова распределения в узлах расчетной сетки при следующих параметрах: размер окна —  $5 \times 5$ , дисперсия распределения —  $\sigma = 1,65$ , пороговое значение — 10 %.

### 2.7. Релаксационный метод PTV

В настоящей работе применялся классический релаксационный PTV-алгоритм [10] с некоторыми модификациями. Поиск соседних частиц проводился в области радиусом 80 пикселей. Максимальное смещение полагалось равным 7 пикселям для интервала между  $i$ -ым и  $(i + 2)$ -м кадрами. Каждое поле скорости рассчитывалось в три итерации. Для валидации векторов скорости применялся пространственный фильтр скользящего усреднения. Для интерполяции на финальную сетку использовался метод Кригинга.

### 2.8. Заключительная обработка результатов для PTV

На первом шаге поля скорости валидировались двумя последовательными итерациями с применением пространственного адаптивного медианного фильтра с окнами размером  $5 \times 5$  и  $7 \times 7$  соответственно. Затем тот же адаптивный медианный фильтр использовался для валидации данных по времени. Следует заметить, что рассматриваемый фильтр использовал полученные на предыдущем шаге статусы векторов скорости. В заключение процедуры валидации была выполнена средневзвешенная интерполяция всех ошибочных векторов по временной оси. Финальный шаг пространственно-временной заключительной обработки результатов был идентичен вышеописанному случаю для PIV-расчета.



## 2.9. Алгоритм MFPC

Поскольку метод пирамидального кросскорреляционного анализа представляет по своей сути обобщение стандартного кросскорреляционного PIV-алгоритма, то как для предварительной обработки, так и для заключительной обработки данных в этом случае используются процедуры, идентичные приведенным выше для PIV-метода. Характерной чертой этого случая является комбинирование двух техник: оптимизация размера корреляционного окна соответственно локальной концентрации частиц [17] и использование многокадровой пирамидальной корреляции [7]. Размеры корреляционного окна были ограничены четными числами от 16 до 48 пикселей. Для расчетов использовался многокадровый пирамидальный кросскорреляционный алгоритм с весовыми коэффициентами Гаусса и основанием пирамиды  $n_{opt} = 4$  (скользящий расчет по пяти кадрам на временной оси).

## 3. Результаты и выводы

В ходе обработки эксперимента алгоритмами PIV, PTV и Pyramid Correlation были получены три набора по 1024 полей скорости, разрешенных по времени. На рис. 6 и 7 приведены модуль и соответствующие компоненты скорости для каждого из методов в моменты времени  $t = 200$  и  $500$  соответственно. На основе полученных данных можно наблюдать динамику структуры потока в зависимости от времени. В частности, четко прослеживается распространение пульсаций скорости, а также резкое падение величины скорости потока за холмом. Все это сочетается с физическими представлениями о течении в данном канале.

Наибольшую ошибку при определении поля скорости можно наблюдать вблизи границы исследуемой области канала. Она возникает в результате неравномерности засветки рабочего участка. При анализе этой части изображения было выявлено заметное ухудшение качества проекции в данной области, что, в свою очередь, привело к меньшему числу найденных частиц при использовании алгоритма PTV. Как следствие нехватки найденных частиц в этой области, векторное поле имеет значительное отклонение от ожидаемого результата. Алгоритмы PIV и Pyramid Correlation также обнаруживают проблемы в указанной области, однако в некоторой степени снизить ошибку позволяет адаптивный выбор корреляционного окна в зависимости от числа попавших в него частиц.

Сравнение представленных данных позволяет сделать заключение о преимуществах тех или иных методов: если PTV позволяет получать более точное представление о структуре потока за счет того, что каждая частица отслеживается индивидуально, то PIV и Pyramid Correlation лучше работают в проблемных областях, где концентрация частиц мала или неравномерна. Кроме того, Pyramid Correlation позволяет вычислять корреляционные функции точнее и, как следствие, правильнее определять вектор скорости в каждой корреляционной ячейке, что, однако, требует существенно больших затрат вычислительных ресурсов по сравнению с PIV.

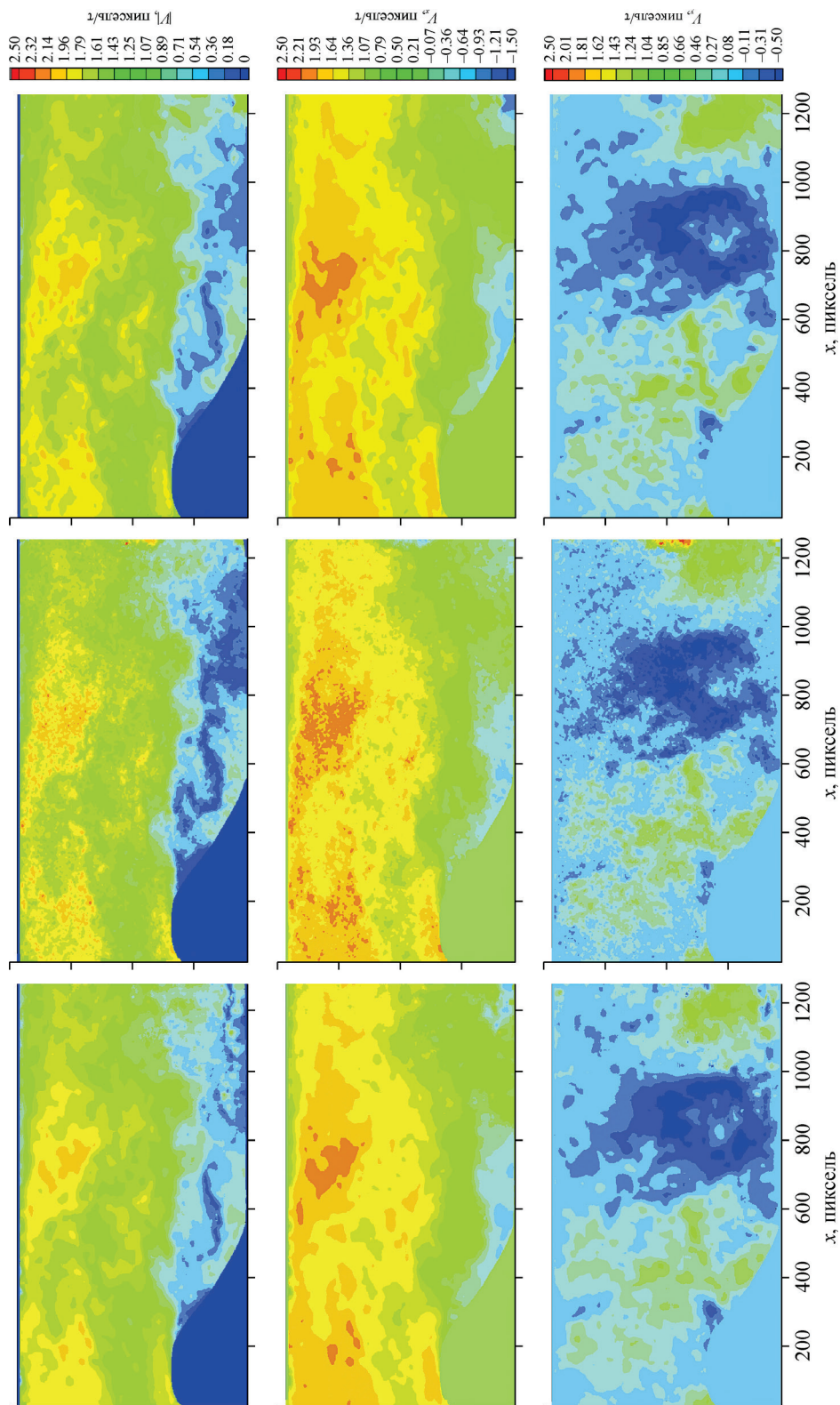


Рис. 6. Мгновенные поля скорости в момент времени  $t = 200$ .

Слева направо:  $V_x$ ,  $V_y$ ,  $\text{Rugamid Colligation}$ ; сверху вниз: модуль скорости, x-компонента, y-компонента.

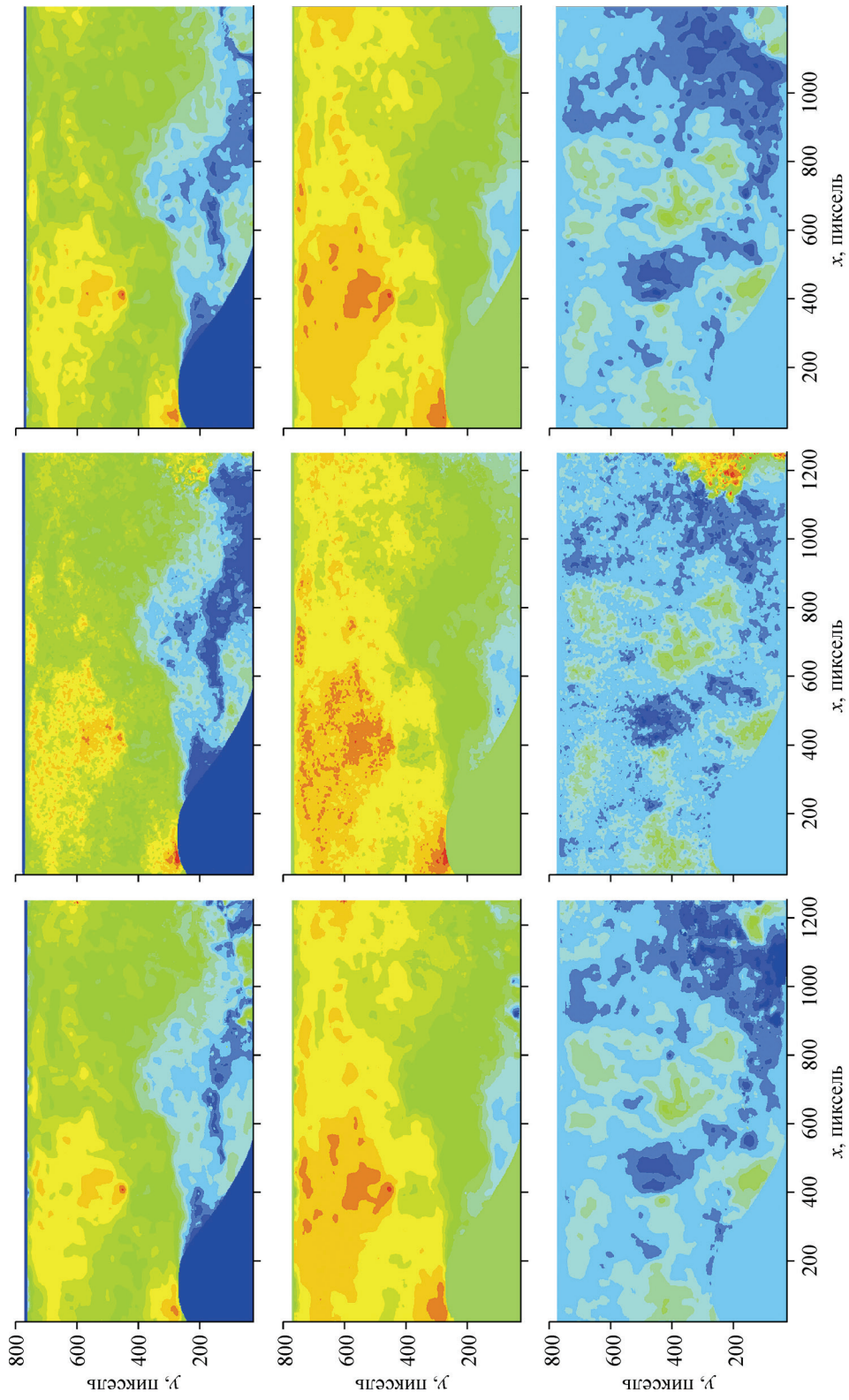


Рис. 7. Мгновенные поля скорости в момент времени  $t = 500$ .

Слева направо:  $v_x$ ,  $v_y$ ,  $v_{\text{модуль}}$ ; сверху вниз: модуль скорости,  $x$ -компонента,  $y$ -компонента.

### Список литературы

1. **Elsinga G.E., Wieneke B., Scarano F., van Oudheusden B.W.** Tomographic particle image velocimetry // Experiments in Fluids. 2006. Vol. 41, No. 6. P. 933–947.
2. **Nishino K., Kasagi N., Hirata M.** Three-dimensional particle tracking velocimetry based on automated digital image processing // J. of Fluids Engng, 1989. Vol. 111, No. 4. P. 384–391.
3. **Alekseenko M.V., Bilsky A.V., Dulin V.M., Kozinkin L.A., Markovich D.M., Tokarev M.P.** Diagnostics of jet flows by using tomographic particle image velocimetry // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. 2014. Vol. 50, No. 5. P. 457–465.
4. **Hain R., Kähler C.J., Tropea C.** Comparison of CCD, CMOS and intensified cameras // Experiments in Fluids. 2007. Vol. 42, No. 3. P. 403–411.
5. **Pereira F., Ciarravano A., Romano G.P., Di Felice F.** Adaptive multi-frame PIV // Proc. of 12th Intern. Symp. on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics, Lisbon, Portugal, 12–15 July 2004.
6. **Scarano F., Moore P.** An advection-based model to increase the temporal resolution of PIV time series // Experiments in Fluids. 2012. Vol. 52, No. 4. P. 919–933.
7. **Sciacchitano A., Scarano F., Wieneke B.** Multi-frame pyramid correlation for time-resolved PIV // Experiments in Fluids. 2012. Vol. 53, No. 4. P. 1087–1105.
8. **Jeon Y.J., Chatellier L., David L.** Evaluation of fluid trajectory in time-resolved PIV // PIV13; 10th Intern. Symp. on Particle Image Velocimetry, Delft, The Netherlands. July 1–3, 2013.
9. **Joshi B., Ohmi K., Nose K.** Particles detection scheme for tomographic particle tracking velocimetry // Proc. 16th Intern. Symp. on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics, Lisbon, Portugal. 9–12 July 2012. Vol. 1, No. 4. 10 p.
10. **Baek S.J., Lee S.J.** A new two-frame particle tracking algorithm using match probability // Experiments in Fluids. 1996. Vol. 22, No. 1. P. 23–32.
11. **Meinhart C.D., Wereley S.T., Santiago J.G.** A PIV algorithm for estimating time-averaged velocity fields. // J. of Fluids Engng, 1999. Vol. 122, No. 2. P. 285–289.
12. **Kähler C.J., Astarita T., Vlachos P.P., Sakakibara J., Hain R., Discetti S., La Foy R., Cierpka C.** Main results of the 4th International PIV Challenge // Experiments in Fluids. 2016. Vol. 57, Iss. 6. P. 97-1–97-71.
13. **Westerweel J., Scarano F.** Universal outlier detection for PIV data // Experiments in Fluids. 2005. Vol. 39, No. 6. P. 1096–1100.
14. **Scarano F., Sciacchitano A.** Robust elimination of light reflections in PIV // 9th Inter. Symp. on Particle Image Velocimetry. Kobe, Japan. July 21–23 2011.
15. **Alekseenko S.V., Dulin V.M., Kozorezov Y.S., Markovich D.M.** Effect of axisymmetric forcing on the structure of a swirling turbulent jet // Intern. J. of Heat and Fluid Flow. 2008. Vol. 29, No. 6. P. 1699–1715.
16. **Lavoie P., Avallone G., De Greforio F., Romano G.P., Antonia R.A.** Spatial resolution of PIV for the measurement of turbulence // Experiments in Fluids. 2007. Vol. 43, No. 1. P. 39–51.
17. **Theunissen R., Scarano F., Riethmuller M.L.** An adaptive sampling and windowing interrogation method in PIV // Measurement Sci. and Technology. 2007. Vol. 18, No. 1. P. 275–287.

*Статья поступила в редакцию 31 августа 2015 г.,  
после доработки 5 ноября 2015 г.*