УДК 539.3

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ВЯЗКОУПРУГИХ ХАРАКТЕРИСТИК КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-ТЕОРЕТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ДИНАМИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ ПОЛУСФЕРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК

Н. А. Абросимов, В. Г. Баженов, Н. А. Куликова

Научно-исследовательский институт механики Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского, 603950 Нижний Новгород E-mails: abrosimov@dk.mech.unn.ru, bazhenov@dk.mech.unn.ru, knadya2004@mail.ru

Предложена методика определения жесткостных и реологических характеристик композитных материалов, основанная на минимизации рассогласования экспериментальных данных и результатов компьютерного моделирования процесса деформирования композитных полусферических оболочек при взрывном нагружении. С использованием данной методики проведен анализ демпфирующих характеристик хаотически армированных полимерных материалов.

Ключевые слова: динамика, композиты, вязкоупругие характеристики, численное моделирование.

При проектировании конструкций современной техники широко используются новые композитные материалы, обладающие, в отличие от металлов, существенно лучшими диссипативными свойствами. Поскольку композитный материал и конструкция создаются, как правило, в рамках единого технологического процесса, возникает задача определения упругих и демпфирующих характеристик композитного материала при его работе в конструкции, решение которой необходимо для построения адекватных моделей деформирования материала и конструкции с целью последующего прогнозирования их поведения при заданных воздействиях. Традиционные способы решения этой задачи, основанные на испытаниях образцов методом свободных затухающих колебаний, зачастую оказываются неприемлемыми из-за существенного влияния на результаты измерений условий закрепления, способа возбуждения колебаний, неоднородности напряженно-деформированного состояния и технологических трудностей изготовления образцов.

Одним из методов определения параметров моделей деформирования является непосредственное использование экспериментальной информации, получаемой при нагружении элементов конструкций. Такие способы идентификации материалов и моделей применялись для определения эффективных упругих характеристик композитных материалов на основе статических экспериментов [1–4]. Среди работ, посвященных определению физикомеханических характеристик при динамических испытаниях, можно отметить лишь исследования [5, 6], в которых анализируются экспериментальные результаты и определяются демпфирующие характеристики композитных материалов при взрывном нагружении

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 05-08-50212, 05-01-00837, 05-01-08055) и ФЦНТП "Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития науки и техники" (код проекта РИ-112/001/404).

колец и полусферических оболочек. Данная статья представляет собой развитие этих исследований, связанное с разработкой экспериментально-расчетного подхода к определению жесткостных и реологических характеристик композитного материала на примере деформирования динамически нагруженных полусферических оболочек. По сути, этот метод является решением обратной задачи, позволяющим получить характеристики материала и модели, используемые в расчетах конкретной конструкции. Метод решения задачи идентификации жесткостных и реологических характеристик композитных материалов основывается на сопоставлении информации, полученной в эксперименте, и численного решения прямой задачи вязкоупругого динамического деформирования полусферической оболочки.

1. Рассмотрим полусферическую оболочку в гауссовой криволинейной системе координат α_i (i = 1, 3), коэффициенты Ламе и главные кривизны которой равны

$$H_1 = A_1 z_1, \qquad H_2 = A_2 z_2, \qquad H_3 = 1, \qquad k_1 = k_2 = k = 1/R.$$
 (1)

Здесь $A_1 = R$; $A_2 = R \sin \alpha_1$; $z_1 = z_2 = z = 1 + k\alpha_3$; α_1 — центральный угол, определяющий положение точки на меридиане оболочки; α_3 — расстояние между точкой и срединной поверхностью оболочки; R — радиус полусферической оболочки.

Поскольку элементы конструкций, изготовленные из композитных материалов, являются неоднородными, обладают низкой по сравнению с металлами сдвиговой жесткостью и не всегда являются тонкостенными, для описания их напряженно-деформированного состояния необходимо использовать неклассические теории оболочек.

Для построения разрешающей системы уравнений неклассической теории полусферических оболочек применяется принцип возможных перемещений в сочетании с методом рядов [7]. Компоненты вектора перемещения u_i (i = 1, 3) аппроксимируем конечными рядами по нормальной координате α_3 :

$$u_i(\alpha_1, \alpha_3, t) = u_i^0(\alpha_1, t) + u_i^1(\alpha_1, t)x + \sum_{n=2}^N u_i^n(\alpha_1, t)P_n(x)$$
(2)

 $(-1 \leqslant x = 2\alpha_3/h \leqslant 1; P_n(x)$ — полиномы Лежандра).

С учетом соотношений (1), (2) деформации полусферической оболочки можно представить в виде

$$e_{11} = (\varepsilon_{11} + \chi_{11}x + \chi_{11}^n)/z, \qquad e_{22} = (\varepsilon_{22} + \chi_{22}x + \chi_{22}^n)/z, e_{33} = \chi_{33} + \chi_{33}^n, \qquad e_{13} = (\varepsilon_{13} + \varepsilon_{13}^n)/z + \chi_{13} + \chi_{13}^n,$$
(3)

где

$$\varepsilon_{11} = k \left(\frac{\partial u_1^0}{\partial \alpha_1} + u_3^0 \right), \qquad \varepsilon_{22} = k (u_1^0 \operatorname{ctg} \alpha_1 + u_3^0), \qquad \chi_{11} = k \left(\frac{\partial u_1^1}{\partial \alpha_1} + u_3^1 \right),$$
$$\chi_{22} = k (u_1^1 \operatorname{ctg} \alpha_1 + u_3^1), \qquad \chi_{11}^n = k \left(\sum_{n=2}^N \frac{\partial u_1^n}{\partial \alpha_1} P_n(x) + \sum_{n=2}^N u_3^n P_n(x) \right),$$
$$\chi_{22}^n = k \left(\operatorname{ctg} \alpha_1 \sum_{n=2}^N u_1^n P_n(x) + \sum_{n=2}^N u_3^n P_n(x) \right),$$
$$\chi_{33} = \frac{2}{h} u_3^1, \qquad \chi_{33}^n = \frac{2}{h} \sum_{n=2}^N u_3^n P_n'(x), \qquad \varepsilon_{13} = k \left(\frac{\partial u_3^0}{\partial \alpha_1} - u_1^0 \right),$$

$$\varepsilon_{13}^{n} = k \left(\frac{\partial u_{3}^{1}}{\partial \alpha_{1}} x + \sum_{n=2}^{N} \frac{\partial u_{3}^{n}}{\partial \alpha_{1}} P_{n}(x) - u_{1}^{1} x - \sum_{n=2}^{N} u_{1}^{n} P_{n}(x) \right)$$
$$\chi_{13} = \frac{2}{h} u_{1}^{1}, \qquad \chi_{13}^{n} = \frac{2}{h} \sum_{n=2}^{N} u_{1}^{n} P_{n}'(x).$$

Связь между напряжениями и деформациями устанавливается на основе реологических уравнений Максвелла — Томсона, которые в данном случае можно представить в виде

$$\sigma_{ii} = \sum_{j=1}^{3} C_{ij}^{0} e_{ij}^{0} \quad (i = \overline{1, 3}), \qquad \sigma_{13} = G_{13}^{0} e_{13}^{\prime},$$

$$e_{ii}^{0} = e_{ii} - \left(1 - \frac{C_{ii}^{\infty}}{C_{ii}^{0}}\right) \int_{0}^{t} R(t - \tau) e_{ii}(\tau) d\tau,$$

$$e_{ij}^{0} = e_{jj} - \left(1 - \frac{C_{ij}^{\infty}}{C_{ij}^{0}}\right) \int_{0}^{t} R(t - \tau) e_{jj}(\tau) d\tau,$$

$$e_{13}^{\prime} = e_{13} - \left(1 - \frac{G_{13}^{\infty}}{G_{13}^{0}}\right) \int_{0}^{t} R(t - \tau) e_{13}(\tau) d\tau.$$
(4)

Здесь C_{ij}^0 , C_{ij}^∞ , G_{13}^0 , G_{13}^∞ — мгновенные и длительные жесткостные характеристики; $R(t) = \beta e^{-\beta t}$ — ядро релаксации; β — параметр, характеризующий время релаксации; t — время процесса. Входящие в (4) вязкоупругие характеристики образуют вектор $b = (E_{11}^0, E_{11}^\infty, E_{22}^0, E_{22}^\infty, E_{33}^0, E_{33}^\infty, G_{13}^0, G_{13}^\infty, \nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}, \beta)^{\mathrm{T}}$, который в дальнейшем необходимо определить.

Для вывода уравнений движения полусферической незакрепленной оболочки, нагруженной импульсом внутреннего давления, используем вариационное уравнение динамики [7], которое с учетом аппроксимаций (2) и построенных на их основе геометрических (3) и физических (4) соотношений записывается в виде

$$\begin{split} \int_{0}^{\pi} \Big[kN_{11} \frac{\partial \left(\delta u_{1}^{0}\right)}{\partial \alpha_{1}} + k(N_{22} \operatorname{ctg} \alpha_{1} - Q_{1}) \delta u_{1}^{0} + kQ_{1} \frac{\partial \left(\delta u_{3}^{0}\right)}{\partial \alpha_{1}} + k(N_{11} + N_{22}) \delta u_{3}^{0} + \\ &+ kM_{11} \frac{\partial \left(\delta u_{1}^{1}\right)}{\partial \alpha_{1}} + \left(k(M_{22} \operatorname{ctg} \alpha_{1} - M_{13}) + \frac{2}{h} Q_{13}\right) \delta u_{1}^{1} + kM_{13} \frac{\partial \left(\delta u_{3}^{1}\right)}{\partial \alpha_{1}} + \\ &+ \left(k(M_{11} + M_{22}) + \frac{2}{h} Q_{33}\right) \delta u_{3}^{1} + k \sum_{n=2}^{N} M_{11}^{n} \frac{\partial \left(\delta u_{1}^{n}\right)}{\partial \alpha_{1}} + k \operatorname{ctg} \alpha_{1} \sum_{n=2}^{N} M_{22}^{n} \delta u_{1}^{n} - \\ &- k \sum_{n=2}^{N} M_{13}^{n} \delta u_{1}^{n} + \frac{2}{h} \sum_{n=2}^{N} M_{13}^{\prime n} \delta u_{1}^{n} + k \sum_{n=2}^{N} M_{13}^{n} \frac{\partial \left(\delta u_{3}^{n}\right)}{\partial \alpha_{1}} + k \sum_{n=3}^{N} M_{11}^{n} \delta u_{3}^{n} + \\ &+ k \sum_{n=3}^{N} M_{22}^{n} \delta u_{3}^{n} + \frac{2}{h} \sum_{n=2}^{N} M_{13}^{\prime n} \delta u_{1}^{n} + k \sum_{n=2}^{N} M_{33}^{n} \delta u_{3}^{n} \Big] R^{2} \sin \alpha_{1} d\alpha_{1} + \\ \end{split}$$

$$+ \int_{0}^{\pi} \left[\sum_{n=0}^{N} \left(B_{1n}^{0} \ddot{u}_{1}^{0} + B_{1n}^{1} \ddot{u}_{1}^{1} + \sum_{m=2}^{N} B_{1n}^{m} \ddot{u}_{1}^{m} \right) \delta u_{1}^{n} + \sum_{n=0}^{N} \left(B_{3n}^{0} \ddot{u}_{3}^{0} + B_{3n}^{1} \ddot{u}_{3}^{1} + \sum_{m=2}^{N} B_{3n}^{m} \ddot{u}_{3}^{m} \right) \delta u_{3}^{n} \right] R^{2} \sin \alpha_{1} d\alpha_{1} - \int_{0}^{\pi} \left[F_{3}^{0} \delta u_{3}^{0} + F_{3}^{1} \delta u_{3}^{1} + \sum_{n=2}^{N} F_{3}^{n} \delta u_{3}^{n} \right] d\alpha_{1} = 0, \quad (5)$$

где

$$\begin{split} N_{11} &= \frac{h}{2} \int_{-1}^{1} \sigma_{11} z \, dx, \qquad N_{22} = \frac{h}{2} \int_{-1}^{1} \sigma_{22} z \, dx, \\ M_{11} &= \frac{h}{2} \int_{-1}^{1} \sigma_{11} z \, dx, \qquad M_{22} = \frac{h}{2} \int_{-1}^{1} \sigma_{22} z \, dx, \qquad M_{13} = \frac{h}{2} \int_{-1}^{1} \sigma_{13} z \, dx, \\ Q_1 &= \frac{h}{2} \int_{-1}^{1} \sigma_{13} z \, dx, \qquad Q_{13} = \frac{h}{2} \int_{-1}^{1} \sigma_{13} z^2 \, dx, \qquad Q_{33} = \frac{h}{2} \int_{-1}^{1} \sigma_{33} z^2 \, dx, \\ M_{11}^n &= \frac{h}{2} \int_{-1}^{1} \sigma_{11} z P_n(x) \, dx, \qquad M_{22}^n = \frac{h}{2} \int_{-1}^{1} \sigma_{22} z P_n(x) \, dx, \\ M_{33}^n &= \frac{h}{2} \int_{-1}^{1} \sigma_{33} z^2 P_n'(x) \, dx, \qquad M_{13}^n = \frac{h}{2} \int_{-1}^{1} \sigma_{13} z P_n(x) \, dx, \qquad M_{13}^m = \frac{h}{2} \int_{-1}^{1} \sigma_{13} z^2 P_n'(x) \, dx, \\ M_{33}^n &= \frac{h}{2} \int_{-1}^{1} \sigma_{33} z^2 P_n'(x) \, dx, \qquad M_{13}^n = \frac{h}{2} \int_{-1}^{1} \sigma_{13} z P_n(x) \, dx, \qquad M_{13}^m = \frac{h}{2} \int_{-1}^{1} \sigma_{13} z^2 P_n'(x) \, dx, \\ M_{33}^n &= \frac{h}{2} \int_{-1}^{1} \sigma_{33} z^2 P_n'(x) \, dx, \qquad M_{13}^n = \frac{h}{2} \int_{-1}^{1} \sigma_{13} z P_n(x) \, dx, \qquad M_{13}^m = \frac{h}{2} \int_{-1}^{1} \sigma_{13} z^2 P_n'(x) \, dx, \\ M_{33}^n &= \frac{h}{2} \int_{-1}^{1} \sigma_{33} z^2 P_n'(x) \, dx, \qquad M_{13}^n &= \frac{h}{2} \int_{-1}^{1} \sigma_{13} z^2 P_n'(x) \, dx, \\ M_{33}^n &= \frac{h}{2} \int_{-1}^{1} \sigma_{33} z^2 P_n'(x) \, dx, \qquad M_{13}^n &= \frac{h}{2} \int_{-1}^{1} \sigma_{13} z^2 P_n'(x) \, dx, \\ M_{33}^n &= \frac{h}{2} \int_{-1}^{1} \sigma_{33} z^2 P_n'(x) \, dx, \qquad M_{13}^n &= \frac{h}{2} \int_{-1}^{1} \sigma_{13} z^2 P_n'(x) \, dx, \\ M_{33}^n &= \frac{h}{2} \int_{-1}^{1} \sigma_{33} z^2 P_n'(x) \, dx, \qquad M_{13}^n &= \frac{h}{2} \int_{-1}^{1} \sigma_{13} z^2 P_n'(x) \, dx, \\ M_{33}^n &= \frac{h}{2} \int_{-1}^{1} \sigma_{33} z^2 P_n'(x) \, dx, \qquad M_{13}^n &= \frac{h}{2} \int_{-1}^{1} \sigma_{13} z^2 P_n'(x) \, dx, \\ M_{33}^n &= \frac{h}{2} \int_{-1}^{1} \sigma_{33} z^2 P_n'(x) \, dx, \qquad M_{13}^n &= \frac{h}{2} \int_{-1}^{1} \sigma_{13} z^2 P_n'(x) \, dx, \\ M_{33}^n &= \frac{h}{2} \int_{-1}^{1} \sigma_{33} z^2 P_n'(x) \, dx, \qquad M_{13}^n &= \frac{h}{2} \int_{-1}^{1} \sigma_{13} z^2 P_n'(x) \, dx, \\ M_{33}^n &= \frac{h}{2} \int_{-1}^{1} \sigma_{33} z^2 P_n'(x) \, dx, \qquad M_{13}^n &= \frac{h}{2} \int_{-1}^{1} \sigma_{13} z^2 P_n'(x) \, dx, \qquad M_{13}^n &= \frac{h}{2} \int_{-1}^{1} \sigma_{13} z^2 P_n'(x) \, dx, \qquad M_{13}^n &= \frac{h}{2} \int_{-1}^{1} \sigma_{13} z^2 P_n'(x) \, dx, \qquad M_{13}^n &= \frac{h}{2$$

Применяя к(5)стандартную вариационную технику, получим уравнения движения оболочки

$$\frac{\partial \left(N_{11}\sin\alpha_{1}\right)}{\partial\alpha_{1}} - N_{22}\cos\alpha_{1} + Q_{1}\sin\alpha_{1} = \left(B_{10}^{0}\ddot{u}_{1}^{0} + B_{10}^{1}\ddot{u}_{1}^{1} + \sum_{m=2}^{N}B_{10}^{m}\ddot{u}_{1}^{m}\right)R\sin\alpha_{1},$$

$$\frac{\partial \left(Q_{1}\sin\alpha_{1}\right)}{\partial\alpha_{1}} - \left(N_{11} + N_{22}\right)\sin\alpha_{1} + kF_{3}^{0} = \left(B_{30}^{0}\ddot{u}_{3}^{0} + B_{30}^{1}\ddot{u}_{3}^{1} + \sum_{m=2}^{N}B_{30}^{m}\ddot{u}_{3}^{m}\right)R\sin\alpha_{1},$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \left(M_{11}\sin\alpha_{1}\right)}{\partial\alpha_{1}} - M_{22}\cos\alpha_{1} + \left(M_{13} - \frac{2}{h}RQ_{13}\right)\sin\alpha_{1} &= \\ &= \left(B_{11}^{0}\ddot{u}_{1}^{0} + B_{11}^{1}\ddot{u}_{1}^{1} + \sum_{m=2}^{N}B_{11}^{m}\ddot{u}_{1}^{m}\right)R\sin\alpha_{1}, \\ \frac{\partial \left(M_{13}\sin\alpha_{1}\right)}{\partial\alpha_{1}} - \left(M_{11} + M_{22}\right)\sin\alpha_{1} - \frac{2}{h}RQ_{33}\sin\alpha_{1} + kF_{3}^{1} &= \\ &= \left(B_{31}^{0}\ddot{u}_{3}^{0} + B_{31}^{1}\ddot{u}_{3}^{1} + \sum_{m=2}^{N}B_{31}^{m}\ddot{u}_{3}^{m}\right)R\sin\alpha_{1}, \\ \frac{\partial \left(M_{11}^{n}\sin\alpha_{1}\right)}{\partial\alpha_{1}} - M_{22}^{n}\cos\alpha_{1} + \left(M_{13}^{n} - \frac{2}{h}RM_{31}^{n}\right)\sin\alpha_{1} &= \\ &= \left(B_{1n}^{0}\ddot{u}_{1}^{0} + B_{1n}^{1}\ddot{u}_{1}^{1} + \sum_{m=2}^{N}B_{1n}^{m}\ddot{u}_{1}^{m}\right)R\sin\alpha_{1} \quad (n = \overline{2, N}), \\ \frac{\partial \left(M_{13}^{n}\sin\alpha_{1}\right)}{\partial\alpha_{1}} - \left(M_{11}^{n} + M_{22}^{n} + \frac{2}{h}RM_{33}^{n}\right)\sin\alpha_{1} + kF_{3}^{n} &= \\ &= \left(B_{3n}^{0}\ddot{u}_{3}^{0} + B_{3n}^{1}\ddot{u}_{3}^{1} + \sum_{m=3}^{N}B_{3n}^{m}\ddot{u}_{3}^{m}\right)R\sin\alpha_{1} \quad (n = \overline{2, N}). \end{aligned}$$

и нулевые граничные условия при $\alpha_1 = 0, \pi$:

$$N_{11} = 0, \quad Q_1 = 0, \quad M_{11} = 0, \quad M_{13} = 0, \quad M_{11}^n = 0, \quad M_{13}^n = 0 \quad (n = \overline{2, N}).$$
 (7)

Начальные условия, которым должно удовлетворять решение поставленной выше задачи, также являются нулевыми:

$$u_1^n(\alpha_1, 0) = 0, \quad \dot{u}_1^n(\alpha_1, 0) = 0, \quad u_3^n(\alpha_1, 0) = 0, \quad \dot{u}_3^n(\alpha_1, 0) = 0 \quad (n = \overline{0, N}).$$
 (8)

Соотношения (2)-(8) представляют собой замкнутую систему интегродифференциальных уравнений, необходимых для исследования нестационарных процессов деформации в нетонких полусферических оболочках, выполненных из вязкоупругих композитных материалов. Точность полученной системы уравнений определяется количеством членов, удерживаемых в аппроксимирующих рядах (2). Сформулированная начально-краевая задача решается на основе явной вариационно-разностной схемы [7].

2. Задача определения жесткостных и реологических характеристик сводится к задаче нелинейного программирования. Допустим, что имеется численное решение сформулированной выше начально-краевой задачи о динамическом поведении композитной полусферической оболочки в виде временных зависимостей окружных и меридиональных деформаций на внешней поверхности оболочки. Считаем, что имеются соответствующие тензограммы деформаций, полученные в экспериментах. Поскольку расчетные и экспериментальные осциллограммы деформаций являются условно моногармоническими затухающими колебаниями, можно определить максимальные и минимальные значения расчетных e_{ii}^m и t_i^{*m} ($m = \overline{1, M}$), в которые они достигаются.

Ниже рассматривается параметризованный вариант постановки задачи идентификации параметров модели вязкоупругого поведения материала оболочки. Требуется найти набор параметров (вектор) физических соотношений (4) $b_* = (E_{11}^0, E_{11}^\infty, E_{22}^0)$ $E_{22}^{\infty}, E_{33}^{0}, E_{33}^{\infty}, G_{13}^{0}, G_{13}^{\infty}, \nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}, \beta)^{\mathrm{T}}$, при которых математическая модель (2)–(8), описывающая динамическое поведение вязкоупругих полусферических оболочек, лучше всего согласуется с экспериментальными данными. В результате задача сводится к минимизации целевой функции нескольких переменных, представляющей собой сумму среднеквадратичных отклонений теоретических и экспериментальных значений деформаций [9]

$$C(b) = \sum_{k=1}^{K} \left\{ \sum_{m=1}^{M} \left[\sum_{i=1}^{2} \left(\left(\frac{e_{ii}^{m} - e_{ii}^{*m}}{e_{ii}^{*}} \right)^{2} + \left(\frac{t_{i}^{m} - t_{i}^{*m}}{t^{*}} \right)^{2} \right) \right] \right\}_{k}.$$

Здесь K — число точек, для которых имеются экспериментальные данные о деформациях; e_{ii}^* — максимальные значения окружных и меридиональных деформаций в первом полупериоде колебаний; t^* — время процесса. Границы области поиска и ограничения, налагаемые на значения физико-механических характеристик материалов, следуют из общих физических принципов и экспериментальных данных [6, 10].

При выборе метода решения сформулированной задачи идентификации вязкоупругих характеристик композитных материалов необходимо учитывать ряд факторов: чувствительность методов оптимизации к погрешностям экспериментальных измерений деформаций, сложность вычисления производных целевой функции, многоэкстремальный характер целевой функции и большие вычислительные затраты при ее формировании. С учетом отмеченных трудностей был выбран синтез методов адаптивного случайного поиска и детерминированных прямых алгоритмов локальной оптимизации, в которых строится нелокальная аппроксимация функции по ее значениям в ряде точек [11].

3. Применимость предлагаемого подхода оценивалась на примере осесимметричного деформирования полусферической оболочки (рис. 1) толщиной h = 0,006 м и радиусом R = 0,049 м, выполненной из хаотически армированного полимерного материала и нагруженной импульсом внутреннего давления [8].

В ходе вычислений предусматривался предварительный анализ чувствительности целевой функции по переменным проектирования для оценки возможности определения параметров определяющих соотношений в данной задаче. Кроме того, для повышения эффективности расчетов подбор жесткостных и реологических характеристик осуществлялся на последовательно расширяющихся временных интервалах.

На рис. 2 приведены результаты экспериментальных исследований [6] и теоретических расчетов с найденными параметрами физических соотношений (4). Наблюдается достаточно хорошее качественное и удовлетворительное количественное согласие экспериментальных и теоретических результатов.

На основе осциллограмм деформаций, приведенных на рис. 2, анализировалась зависимость логарифмического декремента затухания δ от временного интервала процесса деформирования (числа циклов колебаний). В табл. 1 приведены значения декремента за-



Рис. 1. Схема нагружения ($P_3^* = 0,3$ МПа, $t^* = 0,4 \cdot 10^{-4}$ с)



Рис. 2. Осциллограммы окружных деформаций на внешней поверхности изотропной вязкоупругой (a) и ортотропной вязкоупругой (b) оболочек вблизи экватора:

а — $E^0 = 61$ ГПа, $\nu = 0,33$, $E^{\infty} = 54,9$ ГПа, $\beta = 20\,000$ с⁻¹; δ — $E_1^0 = 50,7$ ГПа, $E_1^{\infty} = 41,7$ ГПа, $E_2^0 = 63,7$ ГПа, $E_2^{\infty} = 57,3$ ГПа, $E_3^0 = 47,2$ ГПа, $E_3^{\infty} = 39,7$ ГПа, $\nu_{12} = 0,22$, $\nu_{13} = 0,26$, $\nu_{23} = 0,28$, $G_{13}^0 = 43,35$ ГПа, $G_{13}^{\infty} = 35,2$ ГПа, $\beta = 18\,300$ с⁻¹; 1 — экспериментальные данные [6]; 2 — результаты расчета

Таблица 1

Оболочка	δ							5	5
	n = 3	n = 5	n = 7	n = 9	n = 11	n = 13	n = 15	00	0*
Изотропная	0,5707	$0,\!1768$	0,1685	0,2714	0,1223	0,1484	0,2101	0,2383	0,2166
Ортотропная	0,3869	0,2128	0,1598	0,2331	$0,\!1635$	0,1676	$0,\!1936$	0,2168	0,2166

тухания δ в зависимости от числа периодов колебаний n, а также среднее теоретическое значение δ_0 и экспериментальное значение δ_* .

Из анализа полученных данных следует, что декремент затухания зависит от интервала, по которому он рассчитывается. Однако среднее значение декремента затухания δ_0 хорошо согласуется с экспериментальным значением δ_* [6], причем для ортотропной модели поведения материала оболочки результаты расчетов практически совпадают с экспериментальными данными.

Проведен анализ зависимости логарифмического декремента от параметра тонкостенности полусферической оболочки R/h. В табл. 2 приведены значения среднего декремента в области экватора при различных значениях R/h. Видно, что по мере уменьшения толщины оболочки декремент сначала существенно увеличивается, а затем, при $R/h \ge 20$, становится практически постоянным. Полученный результат согласуется с аналогичными данными для традиционных материалов [10].

г -	Габлица 2
R/h	δ
4	0,1033
8	0,2260
15	0,3770
30	0,3675
50	0,3698

Таким образом, проведенный экспериментально-теоретический анализ нестационарного деформирования полусферических оболочек, выполненных из хаотически армированного полимерного материала, свидетельствует об эффективности предлагаемого метода идентификации динамических вязкоупругих свойств композитных материалов.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Воронцов Г. В., Плющев Б. И., Резниченко А. И. Определение приведенных упругих характеристик армированных композитных материалов методами обратных задач тензометрирования // Механика композит. материалов. 1990. № 4. С. 733–736.
- 2. Суворова Ю. В., Добрынин В. С. Определение свойств композита в конструкции методом параметрической идентификации // Механика композит. материалов. 1989. № 1. С. 150–157.
- 3. Алфутов Н. А., Зиновьев П. А., Таирова Л. П. Идентификация упругих характеристик однонаправленных материалов по результатам испытаний многослойных композитов // Расчеты на прочность. М.: Машиностроение, 1989. Т. 30. С. 16–31.
- 4. Матвеенко В. П., Юрлова Н. А. Идентификация упругих постоянных композитных оболочек на основе статических и динамических экспериментов // Изв. РАН. Механика твердого тела. 1998. № 3. С. 12–20.
- 5. Деменікин А. Г., Козеко М. Е., Корнев В. М., Кургузов В. Д. Демпфирующие характеристики композитных конструкционных материалов, изготовленных намоткой // ПМТФ. 2001. Т. 42, № 1. С. 190–195.
- 6. Володина Л. В., Гердюков Н. Н., Зотов Е. В. и др. Реакция полусферических оболочек из ВВ на действие импульсной нагрузки (экспериментально-расчетное исследование). Вещества, материалы и конструкции при интенсивных динамических воздействиях // Тр. Междунар. конф. "V Харитоновские темат. науч. чтения". Саров: Всерос. науч.-исслед. ин-т эксперим. физики, 2003.
- 7. **Абросимов Н. А., Баженов В. Г.** Нелинейные задачи динамики композитных конструкций. Н. Новгород: Изд-во Нижегор. гос. ун-та, 2002.
- 8. Зотов Е. В., Гердюков Н. Н., Володина Л. В. Миниатюрное сферическое взрывное нагружающее устройство // Физика горения и взрыва. 1996. Т. 32, № 2. С. 134–140.
- Абросимов Н. А. Идентификация моделей вязкоупругого деформирования композитных оболочек вращения при импульсном нагружении // Пробл. прочности и пластичности. 2002. Вып. 64. С. 20–26.
- 10. **Писаренко Г. С., Яковлев А. П., Матвеев В. В.** Вибропоглощающие свойства конструкционных материалов. Киев: Наук. думка, 1971.
- 11. Поляк Б. Т. Введение в оптимизацию. М.: Наука, 1983.