

$s$	$\xi_F^0$	$\xi_C^0$
56,00	0,73	0,81
43,38	0,79	0,93
32,33	0,88	1,02
25,05	0,96	1,12
20,00	1,05	1,20
13,72	1,14	1,32
6,13	1,60	1,83

На рис. 8 представлена структура течения для промежуточного значения  $S = 20$  в момент времени  $\tau^0 = 0,084$ . Нижние слои стратосферы более интенсивно, чем тропосфера, подавляют восходящее конвективное течение газа ( $N_2 > N_1$ ). Это приводит к тому, что изотермы облака сплюсываются при переходе через тропопаузу. При  $\tau^0 < 0,06$  подъем облака для данного значения  $S$  происходит в автомодельном режиме и структура течения в нем аналогична рис. 3. При  $\tau^0 > 0,3$  облако приобретает форму сфероида.

Проведенные расчеты стадии зависания термика в двухслойной атмосфере позволили построить зависимость доли примеси  $\Delta M/M_0$ , выносимой облаком в стратосферу, от параметра  $S$  (рис. 9). Данную зависимость можно использовать для оценки количества примеси, выбрасываемой за тропопаузу при различных положениях ее уровня  $x_T$  и тепловой энергии термика. Так, для  $x_T = 10$  км тепловой энергии облака  $Q$  (Дж) соответствует величина [2]

$$S = \frac{x_T^2 N_1}{[g\beta Q/(2\pi\rho_a c_p)]^{1/2}} \approx 5,3 \cdot 10^8 Q^{-1/2}.$$

Тогда, согласно зависимости на рис. 9, термик с энергией меньше  $1,5 \cdot 10^{14}$  Дж задерживается под тропопаузой и выброса примеси в стратосферу не происходит. Для южного полушария загрязнения стратосферы примесью, содержащейся в плавучем облаке, не будет, если тепловая энергия последнего не превышает  $1,04 \cdot 10^{15}$  Дж.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Пастушков Р. С. Численное моделирование взаимодействия конвективных облаков с окружающей их атмосферой. — Тр. ЦАО, 1972, вып. 108.
2. Гостинцев Ю. А., Солодовник А. Ф., Лазарев В. В., Шацких Ю. В. Турбулентный термик в стратифицированной атмосфере. Препринт ИХФ АН СССР. — Черноголовка, 1985.
3. Махвиладзе Г. М., Щербак С. Б. Расчет конвективного движения газа над поверхностью горящего вещества. Препринт № 125. — М.: ИПМ АН СССР, 1979.
4. Андрущенко В. А. Образование кольцевого вихря при подъеме нагретой массы воздуха в стратифицированной атмосфере. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1978, № 2.
5. Андреев В., Панчев С. Динамика атмосферных термиков. — Л.: Гидрометеоздат, 1975.
6. Гостинцев Ю. А., Матвеев Ю. С. и др. К вопросу о физическом моделировании турбулентных термиков. — ПМТФ, 1986, № 6.
7. Gossard E. E., Hook W. H. Waves in the atmosphere. — Amsterdam; Oxford; N. Y.: Elsevier Sci. Publ., 1975.

Поступила 5/V 1985 г.

УДК 536.25

### ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛОЙ ГРАВИТАЦИОННОЙ КОНВЕКЦИИ В ПЕРЕМЕННОМ ПОЛЕ ВЕКТОРА МАЛЫХ УСКОРЕНИЙ

[В. С. Авдеевский, А. В. Корольков, В. С. Купцова,  
В. В. Савичев

(Москва)

Использование состояния, близкого к невесомости, в технологических процессах производства материалов может привести к улучшению структуры и однородности распределения примесей в приготовленных образцах [1—3]. При отсутствии сил тяжести определяющую роль в развитии конвективных процессов гравитационной природы играют малые ускорения, вызванные различными возмущениями. Малые ускорения свя-

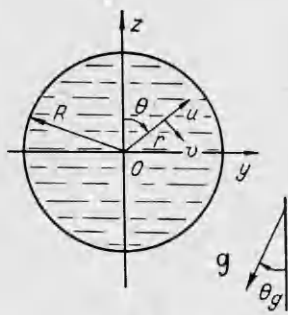


Рис. 1

заны с жесткими характеристиками конструкции, носят периодический характер, поэтому вектор малых ускорений  $\mathbf{g}$  непрерывно меняет свою величину и направление во времени. В ряде случаев это изменение с определенной степенью точности можно считать вращением постоянного по модулю вектора с постоянной угловой скоростью в некоторой фиксированной плоскости

$$(1) \quad |\mathbf{g}| = \text{const}, \quad \dot{\theta}_g = \tilde{\omega}t,$$

где  $\tilde{\omega}$  — угловая скорость вращения;  $\theta_g$  — угол между текущим и начальным ( $t = 0$ ) направлениями вектора  $\mathbf{g}$ ; здесь и далее значком  $\sim$  помечены размерные величины.

Чтобы ответить на вопрос, влияет ли (и если влияет, то каким образом) изменение вектора малого местного ускорения на развитие конвективных процессов переноса, было предпринято изучение на примере модельной задачи тепловой гравитационной конвекции в цилиндрической емкости при вращении  $\mathbf{g}$  в плоскости, перпендикулярной оси цилиндра.

Математическая модель задачи для расчетной схемы, приведенной на рис. 1, включает уравнения переноса импульса и энергии в переменных  $T, \psi, w$  (температура, функция тока, функция интенсивности вихря) и уравнение связи между  $\psi$  и  $w$ . В полярной системе координат в безразмерном виде в приближении Буссинеска эти уравнения имеют следующий вид: уравнение переноса импульса

$$\frac{\partial w}{\partial Fo} + u \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} = \text{Pr}^2 \text{Gr} \left\{ \frac{\partial T}{\partial r} \sin(\theta - \theta_g) + \frac{\partial T}{\partial \theta} \frac{\cos(\theta - \theta_g)}{r} \right\} + \frac{\text{Pr}}{r^2} \left\{ r \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right\};$$

уравнение переноса энергии

$$\frac{\partial T}{\partial Fo} + u \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2},$$

$$u = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial r},$$

$$\text{Gr} = 10^6, \quad \text{Pr} = 2,93, \quad \text{Fo} = 0,01.$$

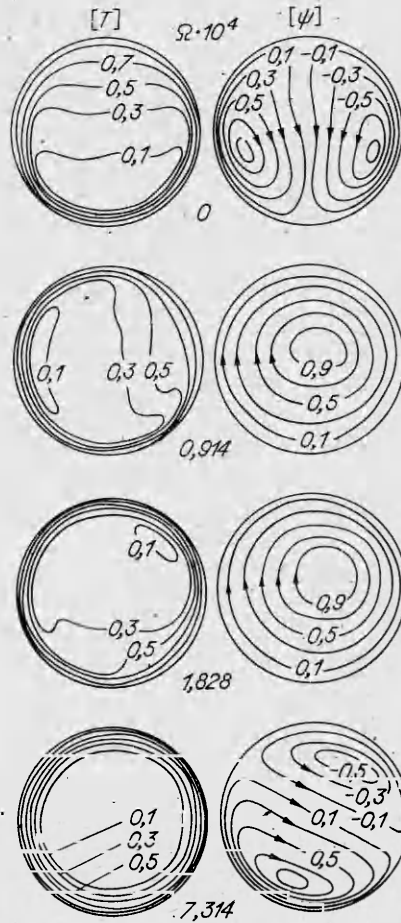


Рис. 2

уравнение связи  $\psi$  и  $w$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} = w,$$

изменение  $g$  во времени описывалось соотношением (1). Здесь использованы традиционные обозначения, переход к безразмерным величинам осуществлялся по соотношениям

$$Fo = \frac{\tilde{a} \tilde{t}}{\tilde{R}^2}, \quad r = \tilde{r}/\tilde{R}, \quad u = \tilde{u}\tilde{R}/\tilde{a}, \quad v = \tilde{v}\tilde{R}/\tilde{a},$$

$$\Delta \tilde{T} = |\tilde{T}_w - \tilde{T}_0|, \quad T = \frac{\tilde{T} - \tilde{T}_0}{\Delta \tilde{T}}, \quad \psi = \tilde{\psi}/\tilde{a}, \quad w = \tilde{w}\tilde{R}^2/\tilde{a},$$

$$Pr = \tilde{v}/\tilde{a}, \quad Gr = \frac{|g| \tilde{\beta} \Delta \tilde{T} \tilde{R}^3}{\tilde{v}^2}.$$

Поскольку в рассматриваемом случае, когда кроме определяющих тепловую гравитационную конвекцию критериев Грасгофа  $Gr$  и Прандтля  $Pr$  имеется дополнительный определяющий фактор  $\omega$  — угловая скорость вращения  $g$ , целесообразно при математической формулировке задачи использовать систему уравнений переноса, непосредственно ее включающую. Для этого следует перейти к переменным  $r$ ,  $\theta_{II}$ ,  $Fo$ , где  $\theta_{II} = \theta - \theta_g = \theta - \omega Fo$  — новая тангенциальная координата. Подставив выражение для  $w$

$$\frac{\partial w(\theta, Fo)}{\partial Fo} - \frac{\partial w(\theta_{II}, Fo)}{\partial Fo} + \frac{\partial w(\theta_{II}, Fo)}{\partial \theta_{II}} \frac{\partial \theta_{II}}{\partial Fo} = \frac{\partial w(\theta_{II}, Fo)}{\partial Fo} - \omega \frac{\partial w(\theta_{II}, Fo)}{\partial \theta_{II}}$$

в уравнение переноса импульса, получим

$$(2) \quad \frac{\partial w}{\partial Fo} + u \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta_{II}} = Pr^2 Gr \left\{ \frac{\partial T}{\partial r} \sin \theta_{II} + \frac{\partial T}{\partial \theta_{II}} \frac{\cos \theta_{II}}{r} + \Omega \frac{\partial w}{\partial \theta_{II}} \right\} + \frac{Pr}{r^2} \left\{ r \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 w}{\partial \theta_{II}^2} \right\}.$$

Здесь  $\Omega = \frac{\tilde{\omega} \tilde{a}}{|g| \tilde{\beta} \Delta \tilde{T} \tilde{R}}$  — число, характеризующее соотношение между инерционными силами, возникающими при вращении  $g$ , и силами плавучести. Аналогичным образом, подставив выражение для  $T$

$$\frac{\partial T(\theta, Fo)}{\partial Fo} = \frac{\partial T(\theta_{II}, Fo)}{\partial Fo} + \frac{\partial T(\theta_{II}, Fo)}{\partial \theta_{II}} \frac{\partial \theta_{II}}{\partial Fo} = \frac{\partial T(\theta_{II}, Fo)}{\partial Fo} - \omega \frac{\partial T(\theta_{II}, Fo)}{\partial \theta_{II}}$$

в уравнение переноса энергии, имеем

$$(3) \quad \frac{\partial T}{\partial Fo} + u \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta_{II}} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta_{II}^2} + \Omega Gr Pr^2 \frac{\partial^2 T}{\partial \theta_{II}^2}.$$

Получить критерий  $\Omega$  для вращательной конвекции можно и при подобных преобразованиях уравнений в неподвижной системе координат, не связанной с  $g$ . Такой путь возможен, но он сложен для анализа, поскольку получается весьма громоздкий аргумент синуса и косинуса. Более логичным и естественным с точки зрения анализа рассматриваемого явления следует считать переход к приведенной выше системе координат, так как при этом удается выделить в явном виде в уравнениях переноса члены, которые непосредственно связаны с механизмом возникновения вращательной конвекции.

Уравнение связи  $\psi$  и  $w$  остается без изменений, поскольку оно неэволюционное и от времени  $Fo$  не зависит.

Краевые условия имеют вид

$$\begin{aligned} \text{при } Fo = 0 \quad T = 0, \quad \psi = 0, \quad w = 0, \\ \text{при } r = 1 \quad T = 1, \quad \psi = 1, \quad w = \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2}. \end{aligned}$$

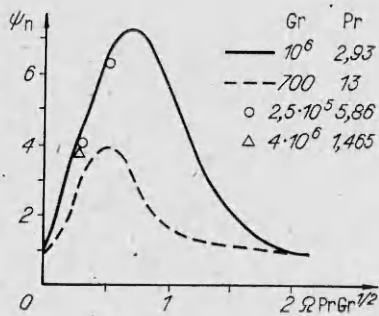


Рис. 3

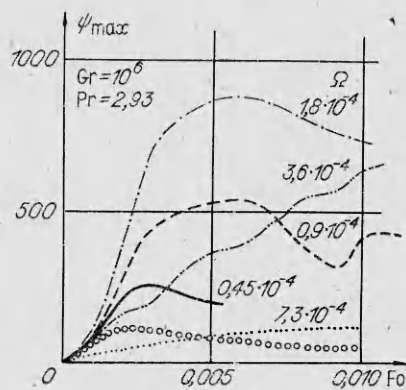


Рис. 4

Задача решалась методом конечных разностей с использованием модифицированной явной схемы с автоматическим изменением разностного оператора [5] для уравнений переноса импульса и энергии и метода прогонки для уравнения связи  $\psi$  и  $w$ .

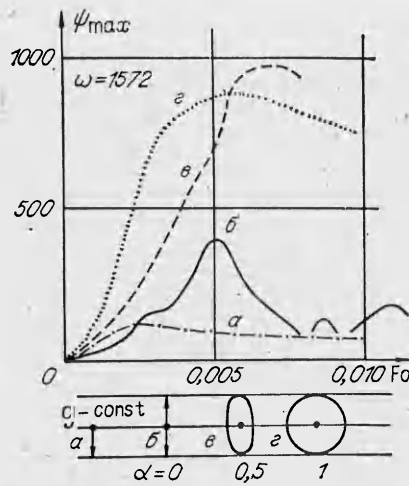
При анализе системы (2), (3) по критерию  $\Omega$ , подтвержденном результатами обширного численного эксперимента, выявлены следующие особенности развития тепловой гравитационной конвекции, возникающие при наличии угловой скорости вращения  $\mathbf{g}$ .

При отсутствии вращения  $\mathbf{g}$   $\Omega = 0$  и члены, включающие  $\Omega$ , в правой части уравнений переноса импульса и энергии равны нулю ( $\Omega \frac{\partial w}{\partial \theta_{II}} = 0$ ,  $\Omega \text{Gr} \text{Pr}^2 \frac{\partial T}{\partial \theta_{II}} = 0$ ). При большой скорости вращения  $\mathbf{g}$  величина  $\Omega$  стремится

к бесконечности, а члены  $\partial w / \partial \theta_{II}$  и  $\partial T / \partial \theta_{II}$  в силу сохранения порядка величин в уравнениях переноса импульса и энергии должны стремиться к нулю. При определенных значениях  $\Omega$  наблюдается максимум интенсивности конвективного движения, который характеризуется  $\max \psi_{max}$  и может значительно превосходить интенсивность конвективного движения при неподвижном векторе  $\mathbf{g}$ . Сделанные выше выводы подтверждаются результатами численных экспериментов, приведенных на рис. 2—4. При  $\Omega = 7,314 \cdot 10^{-4}$  ( $\text{Gr} = 10^6$ ,  $\text{Pr} = 2,93$ ) изотермы приобретают вид концентрических окружностей, что свидетельствует о том, что производная температуры в тангенциальном направлении равна нулю (рис. 2).

Обработка и анализ результатов численных экспериментов, проведенных при различных значениях  $\text{Pr}$ ,  $\text{Gr}$  и  $\Omega$ , позволили обобщить данные и построить простую зависимость относительной максимальной функции тока  $\psi_n = \psi_{max} / \psi_{max, \omega=0}$  от комплексного параметра  $\Omega \text{PrGr}^{1/2}$  (рис. 3). Эта зависимость показывает, что максимум интенсивности конвективного движения существует в диапазоне  $0 < \Omega \text{PrGr}^{1/2} < 2$ , а при  $\Omega \text{PrGr}^{1/2} = 2$  отношение  $\psi_{max} / \psi_{max, \omega=0} \approx 1$ , т. е. интенсивность конвективного движения такая же, как и при неподвижном векторе  $\mathbf{g}$ . При дальнейшем увеличении скорости вращения  $\mathbf{g}$ , когда указанный комплекс больше двух, интенсивность конвективного движения подавляется, отношение  $\psi_{max} / \psi_{max, \omega=0}$  уменьшается и в пределе стремится к нулю.

Поскольку для разных систем (с отличающимися физическими свойствами, размерами, геометрией и условиями теплообмена) реакция на одну и ту же скорость вращения  $\mathbf{g}$  будет различной, обработка и представление результатов в зависимости от  $\omega$  менее удобны, так как для каждой новой системы придется проводить свой расчет. Приведенная обработка данных и представление зависимостей именно от комплекса  $\Omega \text{PrGr}^{1/2}$  закономерны и несут общий характер, поскольку изменение интенсивности конвективного движения обусловлено не просто увеличением или уменьшением скорости вращения  $\mathbf{g}$ , а является следствием сложного взаимодействия ряда процессов, определяемых параметрами системы, входящими



Р и с. 5

ми в критерии Gr, Pr и  $\Omega$ . Зависимость для  $\psi_{\max}/\psi_{\max, \omega=0}$ , приведенная на рис. 3, позволяет для различных значений Gr, Pr и  $\Omega$  до решения задачи определить, какое влияние окажет вращение  $\mathbf{g}$  на интенсивность конвективного движения в каждом конкретном случае.

Следует отметить, что при различных значениях  $\Omega$  меняется не только интенсивность конвективного течения, но и качественная картина полей функций тока и температур (см. рис. 2). Наличие вращения  $\mathbf{g}$  приводит к нарушению симметрии полей  $T$  и  $\psi$ . При  $0 < \Omega Pr Gr^{1/2}$  интенсивность положительного вихря больше, чем при неподвижном векторе  $\mathbf{g}$ , а отрицательного — меньше. Положительный вихрь доминирует в поле функций тока, практически полностью вытесняя отрицательный.

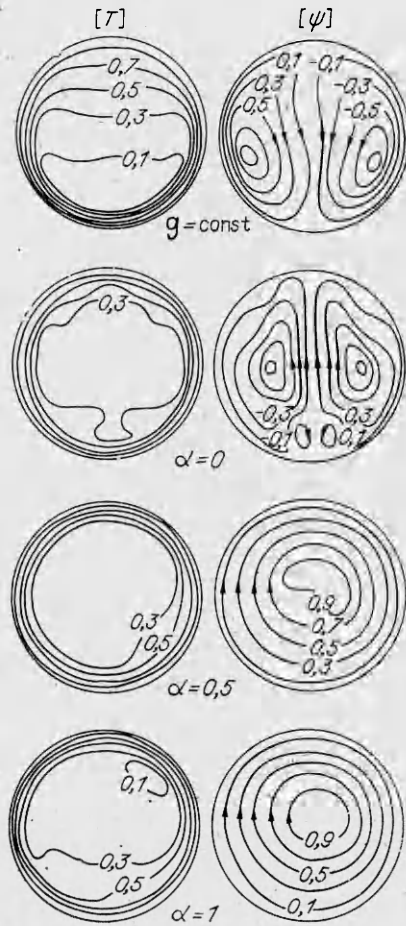
Обнаруженные в данной работе явления увеличения интенсивности и подавления конвективного движения при вращении вектора ускорения массовых сил оказываются чрезвычайно важными при проведении анализа результатов натуральных и численных экспериментов, поскольку они позволяют с совершенно новых позиций подойти к объяснению поведения жидкостей и расплавов в поле малых ускорений.

Численные эксперименты проведены также и для других законов изменения вектора ускорения:

$$g_z = g_0 \cos \omega Fo, \quad g_y = g_0 \alpha \sin \omega Fo.$$

Для этих случаев представлены зависимости  $\psi_{\max}$  от безразмерного времени (рис. 5). С уменьшением амплитуды проекции вектора на ось  $Oy$  интенсивность течения падает, однако остается более высокой, чем в поле постоянного вектора  $\mathbf{g}$ . Поля температур и функций тока, приведенные на рис. 6, показывают, что существует как количественное, так и качественное различие картин течения при разных законах пространственно-временного изменения  $\mathbf{g}$ , что требует проведения серьезных дополнительных исследований.

$Gr=10^6, Pr=2,93, Fo=0,01, \omega=1572$



Р и с. 6

## ЛИТЕРАТУРА

1. Авдучевский В. С. и др. Проблемы космического производства. — М.: Машиностроение, 1980.
2. Технологические эксперименты в невесомости. — Свердловск: УНЦ АН СССР, 1983.
3. «Салют-6» — «Союз». Материаловедение и технология. — М.: Наука, 1985.
4. Гришин С. Д. и др. Исследование малых ускорений на борту орбитальной научной станции «Салют-6». — В кн.: Технологические эксперименты в невесомости. — Свердловск: УНЦ АН СССР, 1983.
5. Кушова В. С. Численные методы исследования процессов тепло- и массопереноса. Учеб. пособие. Ч. 2. — М., 1976.

Поступила 30/XII 1985 г.

УДК 532.526

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ КРУПНОМАСШТАБНОГО ПЕРЕМЕШИВАНИЯ В РАСШИРЯЮЩЕЙСЯ СВЕРХЗВУКОВОЙ СТРУЕ

Н. А. Желтухин, Н. М. Терехова

(Новосибирск)

Существование в сверхзвуковых турбулентных струях крупномасштабных волн неустойчивости, осуществляющих процессы крупномасштабного перемешивания, — важный фактор, влияющий как на структуру потока, так и на процессы шумообразования в нем. Обнаружено, что в дозвуковых струях такие колебания могут приводить к образованию когерентных структур типа торов, простых и двойных спиралей, которые при дальнейшей своей эволюции приводят к генерации широкополосного шума и шумов, связанных с нелинейным развитием волн неустойчивости [1].

Для высокоскоростных струй подобных экспериментов из-за технической сложности их постановки крайне мало, поэтому многие аспекты взаимодействия потока и волн неустойчивости еще до конца не ясны [2, 3]. В этой ситуации нельзя недооценивать эффективность методов математического моделирования, которые могут способствовать пониманию определенных этапов такого взаимодействия. Для сверхзвуковых струй подобных работ еще не было.

Говоря о виде крупномасштабных волн, эволюционирующих в сверхзвуковом потоке, необходимо отметить, что наиболее важны из них возмущения, названные модой струйного столба, которые в своем развитии захватывают как слой смещения, так и потенциальное ядро. По сравнению с возникающей у корня струи модой сдвигового слоя они более энергонесущи, имеют широкий частотный спектр и более характерны для струи. Частотные и структурные формы таких волн достаточно хорошо изучены [4—6].

В работе исследуются процессы взаимодействия возмущений конечной интенсивности типа моды струйного столба с расчетной сверхзвуковой турбулентной осесимметричной холодной струей на ее начальном участке. Предполагается, что мелкомасштабная турбулентность находится в состоянии энергетического равновесия со средним течением и на его развитие влияния не оказывает. Рассматривается, какие изменения могут возникать в потоке под действием единичных волн разной спектральной формы (осесимметричных  $n = 0$  и азимутальных или спиральных  $n = 1$  и  $2$ ) и более сложных колебаний машущего типа (суперпозиция синхронизированных право- и левозакрученных спиралей  $n = \pm 1$  и  $\pm 2$ ).

Вектор средней скорости такого потока  $\mathbf{u} = |U_0, 0, W_0|$  имеет как радиальную  $U_0$ , так и продольную  $W_0$  компоненту. Здесь и далее употребляются безразмерные величины, обезразмеривание проведено делением на  $\bar{r}$  (начальный радиус) и  $\bar{W}$ ,  $\bar{\rho}$  (продольная скорость и плотность в ядре потока). В ядре струи ( $r < r_1 = 1 - \delta/2$ )  $\mathbf{u} = |0, 0, 1|$ , во внешнем поле ( $r > r_2 = 1 + \delta/2$ )  $\mathbf{u} = |0, 0, 0|$ , а в слое смещения толщиной  $\delta$  ( $r_1 \leq r \leq r_2$ ) продольная компонента аппроксимируется соотношением Шлихтинга [7]

$$W_0 = 1 - (1 - \eta^{1.5})^2, \quad \eta = (1 - r + \delta/2)/\delta, \quad 0 \leq \eta \leq 1.$$