

УДК 532.5; 519.63

РАЗВИТИЕ ВОЗМУЩЕНИЙ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА
ДВУХ ГАЗОВ, УСКОРЯЕМОЙ УДАРНОЙ ВОЛНОЙС. М. Бахрах, Б. А. Клопов, Е. Е. Мешков, А. И. Толшмяков,
Ю. В. ЯнилкинВНИИ экспериментальной физики,
607200 Арзамас-16

Как известно [1], граница раздела двух сред разной плотности неустойчива, если постоянное ускорение направлено от легкой среды к тяжелой. В этом случае малые начальные возмущения растут экспоненциально. Если ускорение направлено от тяжелой жидкости к легкой, то граница устойчива.

В [2] рассмотрен случай, когда ускорение имеет импульсный характер и, в частности, когда граница ускоряется стационарной ударной волной, проходящей из более легкой среды в тяжелую. В этом случае для малых амплитуд начального синусоидального возмущения рост амплитуды со временем происходит по линейному закону

$$\frac{da}{dt} = a_0 n u R, \quad a(0) = a_0,$$

где $n = 2\pi/\lambda$; λ — длина волны возмущения; u — скорость контактной границы; $R = (\rho_2 - \rho_1)/(\rho_2 + \rho_1)$ — число Атвуда; ρ_1 и ρ_2 — плотности газов на границе, сжатой ударной волной.

Результаты экспериментального исследования [3] качественно подтвердили выводы [2]. Кроме того, было обнаружено, что граница является неустойчивой также и в случае прохождения ударной волны из тяжелого газа в легкий. За исключением начального участка, в обоих случаях амплитуда возмущения границы растет линейно со временем.

В настоящее время имеется большое количество работ по изучению развития синусоидальных возмущений границы раздела после прохождения ударной волны (см., например, [4–9]); в [8, 10] приводятся результаты численного решения двух задач, где исследуется развитие конечных «ступенчатых» возмущений.

В данной работе приводятся результаты экспериментального и численного исследования развития конечных возмущений различной формы. Рассматриваемый диапазон амплитуд начального возмущения Δ_0 (измеряется от верхней до нижней точки возмущения) $0,2\lambda \leq \Delta_0 \leq 0,8\lambda$. В случае возмущения типа $y = a_0 \cos nx$ $\Delta_0 = 2a_0$ (Δ_0 — высота «ступеньки»).

Экспериментальное исследование. 1. Эксперименты проводились на ударной трубе по методике, описанной в [3].

Измерительная секция ударной трубы прямоугольного сечения состояла из стыкуемых блоков. В стыке между блоками помещалась тонкая органическая пленка с удельной массой $(3-4) \cdot 10^{-5}$ г/см. Объемы блоков заполнялись газами разной плотности. Стыку блоков и соответственно границе между газами придавалась специальная форма, определяющая форму начального возмущения границы.

Исследуемая граница ускоряется стационарной плоской ударной волной, формирующейся в канале ударной трубы. Канал измерительной

секции ударной трубы имеет прозрачные стенки, через которые можно наблюдать за процессом течения. Регистрация картины течения осуществлялась при помощи теневой установки ИАБ-451 и сочлененной с ней оптически сверхскоростной камеры СФР-2М в варианте покадровой съемки.

2. В экспериментах было исследовано развитие начальных возмущений границы газов разной плотности: воздух ($\rho_0 = 1,205$ г/л, $\gamma = 1,405$) и фреон-12 ($\rho_0 = 5,13$ г/л, $\gamma = 1,138$).

Начальные возмущения границы задавались в виде: 1) приближающегося к синусоидальному (сопряженные дуги окружностей), 2) «ступеньки», 3) «пилы». Число Маха ударной волны, формирующейся в канале ударной трубы в воздухе, $M=1,44$.

3. На рис. 1 приведены кадры фотохронограмм опытов: *a* — с квазисинусоидальным возмущением, $\lambda = 120$ мм, $\Delta_0 = 48$ мм, ударная волна

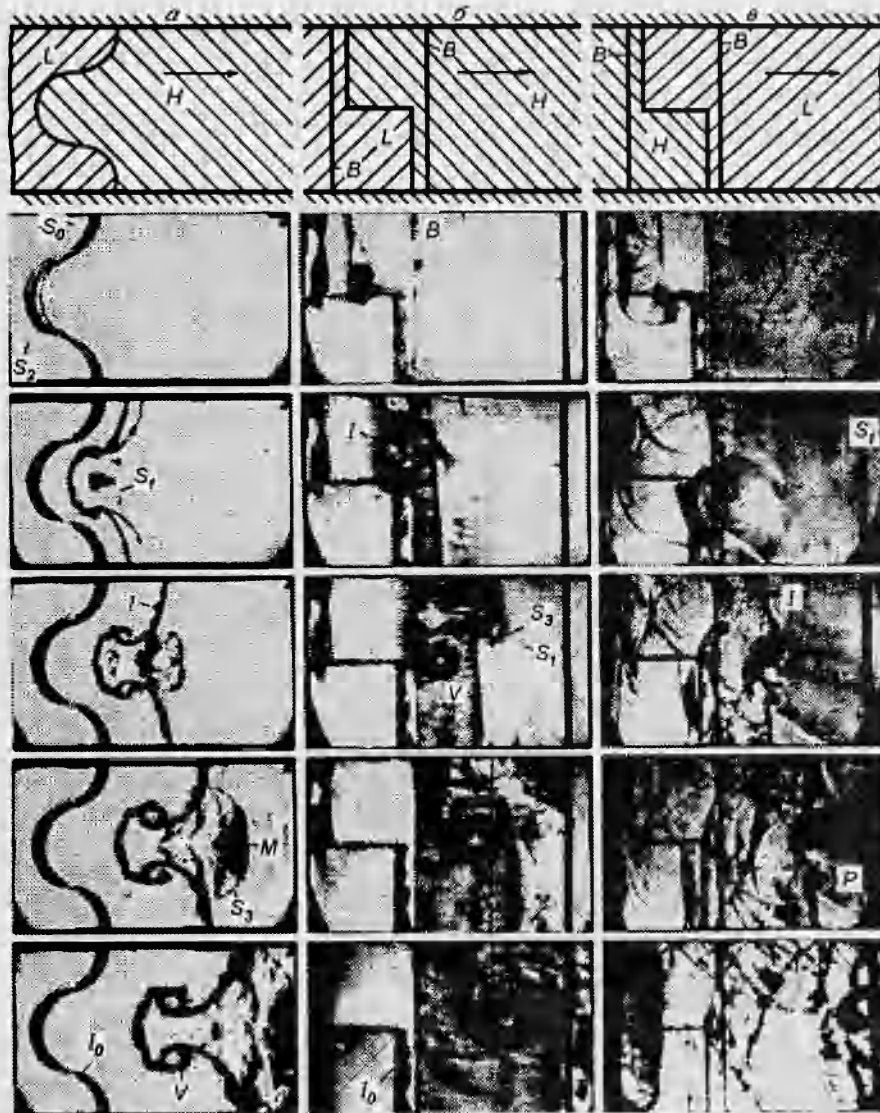


Рис. 1

проходит границу из воздуха во фреон-12; *б* — с возмущением типа «ступеньки», $\lambda = 240$ мм, $\Delta_0 = 48$ мм, волна проходит границу из воздуха во фреон-12; *в* — возмущение типа «ступеньки», $\lambda = 240$ мм, $\Delta_0 = 48$ мм, волна проходит из фреона-12 в воздух. Во всех случаях интервал времени между кадрами 160 мкс.

Рассмотрим случай рис. 1, *а*, где I_0 — первоначальное положение границы раздела газов (стык блоков измерительной секции ударной трубы), в котором помещалась пленка, разделяющая газы, I — текущая граница раздела газов (пленка), B — стык в канале ударной трубы без пленки, L — легкий газ, H — тяжелый газ, P — отдельное возмущение границы.

При прохождении ударной волны S через границу раздела газов I_0 после распада разрыва образуется прошедшая S_1 и отраженная S_2 ударные волны. Обе они возмущены. При взаимодействии падающей ударной волны S_0 с наклонными участками границы формируются тангенциальные течения с разрывом скорости на границе. Эти потоки порождают поперечные волны сжатия, трансформирующиеся в поперечные ударные волны S_3 . Развитие неустойчивости Кельвина — Гельмгольца на наклонных участках границы приводит к образованию вихревых зон V , растущих со временем. Столкновение поперечных волн S на плоскости симметрии приводит к образованию волны Маха M .

4. В случае «ступеньки» формирование вихревой зоны начинается практически сразу же после выхода волны на границу (рис. 1, *б, в*). Характерные размеры вихревой зоны имеют величину порядка высоты «ступеньки». На рис. 1, *б* ударная волна проходит границу из легкого газа в тяжелый, а на рис. 1, *в* — наоборот. В первом случае после прохождения границы ударной волной амплитуда возмущения (высота «ступеньки») вначале уменьшается по амплитуде, а затем растет со временем, во втором возмущение меняет знак и затем растет по амплитуде.

5. В случае «пилы» вихревая зона в течение эксперимента не образуется, форма возмущения в целом меняется слабо, но вместе с тем возмущение растет со временем по амплитуде.

Следует обратить внимание на то, что, как приведено в [7], в эксперименте скорость роста амплитуды возмущения может несколько занижаться из-за влияния прочностных свойств пленки. В [7] показано, что из-за стабилизирующего влияния натяжения пленки скорость роста малых синусоидальных возмущений в эксперименте может занижаться на $\sim 10\%$.

Численное исследование. Постановка расчетов. Двумерные газодинамические расчеты проводились по методикам СИГМА [11] и ЭГАК [12]. В расчетах по методике СИГМА граница раздела являлась линией счетной сетки (лагранжевой линией). Разностная схема методики СИГМА имеет второй порядок точности по пространственным переменным.

В методике ЭГАК используются переменные Эйлера, что позволяет проводить расчеты течений с большими деформациями. Для выделения контактных границ используются концентрации веществ и специальный (донорно-акцепторный) алгоритм счета конвективных потоков для ограничения счетной диффузии. Разностная схема методики ЭГАК является схемой первого порядка точности и обладает аппроксимационной вязкостью, коэффициент которой

$$\mu = \frac{h\rho u}{4}$$

(h — размер счетной точки).

Число точек в расчетах выбиралось таким, чтобы аппроксимационная вязкость не оказывала существенного влияния на развитие возмущений.

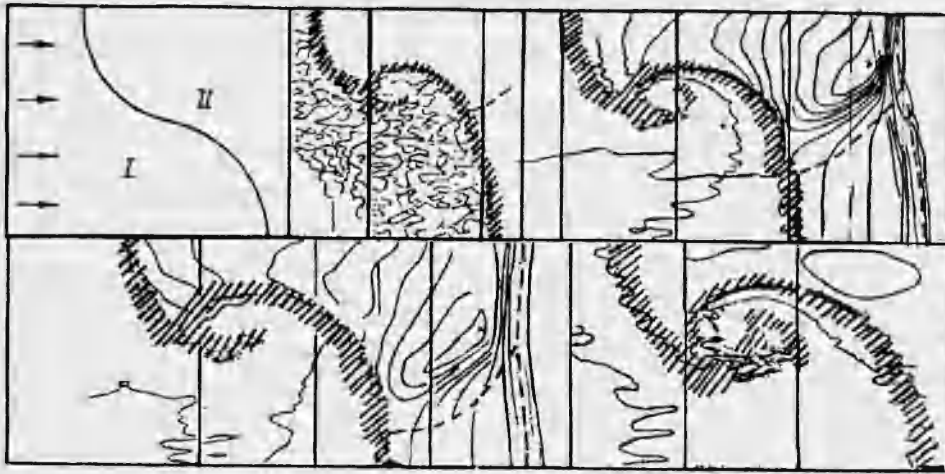


Рис. 2

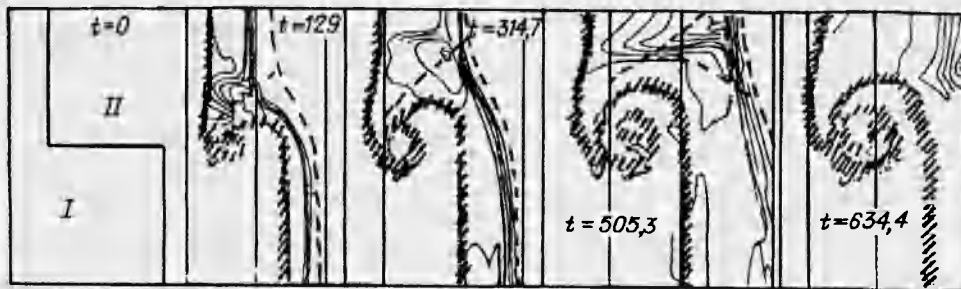


Рис. 3

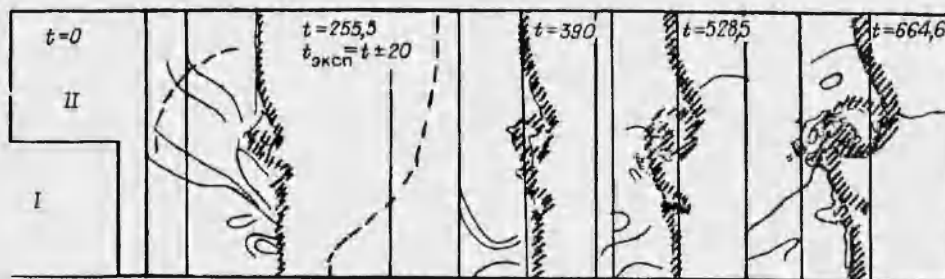


Рис. 4

Подробно этот вопрос исследовался в [7]. В соответствии с рекомендациями [7] в расчетах по методике СИГМА бралось 20 точек на длину волны возмущения. Число точек в расчетах по методике ЭГАК определялось следующим образом.

В [7] изучалось влияние вязкости на неустойчивость границы раздела после прохождения ударной волны. Для случая, когда одна среда является вязкой жидкостью, а вторая — идеальной, было показано, что эволюция малых синусоидальных возмущений границы раздела описывается уравнением

$$\frac{da}{dt} = a_0 n u R \exp(-0,9126 \vartheta n^2 t),$$

где $\vartheta = \mu/\rho$ — кинематический коэффициент вязкости.

Применяя эту формулу для аппроксимационной вязкости, получаем соотношение, которое определяет ошибку в скорости роста амплитуды возмущения в зависимости от отношения размера счетной точки h к длине волны. Используя полученное соотношение, можно показать, что при 100–120 точках на длину волны возмущения ошибка в скорости роста амплитуды в наших расчетах (учитывается физическое время t процесса) будет составлять $\sim 1\%$.

Уравнение состояния всех веществ принималось в форме идеального газа.

Сравнение расчетных и экспериментальных данных. По методике ЭГАК были произведены расчеты всех экспериментов, описанных выше. Сопоставление расчетов с экспериментальными данными проводилось путем оптического проецирования фотохронограмм экспериментов на соответствующие графики изолиний плотности, построенные на ЭВМ. Контроль равенства масштабов изображений и отсутствия пространственного сдвига осуществлялся совмещением неподвижных регистров кадра фотохронограммы и графика. Величина ошибки в положении границ не превышает 2%. Рис. 2–4 наглядно демонстрируют физическую картину происходящих процессов (цифры I и II означают номера веществ). Расчетные и экспериментальные данные согласуются, за исключением некоторых мелкомасштабных деталей вихревых зон.

Численное исследование влияния величины и формы начального возмущения. Для изучения влияния величины и формы начального возмущения было проведено несколько серий расчетов, в которых варьировались форма начального возмущения (синусоидальное возмущение, «пила», «ступенька») и амплитуда в пределах $\Delta_0 = 0,8\lambda$. Рассматривалось прохождение ударной волны через границы газов: воздух, фреон – гелий ($\rho_0 = 0,167$ г/л, $\gamma = 1,63$) — как из легкого газа в тяжелый, так и из тяжелого в легкий. Диапазон чисел Атвуда $R = 0,5 \div 0,94$.

Совокупность проведенных расчетов позволяет сделать следующие выводы:

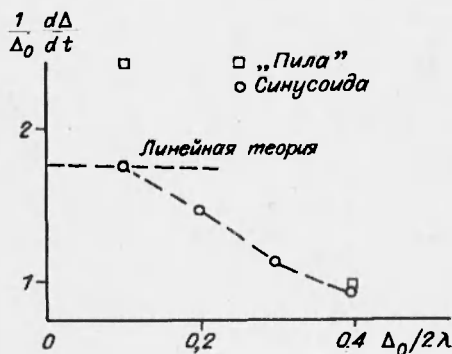


Рис. 5

$(d\Delta/dt)/\Delta_0$ уменьшается с увеличением Δ_0/λ для всех рассмотренных нами форм границ и типов распада разрыва. Для синусоиды уменьшение

1. Относительная скорость роста амплитуды начального возмущения

относительной скорости роста амплитуды возмущения ($a_0 \leq 0,4 \lambda$) происходит по линейному закону (рис. 5).

2. Скорость роста амплитуды возмущения сильно зависит от формы границы, однако с увеличением начальной амплитуды эта зависимость сглаживается. При $\Delta_0 = 0,2 \lambda$ скорость роста амплитуды пилообразного возмущения в 1,5 раза больше, чем у синусоидального; при $\Delta_0 = 0,8 \lambda$ скорости роста равны (рис. 5).

3. Для синусоидальных возмущений имеет место линейный рост амплитуды со временем вплоть до 3–4-кратного ее увеличения (рис. 6). На этих стадиях процесса форма существенно отличается от начальной (рис. 7). Спектральный анализ формы границы показывает, что вторая гармоника при возмущениях, больших $a_0 \geq 0,1 \lambda$, появляется практически сразу. Последующие гармоники появляются в порядке их возрастания при существенном увеличении амплитуды предыдущей гармоники. Причем коэффициенты разложения при нечетных гармониках имеют тот же знак, что и первая гармоника, а при четных — противоположный. Можно показать, что при $a_2 \leq a_1/4$ (a_1, a_2 — коэффициенты спектрального разложения формы границы) вторая гармоника не влияет на амплитуду возмущения.

Линейный рост амплитуды со временем имеет место и для пилообразного возмущения.

4. При численном изучении подобных задач особое внимание следует уделять выбору числа счетных точек.

Эволюция синусоидального возмущения при рассмотренных значениях амплитуды начального возмущения приводит к появлению гармоник высокого порядка; при произвольной форме границы высокие гармоники

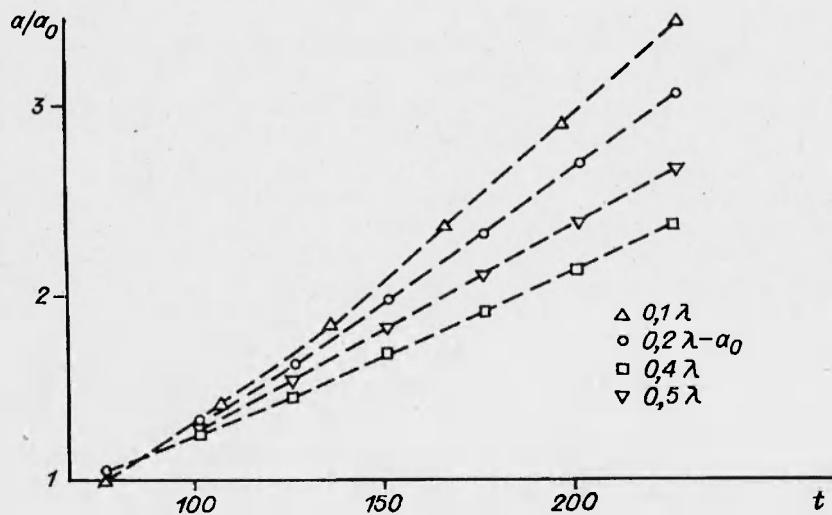


Рис. 6

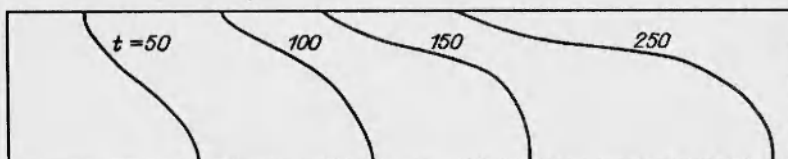


Рис. 7

содержатся с самого начала. Для правильного описания эволюции каждой из интересующих нас гармоник на длину волны этой гармоники должно приходиться число счетных точек, которое оценивалось выше. В связи с этим для данного типа исследований особое значение имеют расчеты на сходимость.

ЛИТЕРАТУРА

1. Taylor G. I. The instability of liquid surfaces when accelerated in a direction perpendicular to their planes // Proc. Roy Soc. London. 1950. V. A 201, N 1065. P. 192-196.
2. Richtmyer R. D. Taylor instability in shock-acceleration of compressible fluids // Commun. Pure and Appl. Math. 1960. V. 13. P. 297.
3. Мешков Е. Е. Неустойчивость границы раздела двух газов, ускоряемой ударной волной // Изв. АН СССР. МЖГ. 1969. № 5. С. 151-158.
4. Николаев Ю. М. Решение для плоской ударной волны, проходящей через слабо искривленную границу раздела двух сред // Прикладная математика и механика. 1965. Т. 29, № 4. С. 658-666.
5. Зайдель Р. М. Прохождение ударных волн через искривленную границу раздела двух сред // Изв. АН СССР. МЖГ. 1972. № 1. С. 111.
6. Meyer K. A., Blewitt P. J. Numerical investigation of the stability of a shock-accelerated interface between two fluids // Phys. Fluids. 1972. V. 15, N 5. P. 753.
7. Бахрах С. М., Гришина Г. А., Ковалев Н. П. и др. Некоторые вопросы экспериментального и численного исследования тейлоровской неустойчивости // Числ. методы механики сплош. среды. 1979. Т. 10, № 1. С. 17-30.
8. Исследование гидродинамической неустойчивости с помощью ЭВМ: Сб. науч. тр. / АН СССР, Ин-т прикл. механики. М., 1981.
9. Алешин А. Н., Демченко В. В., Зайцев С. Г., Лазарева Е. В. Взаимодействие ударного фронта с волнообразным контактным разрывом // Изв. РАН. МЖГ. 1992. № 5. С. 168-174.
10. Анучина Н. Н. О методах расчета течений сжимаемой жидкости с большими деформациями // Числ. методы механики сплош. среды. 1970. Т. 1, № 4.
11. Баталова М. В., Бахрах С. М., Винокуров О. А. и др. Комплекс СИГМА для расчета задач двумерной газодинамики // Тр. Всесоюз. семинара по численным методам механики вязкой жидкости. Новосибирск: Наука, 1969. С. 283-288.
12. Бахрах С. М., Глаголева Ю. П., Самигулин М. С. и др. Расчет газодинамических течений на основе метода концентраций // Докл. АН СССР. 1981. Т. 257, № 3. С. 566-569.

Поступила в редакцию 2/II 1994 г.,
в окончательном варианте — 27/VI 1994 г.