

НИЗКОЧАСТОТНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ РДТТ. ВЛИЯНИЕ МАХЕ-ЭФФЕКТА И ГЕОМЕТРИИ ЗАРЯДА

И. Г. Ассовский, С. А. Рашковский

Институт химической физики им. Н. Н. Семенова РАН, 117977 Москва

Рассмотрена неакустическая (низкочастотная) неустойчивость горения твердого топлива в реактивном двигателе. Предложена модель нестационарного горения в двигателях с канальными зарядами. Модель учитывает изменение распределения температуры в продуктах горения при изменении давления газа (Махе-эффект). Нестационарная скорость газовой выделенности и температура продуктов горения определяются на основе феноменологического подхода Зельдовича с учетом изменения температуры поверхности топлива (модель Новожилова) и температуры пламени (модель Гостинцева и Суханова). Определена зависимость границы области устойчивости РДТТ от длины канала заряда и предсоплового объема камеры двигателя. Показано, что Махе-эффект приводит к значительному (1,5 ÷ 2 раза) сужению области параметров устойчивого горения в РДТТ. Установлено, что РДТТ с канальным зарядом имеет более узкую область устойчивости по параметру Зельдовича k , чем РДТТ с торцевым зарядом, при одинаковых объемах камер сгорания. Для канальных зарядов положение границы устойчивости зависит, главным образом, от объема предсопловой части камеры сгорания.

ВВЕДЕНИЕ

Низкочастотная (неакустическая) неустойчивость горения в РДТТ обычно проявляется в виде пригасания топлива с последующим его самовоспламенением («чихание» двигателя) или в виде периодических флуктуаций давления с частотой не выше 10 Гц. Знание границы устойчивости и ее зависимости от характеристик горения топлива и камеры сгорания необходимо при проектировании двигателей. Поэтому исследование механизма возникновения неустойчивости в РДТТ, начиная с пионерских работ Зельдовича и Лейпунского [1–3], представляет традиционный интерес для теории горения твердого топлива (см., например, [4–17]).

В зарубежной литературе низкочастотную неустойчивость называют L^* -неустойчивостью, что связано с существованием критического значения приведенной длины камеры сгорания

$$L^* = W/\sigma,$$

где W — свободный объем камеры сгорания, σ — площадь критического сечения сопла.

L^* -неустойчивость возникает, если свободный объем камеры сгорания недостаточно велик. Такая ситуация характерна для начала горения, когда на горение могут влиять многие факторы (воспламенение, эрозия, нестаци-

онарное горение, неполнота горения и др.), что обуславливает сложность экспериментального и теоретического исследования.

Несмотря на важное прикладное значение проблемы, в литературе нет общепринятой количественной теории неустойчивости. Первые качественные объяснения были предложены Победоносцевым (см. [12]). Он связывал неустойчивость с плохим воспламенением, а также срывом пламени в длинных каналах. Первая физически обоснованная теория была предложена Зельдовичем в [1, 3], где показано, что колебания связаны с тепловой инерционностью волны горения, распространяющейся по твердому топливу, а также с расходными характеристиками камеры сгорания. Низкочастотная неустойчивость возникает, когда характерное время тепловой релаксации волны горения $\tau_T = \kappa/u^2$ (κ — температуропроводность, u — скорость горения топлива) становится сравнимым с характерным временем релаксации давления в камере сгорания

$$\tau_r = W/ART_b\sigma,$$

где A — коэффициент истечения, R — газовая постоянная, T_b — температура продуктов горения топлива.

В большинстве существующих теорий низкочастотной неустойчивости используется предположение об однородном распределении

температуры продуктов горения по объему камеры двигателя (и даже постоянство температуры газа). Такое допущение упрощает математическую формулировку проблемы, однако игнорирует зависимость температуры газа при сжатии или расширении от исходного давления, при котором газ образовался (Махе-эффект [18]). На принципиальную важность указанного эффекта обращалось внимание в ряде работ (см., например, [6, 7, 12]). В [7] была впервые предложена теория L^* -неустойчивости РДТТ с учетом температурных (энтропийных) волн в камере сгорания для двигателей с торцевыми зарядами. Существенным допущением теории [7], ограничивающим ее применение, является предположение о постоянстве времени пребывания частиц газа в камере двигателя, которое рассматривается как параметр задачи. Представленный в данной работе анализ L^* -неустойчивости учитывает значительное изменение времени пребывания частицы в камере в процессе горения, а также его зависимость от места газообразования (геометрии поверхности горения). Это удается сделать, используя лагранжево описание для течения газа в камере сгорания двигателя [19].

Работа является дальнейшим развитием теории L^* -неустойчивости, ранее предложенной авторами для двигателей с зарядами торцевого горения [17]. Используется общий феноменологический подход [1, 4, 5] для описания нестационарного горения топлива, что позволяет избежать известных ограничений [9, 12], возникающих при выборе конкретной модели пламени топлива [7].

1. МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ДЛЯ ЗАРЯДОВ ТОРЦЕВОГО ГОРЕНИЯ

Для удобства изложения рассмотрим сначала двигатель с зарядом торцевого горения (точнее, зарядом, поверхность горения которого равноудалена от сопла двигателя, см. рис. 1, *a*). Приведем кратко основные положения и соотношения предлагаемой теории (подробнее см. в [17]).

Будем исходить из следующих допущений.

1. Движение газа от поверхности горения к соплу ламинарное и одномерное; порции газа, образовавшиеся в разные моменты времени, не смешиваются в течение всего времени пребывания в камере сгорания.

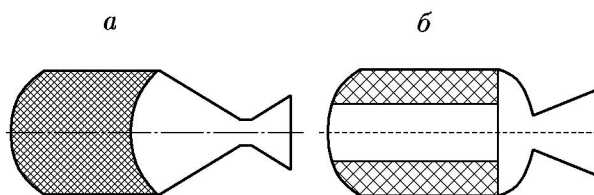


Рис. 1. Схемы РДТТ:

a — заряд торцевого горения с равноудаленной от сопла поверхностью; *b* — каналный заряд

2. Давление газа в камере двигателя (p) одинаково по всему объему и меняется только во времени: $p = p(t)$. В этом предположении заключается принципиальное отличие от задачи об акустической неустойчивости горения, когда давление в камере двигателя неоднородно, но среднее давление постоянно во времени. Изменение среднего давления является эффектом второго порядка по амплитуде акустической волны. В предельном случае квазистационарных возмущений обе постановки задачи совпадают.

3. Массовая скорость истечения газа через сопло $A\rho\sigma$ меняется в соответствии с текущими значениями давления $p(t)$ и температуры $T(t)$ частицы газа, достигшей к моменту времени t критического сечения сопла; площадь критического сечения сопла σ постоянна во времени.

4. Топливо гомогенно; плотность, теплоемкость и теплопроводность конденсированной фазы постоянны.

5. Состав и теплоемкость продуктов горения постоянны. Это предположение соответствует двум предельным случаям для соотношения между временем химической реакции и временем пребывания частицы в камере. В первом случае считается, что ширина зоны химической реакции и соответственно время реакции пренебрежимо малы по сравнению с другими пространственными и временными масштабами задачи. Состав продуктов горения и температура пламени отвечают условиям термодинамического равновесия. В другом случае (беспламенное горение) соотношение масштабов противоположно, так что химическая реакция не успевает оказать заметного влияния на состояние газа в камере. Условия реализации указанных режимов анализировались в [14, 15].

Несмотря на однородность давления, температуры порций газа, образовавшихся в раз-

ные моменты времени, могут существенно различаться в силу Махе-эффекта. В результате поток газа вдоль камеры имеет неоднородное распределение температуры и плотности. Характерный пространственный масштаб l температурной неоднородности в камере сгорания, совпадающий с масштабом различных порций газа, определяется характерными значениями времени изменения давления (τ_r) и скорости течения газа в камере (V): $l = V\tau_r$.

Теплообмен между частицами газа не учитывается в силу достаточно малой частоты пульсаций давления и малого времени пребывания газа в камере [17].

Основные соотношения

Будем использовать метод Лагранжа [19] для описания движения газа в камере сгорания и сопле. Такой метод (в отличие от традиционного эйлерова описания) позволяет избежать зависимости формулировки задачи от конкретной геометрии заряда.

Пусть в течение малого промежутка времени dt у поверхности горения в момент t образовалась порция газа массой dm при давлении $p(t)$. Температура образовавшейся порции равна температуре пламени $T_b(t)$, определяемой условиями сгорания в данный момент времени. В рамках феноменологической теории нестационарного горения твердого топлива [1, 4, 5] (предполагающей завершенность газозных реакций и безынерционность газовой фазы волны горения) температура T_b является функцией мгновенных значений давления $p(t)$ и градиента температуры в топливе у поверхности горения $\Phi(t)$: $T_b = T_b(p, \Phi)$.

Обозначим через τ_n время движения образовавшейся порции газа до сопла. Тогда в момент истечения $t + \tau_n$ давление в камере сгорания будет $p(t + \tau_n)$, а температура данной порции газа $T(t + \tau_n)$ будет зависеть от $T_b(t)$, $p(t)$ и $p(t + \tau_n)$. Время пребывания τ_n при нестационарном процессе является функцией времени t .

Для адиабатического (в общем случае политропного) процесса движения лагранжевой частицы температура порции, образовавшейся в момент t_* , равна

$$T(t) = T_b(t_*) [p(t)/p(t_*)]^{(N-1)/N},$$

где N — показатель адиабаты.

Учитывая, что коэффициент истечения A зависит от температуры газа на входе в сопло как $T^{-1/2}$, запишем

$$A(t) = A_b(t - \tau_n) [p(t - \tau_n)/p(t)]^{(N-1)/2N}, \quad (1)$$

где $A_b(t)$ — коэффициент истечения при температуре $T_b(t)$.

Свободный объем камеры сгорания, занятый газом, равен

$$W = \int_{t-\tau_n}^t \left[\frac{p(t_*)}{p(t)} \right]^{1/N} \frac{\gamma S u(t_*)}{\rho [p(t_*)]} dt_*, \quad (2)$$

где γ — плотность топлива, ρ — плотность газа, S — площадь поверхности горения, $u(t)$ — мгновенное значение скорости горения топлива. При заданном объеме камеры сгорания формулу (2) следует рассматривать как интегральное уравнение относительно $p(t)$.

Учитывая, что по определению вся масса газа, образовавшегося за время от $t = 0$ до $t - \tau_n$, к моменту времени t истечет через сопло, можно записать

$$\int_0^{t-\tau_n} u(t_*) \gamma S dt_* = \int_0^l A(t_*) p(t_*) \sigma dt_*.$$

Дифференцируя это уравнение по t , получим

$$\frac{d\tau_n}{dt} = 1 - \frac{A(t)p(t)\sigma}{u(t - \tau_n)\gamma S}. \quad (3)$$

Система уравнений (1)–(3) описывает динамику энтропийных возмущений в камере сгорания РДТТ (Махе-эффект).

Устойчивость стационарного горения

Рассмотрим нестационарное горение в РДТТ при малом возмущении стационарного режима:

$$u_0 \gamma S = A_0 p_0 \sigma.$$

Из формулы (2) следует, что стационарное значение времени пребывания газа в камере сгорания равно времени релаксации давления в камере РДТТ (τ_r):

$$\tau_n^0 = \frac{W \rho_0}{\gamma S u_0} = \frac{W}{A_0 R T_{b,0} \sigma} \equiv \tau_r.$$

Перейдем к безразмерным переменным:

$$\tau = \frac{u_0^2}{\varkappa} t, \quad v = \frac{u}{u_0} - 1, \quad \varphi = \frac{\Phi}{\Phi_0} - 1,$$

$$\eta = \frac{p}{p_0} - 1, \quad \psi = \frac{\tau_n}{\tau_n^0} - 1, \quad \theta = \frac{T_s - T_{s,0}}{T_{s,0} - T_0},$$

где T_s — температура поверхности горения, T_0 — начальная температура топлива. Перепишем в этих переменных уравнения (1)–(3):

$$\begin{aligned} \chi \left[\frac{1}{N} \eta(\tau) - \psi(\tau) \right] = \\ = \int_{\tau-\chi}^{\tau} \left[\left(\alpha - \frac{N-1}{N} \right) \eta(\tau_*) + \varepsilon \varphi(\tau_*) + v(\tau_*) \right] d\tau_*, \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \chi \frac{d\psi}{d\tau} = - \left[\frac{N+1}{2N} \eta(\tau) - \frac{1}{2} \left(\alpha - \frac{N-1}{N} \right) \eta(\tau-\chi) - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \varepsilon \varphi(\tau-\chi) - v(\tau-\chi) \right], \quad (5) \end{aligned}$$

где $\chi = \tau_r u_0^2 / \varkappa$, α — чувствительность температуры пламени к давлению газа, v — относительная флуктуация скорости горения.

Подставив в (4) и (5) возмущения в виде

$$\begin{aligned} \eta(\tau) = \eta_1 \exp(\Omega \tau), \quad v = v_1 \exp(\Omega \tau), \\ \varphi = \varphi_1 \exp(\Omega \tau), \quad \psi = \psi_1 \exp(\Omega \tau) \end{aligned}$$

и исключив ψ_1 , получим соотношение между амплитудами возмущений:

$$\begin{aligned} \left[\frac{1}{N} \Omega \chi + \frac{N+1}{2N} - \left(\alpha - \frac{N-1}{N} \right) \times \right. \\ \left. \times \left(1 - \frac{1}{2} \exp(-\Omega \chi) \right) \right] \eta_1 - \\ - v_1 - \varepsilon \left(1 - \frac{1}{2} \exp(-\Omega \chi) \right) \varphi_1 = 0. \quad (6) \end{aligned}$$

Соотношение (6) замыкает систему уравнений теории нестационарного горения топлива [4, 5].

Характеристическое уравнение, полученное из условия разрешимости системы уравнений нестационарного горения и из уравнения (6), имеет вид

$$\frac{\sqrt{1+4\Omega} - 1}{2\Omega} \left[k y + \varepsilon(\delta - \nu) \left(1 - \frac{1}{2} \exp(-\Omega \chi) \right) \right] -$$

$$\begin{aligned} - (k + r - 1)y + \delta - \nu - \frac{\sqrt{1+4\Omega} + 1}{2\Omega} \times \\ \times \left[\delta - r y + \varepsilon(\delta + \mu) \left(1 - \frac{1}{2} \exp(-\Omega \chi) \right) \right] = 0, \quad (7) \end{aligned}$$

$$y = \frac{\Omega \chi}{N} + \frac{N+1}{2N} - \left(\alpha - \frac{N-1}{N} \right) \left(1 - \frac{1}{2} \exp(-\Omega \chi) \right).$$

Здесь

$$\begin{aligned} k = (T_{s,0} - T_0) \frac{\partial \ln u_0}{\partial T_0}, \quad r = \frac{\partial T_{s,0}}{\partial T_0}, \\ \mu = \frac{1}{T_{s,0} - T_0} \frac{\partial T_{s,0}}{\partial \ln p}, \quad \nu = \frac{\partial \ln u_0}{\partial \ln p}, \quad \delta = \nu r - \mu k \end{aligned}$$

— характеристики чувствительности стационарной скорости горения топлива u_0 и температуры поверхности $T_{s,0}$ к изменению начальной температуры и давления [4, 5].

Пределы устойчивости стационарного горения

Граница области параметров устойчивого горения топлива в РДТТ определяется решением характеристического уравнения (7) при мнимых значениях частоты Ω . Прежде всего, из (7) легко получить критическое соотношение между параметрами топлива, при котором реализуются квазистационарные колебания ($\Omega \rightarrow 0$):

$$\delta - r(1 - \alpha/2) + \varepsilon(\delta + \mu)/2 = 0.$$

Отсюда при $\varepsilon = \mu = 0$ следует критическое соотношение $\nu = 1 - \alpha/2$, что согласуется с результатом работы [11], в которой исследовалась устойчивость горения к квазистационарным акустическим колебаниям в двигателе.

Некоторые результаты численного решения уравнения (7) показаны на рис. 2 (см. также [17]). Линия 1 соответствует изотермическим продуктам сгорания ($\alpha = \varepsilon = 0$) и изотермическому процессу в камере сгорания РДТТ ($N = 1$) — Махе-эффект отсутствует. В неизотермическом политропном процессе в камере сгорания (например, при $N = 1,2$) даже при изотермических продуктах сгорания ($\alpha = \varepsilon = 0$) сужается область устойчивого горения в РДТТ (линия 2). Неизотермичность продуктов сгорания дополнительно дестабилизирует горение в РДТТ. Границы устойчивости для этого случая представляют кривая 3 ($\alpha = 0,25, \varepsilon = 0$) и кривая 4 ($\alpha = 0,25, \varepsilon = 0,25$).

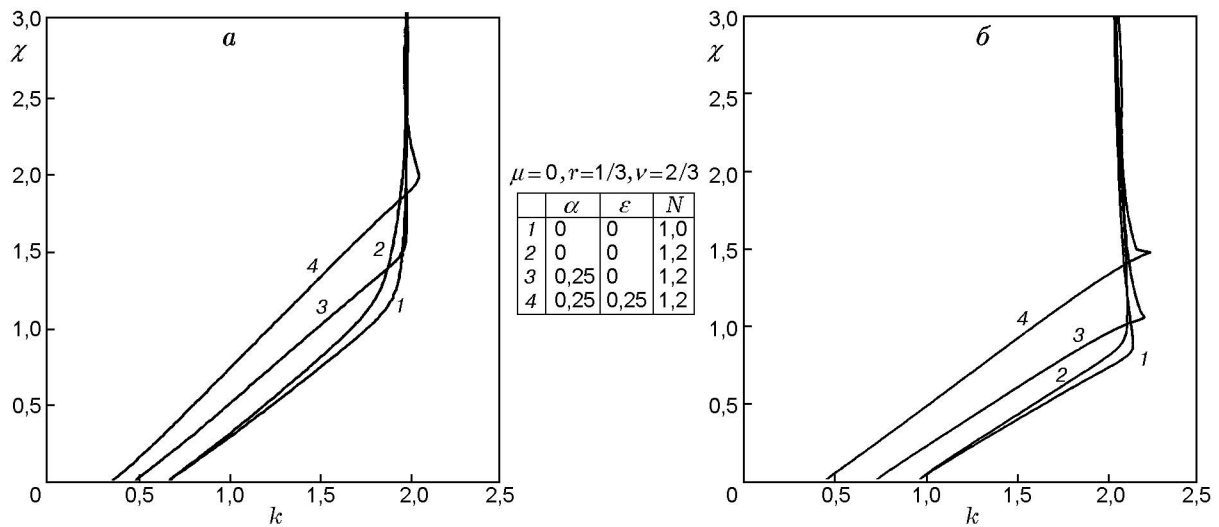


Рис. 2. Положение границы устойчивости в зависимости от характеристик стационарного горения торцевого заряда:

1 — изотермический газ в камере сгорания, 2 — изотермическое газовыделение с поверхности горения, 3, 4 — неизомермические продукты горения

Необходимо отметить, что все кривые довольно быстро ($\chi \geq 2$) сходятся к общей вертикальной асимптоте, $k = k^*$, соответствующей границе устойчивого горения топлива при постоянном давлении [9]: $r = (k^* - 1)^2 / (k^* + 1)$.

Из полученных результатов следует, что граница устойчивости не зависит от длины камеры сгорания, а определяется только ее объемом (точнее, приведенной длиной камеры $L_* = W/\sigma$). На первый взгляд, этот результат противоречит предложенной модели, так как L^* -неустойчивость можно интерпретировать (по аналогии с акустической неустойчивостью) как резонанс между энтропийными волнами в камере сгорания и колебательной системой, которой является горящее топливо [9]. Однако, как показано в [17], это противоречие кажущееся и связано с тем, что при торцевом горении время пребывания газа в камере сгорания равно времени релаксации давления и зависит только от объема камеры (но не от ее длины).

В общем случае (например, для канальных зарядов) время пребывания газа в камере существенно зависит от того, в какой точке поверхности горения образовалась та или иная порция газа. Поэтому можно ожидать, что условие устойчивости РДТТ с канальным зарядом будет зависеть от длины канала заряда.

2. МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА

ДЛЯ КАНАЛЬНЫХ ЗАРЯДОВ

Рассмотрим схему двигателя с осесимметричным канальным зарядом (см. рис. 1, б). Горение топлива происходит только по внутренней поверхности канала: торцы и внешняя поверхность заряда забронированы. Между выходным торцом заряда и соплом камеры имеется предсопловой объем.

Перечислим основные допущения.

1. Давление в камере сгорания (включая канал) однородно; влиянием газодинамических перепадов давления на процесс горения и истечения пренебрегаем (это соответствует дозвуковым течениям в камере сгорания).

2. Все участки поверхности заряда горят синхронно: с одинаковой нестационарной скоростью горения и температурой пламени.

3. Смешение различных порций продуктов сгорания в канале, камере и сопле и теплообмен между ними пренебрежимо малы (движение каждой порции газа адиабатическое).

Каждое из перечисленных допущений накладывает известные ограничения на длину канала. Например, из допущения 1 следует, что длина канала должна быть меньше критической [20], при которой наступает звуковое заклинивание канала. Допущение 3 ограничивает длину канала значением, соответствующим началу турбулизации потока (случай турбулентно-

го перемешивания продуктов горения рассматривался в [7, 9, 14, 15]).

Основные соотношения

В рассматриваемом случае каждая элементарная порция продуктов сгорания характеризуется не только временем образования t_* , но и точкой поверхности горения, в которой она образовалась. Для характеристики положения точки на поверхности горения введем переменную S , численно равную площади поверхности, заключенной между рассматриваемым сечением канала и некоторым «начальным» сечением. Начальное сечение выберем таким образом, чтобы время τ_n было монотонно возрастающей функцией параметра S : $0 \leq S \leq S_0$, где S_0 — полная поверхность горения заряда, совпадающая с поверхностью канала.

Учитывая, что $\tau_n = \tau_n(t, S)$, коэффициент истечения для каждой порции газа, описываемый формулой (1), также будет функцией параметров t, S : $A = A(t, S)$.

В силу допущения о синхронном горении всех точек поверхности заряда величины u, T_b, A_b, Φ будут функциями только времени t_* .

Каждая порция продуктов сгорания, протекая через сопло, образует трубку тока с минимальным сечением $d\sigma$.

Закон сохранения массы для продуктов сгорания, образовавшихся на участке dS поверхности заряда, имеет вид

$$dS \int_0^{t-\tau_n(t,S)} u(t_*) \gamma dt_* = d\sigma \int_0^t A(t_*, S) p(t_*) dt_*.$$

Дифференцируя это соотношение по t , получим уравнение

$$\left[1 - \frac{\partial \tau_n(t, S)}{\partial t} \right] \frac{u(t - \tau_n) \gamma}{A(t, S) p(t)} = \frac{\partial \sigma}{\partial S}. \quad (8)$$

Очевидно, что сумма мгновенных площадей минимальных сечений всех трубок тока, соответствующих различным порциям продуктов сгорания, равна площади минимального сечения сопла σ . Тогда, интегрируя уравнение (8), получим

$$\int_0^{S_0} \left[1 - \frac{\partial \tau_n(t, S)}{\partial t} \right] \frac{u(t - \tau_n) \gamma}{A(t, S) p(t)} dS = \sigma. \quad (9)$$

Уравнение (9) является обобщением уравнения (3) на случай канальных зарядов.

Для замыкания системы уравнений необходимо определить зависимость $\tau_n(t, S)$. С этой целью введем допущение о равномерном распределении скорости продуктов сгорания по сечению канала. Подобное допущение широко используется при расчетах течений в камерах сгорания РДТТ.

Объем камеры сгорания (см. рис. 1, б) может быть разбит на две части: объем канала и предсопловой объем W_0 . Между произвольным сечением канала S и «начальным» сечением заключен объем $W(S)$, в котором находятся только продукты сгорания, образовавшиеся на участке поверхности горения $[0, S]$. Для заданной геометрии заряда функция $W(S)$ всегда известна.

По аналогии с (2) для объема $W(S)$ можно записать

$$W(S) = \int_0^S \int_{t-\tau_n(t,S_*)}^{t-\tau_n(t,S)} \left[\frac{p(t_*)}{p(t)} \right]^{1/N} \frac{\gamma u(t_*)}{\rho [p(t_*)]} dt_* dS_*. \quad (10)$$

Для всего объема камеры сгорания $W_\Sigma = W(S_0) + W_0$ из тех же соображений можно записать

$$W(S_0) + W_0 = \int_0^{S_0} \int_{t-\tau_n(t,S_*)}^t \left[\frac{p(t_*)}{p(t)} \right]^{1/N} \frac{\gamma u(t_*)}{\rho [p(t_*)]} dt_* dS_*. \quad (11)$$

Вычитая из (11) соотношение (10) при $S = S_0$, после простых преобразований получим

$$W_0 = \int_{t-\tau_n(t,S_0)}^t \left[\frac{p(t_*)}{p(t)} \right]^{1/N} \frac{\gamma u(t_*) S_0}{\rho [p(t_*)]} dt_*, \quad (12)$$

что в точности совпадает с (2).

Система уравнений (1), (9), (10), (12) описывает динамику энтропийных возмущений в камере сгорания РДТТ с канальным зарядом.

Дифференцируя (10) по S , получим

$$\frac{\partial W(S)}{\partial S} = -S \left[\frac{p(t - \tau_n)}{p(t)} \right]^{1/N} \times \frac{\gamma u(t - \tau_n)}{\rho [p(t - \tau_n)]} \frac{\partial \tau_n(t, S)}{\partial S}. \quad (13)$$

Ограничимся случаем $\partial W(S)/\partial S = \text{const}$. Это соответствует каналу постоянного сечения (отсутствие эффекта раздувания [2, 12]).

Из уравнений (12), (13) следует, что для стационарного режима горения

$$\tau_n^0(S) = \tau_n^0(S_0) - a \frac{\rho_0}{\gamma u_0} \ln \frac{S}{S_0}, \quad (14)$$

$$\tau_n^0(S_0) = \frac{W_0 \rho_0}{\gamma S_0 u_0} = \frac{W_0}{A_0 R T_{b,0} \sigma} \equiv \tau_r.$$

Уравнение (13) преобразуем к более удобному для дальнейшего анализа виду

$$\int_S^{S_0} \frac{1}{S} \frac{dW}{dS} dS = \int_{t-\tau_n(t,S)}^{t-\tau_n(t,S_0)} \left[\frac{p(t_*)}{p(t)} \right]^{1/N} \frac{\gamma u(t_*)}{\rho [p(t_*)]} dt_*. \quad (15)$$

Устойчивость стационарного горения

Рассмотрим малые возмущения параметров относительно их стационарных значений:

$$\psi_0 = \frac{\tau_n(t, S_0)}{\tau_r} - 1, \quad \psi_s(t, S) = [\tau_n(t, S) - \tau_s^0(S)] \frac{u_0^2}{\varkappa}.$$

Аппаратурную константу χ_0 определим как $\chi_0 = \tau_r u_0^2 / \varkappa$. Заметим, что константа χ_0 зависит лишь от предсоплового объема камеры сгорания РДТГ.

Введем функцию

$$\chi_s(S) = \frac{\tau_n^0(S) u_0^2}{\varkappa} = \chi_0 + \beta \ln \frac{S_0}{S}, \quad (16)$$

которую можно рассматривать, как «аппаратурную функцию» двигателя, где параметр $\beta = a \frac{\rho_0 u_0}{\gamma \varkappa} = \frac{a S_0}{W_0} \chi_0$ отражает влияние геометрии канала.

Для малых отклонений уравнение (12) принимает вид, аналогичный уравнению (8):

$$\begin{aligned} \chi_0 \left[\frac{1}{n} \eta(\tau) - \psi_0(\tau) \right] = \\ = \int_{\tau-\chi_0}^{\tau} \left[\left(\alpha - \frac{N-1}{N} \right) \eta(\tau_*) + \varepsilon \varphi(\tau_*) + v(\tau_*) \right] d\tau_*, \quad (17) \end{aligned}$$

а уравнение (15) принимает вид

$$\psi_s(\tau, S_0) - \psi_s(\tau, S) = \int_{\tau-\chi_s(S)}^{\tau-\chi_s(S_0)} \left[\left(\alpha - \frac{N-1}{N} \right) \eta_*(\tau_*) + \varepsilon \varphi_*(\tau_*) + v_*(\tau_*) \right] d\tau_*. \quad (18)$$

Из уравнения (9) легко получить

$$\begin{aligned} \frac{N+1}{2N} \eta_*(\tau) S_0 = \int_0^{S_0} \left[v_*(\tau - \chi_s) + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \left(\alpha - \frac{N-1}{N} \right) \eta_*(\tau - \chi_s) + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \varepsilon \varphi_*(\tau - \chi_s) - \frac{\partial \psi_s(\tau, S)}{\partial \tau} \right] dS. \quad (19) \end{aligned}$$

Подставляя в (18) возмущения в экспоненциальном виде, а также возмущение $\psi_s(\tau, S)$ в виде $\psi_s(\tau, S) = \psi_{s,1}(S) \exp(\Omega \tau)$, после простых преобразований получим

$$\begin{aligned} \psi_{s,1} = \chi_0 \psi_1 - \frac{1}{\Omega} \left[\left(\alpha - \frac{N-1}{N} \right) \eta_1 + \varepsilon \varphi_1 + v_1 \right] \times \\ \times \left[1 - \left(\frac{S}{S_0} \right)^{\Omega \beta} \right] \exp(-\Omega \chi_0). \quad (20) \end{aligned}$$

При выводе этой формулы было учтено очевидное условие $\psi_s(\tau, S_0) = \chi_0 \psi_*$ или $\psi_{s,1}(S_0) = \chi_0 \psi_1$.

Подставляя (20) в (17), (19) и исключая ψ_1 , получим

$$\begin{aligned} \left[\frac{1}{n} \Omega \chi_0 + \frac{N+1}{2N} - \left(\alpha - \frac{N-1}{N} \right) \times \right. \\ \left. \times \left(1 - \frac{1}{2(1+\beta\Omega)} \exp(-\Omega \chi_0) \right) \right] \eta_1 - v_1 - \\ - \left[1 - \frac{1}{2(1+\beta\Omega)} \exp(-\Omega \chi_0) \right] \varepsilon \varphi_1 = 0. \quad (21) \end{aligned}$$

Характеристическое уравнение, полученное из условия разрешимости уравнений нестационарного горения и уравнения (21), имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{1+4\Omega} - 1}{2\Omega} \left[ky + \varepsilon(\delta - \nu) \times \right. \\ \left. \times \left(1 - \frac{1}{2(1+\beta\Omega)} \exp(-\Omega \chi_0) \right) \right] - (k+r-1)y + \\ + \delta - \nu - \frac{\sqrt{1+4\Omega} + 1}{2} \left[\delta - ry + \varepsilon(\delta + \mu) \times \right. \\ \left. \times \left(1 - \frac{1}{2(1+\beta\Omega)} \exp(-\Omega \chi_0) \right) \right] = 0, \quad (22) \end{aligned}$$

где

$$y = \frac{1}{N} \Omega \chi_0 + \frac{N+1}{2N} - \left(\alpha - \frac{N-1}{N} \right) \times \\ \times \left(1 - \frac{1}{2(1+\beta\Omega)} \exp(-\Omega\chi_0) \right).$$

При $\beta = 0$ уравнение (22) переходит в уравнение (7) для РДТТ с торцевым зарядом. Легко видеть, что параметр β , отражающий влияние канала, входит в (22) в виде произведения $\beta\Omega$. Поэтому в предельном случае квазистационарных возмущений ($\Omega \rightarrow 0$) критические условия для канальных и торцевых зарядов совпадают. В общем случае ($\Omega > 0$) критическое условие и соответствующая частота пульсаций будут зависеть от параметра β .

Пределы устойчивости стационарного горения

Рассмотрим влияние параметров β , χ_0 на положение границы области устойчивости на плоскости (χ, k) . Заметим, что аппаратная константа для свободного объема камеры сгорания равна $\chi = \beta + \chi_0$, где χ_0 и β соответствуют предсопловому объему и объему канала (см. рис. 1, б). Результаты численного решения уравнения (22) на пределе устойчивости для $r = 1/3$, $\nu = 2/3$, $\mu = 0$, $\alpha = 0,25$, $\varepsilon = 0$, $n = 1,2$ при различных значениях параметра χ_0 представлены на рис. 3–6. Область неустойчивости на рис. 3 расположена справа от приведенных кривых. Из рисунка видно, что граница устойчивости зависит не только от суммарного объема камеры сгорания χ , но и от того, какая его доля χ_0 приходится на предсопловой объем.

Представленные кривые ограничены снизу линией ($\beta = 0$, $\chi = \chi_0$), которая соответствует границе устойчивости для торцевого заряда. Из рис. 3 и 2, а видно, что форма заряда существенно влияет на низкочастотную неустойчивость горения в РДТТ. Так, при одинаковом объеме камеры сгорания, РДТТ с канальным зарядом имеет значительно более узкую область устойчивости по параметру k , чем РДТТ с торцевым зарядом, причем с уменьшением предсоплового объема область устойчивости сужается.

Как следует из рис. 3, граница устойчивости может быть представлена в виде зависимости $k^* = k^*(\chi, \chi_0)$. Легко видеть, что зависимость от χ слабая, поэтому приближенно можно записать $k^* = k^*(\chi_0)$. С достаточной точностью можно считать, что процесс в

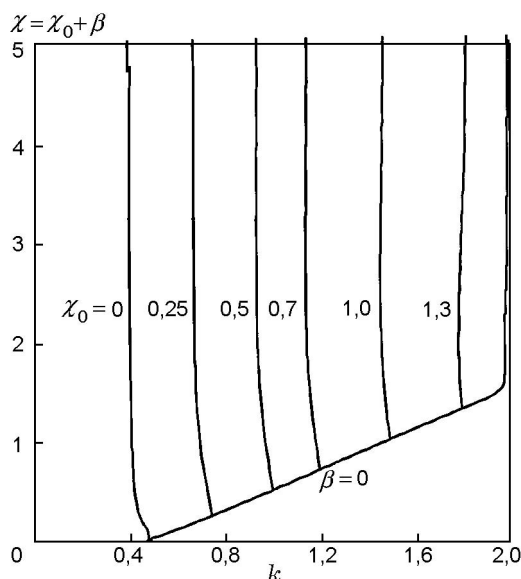


Рис. 3. Положение границы устойчивости для различных значений предсоплового объема камеры сгорания с канальным зарядом

РДТТ будет неустойчивым, если $k > k^*(\chi_0)$ или $\chi_0 < \chi^*(k)$, причем функции $k = k^*(\chi_0)$ и $\chi_0^* = \chi^*(k)$ являются обратными и описывают границу низкочастотной устойчивости для торцевых зарядов. На рис. 3 зависимость $\chi = \chi^*(k)$ показана нижней линией.

Согласно данным рис. 3 можно утверждать, что для канальных зарядов граница низкочастотной неустойчивости зависит не от всего объема камеры, а определяется, главным образом, предсопловым объемом. Поэтому, если объем камеры РДТТ с торцевым зарядом совпадает с предсопловым объемом РДТТ с канальным зарядом, их границы низкочастотной устойчивости совпадают. Отсюда следует, что для стабилизации процесса в РДТТ с канальным зарядом необходимо увеличивать предсопловой объем, так как увеличение объема канала практически не сказывается на устойчивости процесса.

Отметим также важную для практики особенность горения канальных зарядов: с увеличением свободного объема камеры за счет увеличения объема канала граница устойчивости в РДТТ не приближается к границе устойчивости горения топлива при постоянном давлении (что имеет место при торцевом горении).

На рис. 4 приведены собственные частоты (в безразмерном виде) для РДТТ с канальным зарядом на границе устойчивости. В зависимо-

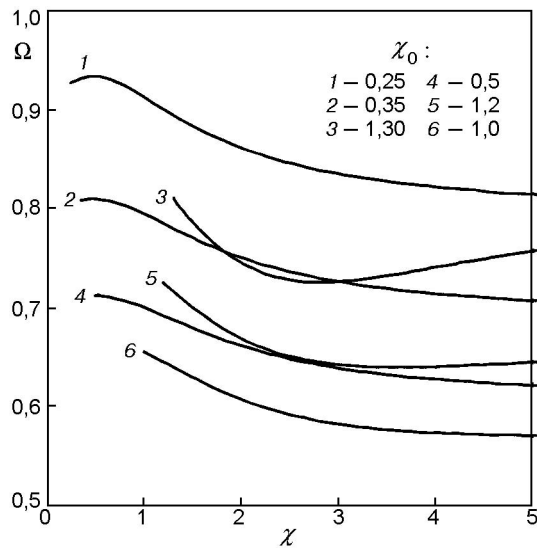


Рис. 4. Безразмерная частота колебаний на границе устойчивости в зависимости от предсоплового объема камеры сгорания с каналным зарядом

сти от предсоплового объема собственная частота может изменяться в несколько раз, причем зависимость безразмерной частоты от χ_0 не является монотонной.

Как следует из результатов, представленных на рис. 3, чем меньше предсопловой объем, тем уже область устойчивости РДТГ. Для $\chi_0 = 0$ при прочих равных условиях область устойчивости минимальна.

На рис. 5 приведена граница «минимальной» области устойчивости горения каналного заряда, соответствующая нулевому предсопловому объему. Для расчета использовались те же значения параметров, что и для рис. 3. Из рис. 5 видно, что увеличение показателя ν в законе скорости горения сужает область устойчивости РДТГ по параметру k .

Рис. 6 иллюстрирует влияние показателя ν на изменение частоты колебаний в РДТГ с каналным зарядом на границе минимальной устойчивости. Из рис. 5 и 6 видно, что безразмерная частота пульсаций возрастает с уменьшением объема камеры (кривые 1, 2, 4, 6 на рис. 4) и может значительно превышать единицу при отсутствии предсоплового объема (см. рис. 6).

Интересно сравнить рассмотренное влияние газа в камере двигателя с влиянием тепловой инерционности газовой фазы волны горения на устойчивость горения при постоянном

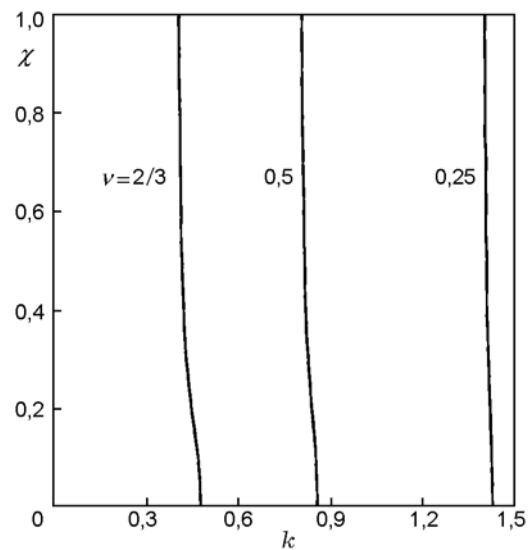


Рис. 5. Границы «минимальной» устойчивости РДТГ с каналным зарядом для разных значений показателя ν в законе скорости горения

давлении [20]. В отличие от газовой фазы волны горения газ в канале дестабилизирует процесс горения. Однако демпфирующее действие

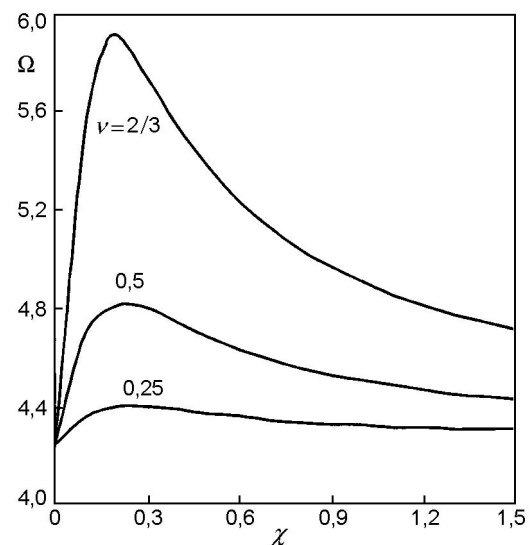


Рис. 6. Безразмерная частота колебаний на границе «минимальной» устойчивости РДТГ с каналным зарядом в зависимости от объема канала и значений показателя ν

газа в предсопловом объеме двигателя аналогично действию тепловой инерционности газовой фазы волны горения.

Можно предположить, что Махе-эффект является одной из важных причин существования критической длины канала, начиная с которой воспламенение и последующее горение канала сопровождаются низкочастотными пульсациями большой амплитуды [21].

Таким образом, предложенная модель позволяет анализировать механизм стабилизирующего влияния предсоплового объема на процесс горения в РДТТ, что экспериментально было впервые обнаружено Лейпунским [2].

В заключение отметим, что предложенная модель нестационарного горения в РДТТ может быть полезной при анализе Махе-эффекта в двигателях с более сложными формами заряда и камеры сгорания (например для многоспечных, многоканальных зарядов, а также для канальных зарядов всестороннего горения).

ВЫВОДЫ

Показано, что частотные характеристики и критические условия неакустической неустойчивости горения в РДТТ с канальными зарядами зависят от соотношения размеров канала заряда и предсоплового объема камеры сгорания. Неравномерность распределения температуры в продуктах горения по длине камеры двигателя является одним из наиболее важных факторов, влияющих на устойчивость горения в РДТТ, сопоставимым с влиянием зависимости скорости горения от начальной температуры.

В области значений $\chi < 2$ Махе-эффект приводит к (1,5–2)-кратному увеличению критического значения аппаратурной константы χ при неизменном значении параметра Зельдовича k . Такой эффект приводит к необходимости увеличения минимально допустимого свободного объема камеры сгорания в 1,5–2 раза при прочих равных условиях. При этом основное стабилизирующее влияние оказывает увеличение предсоплового объема камеры двигателя.

С увеличением свободного объема камеры за счет увеличения объема канала граница устойчивости горения в двигателе не приближается к границе устойчивости горения при постоянном давлении (что имеет место при торцевом горении).

Работа посвящена 90-летию со дня рождения О. И. Лейпуновского.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Зельдович Я. Б.** Теория горения пороха и приложение ее к реактивным снарядам. М.: ИХФ АН СССР, 1942. (Перепечатано: Теория горения порохов и взрывчатых веществ. М.: Наука, 1982. С. 186–225.)
2. **Лейпунский О. И.** К вопросу о физических основах внутренней баллистики реактивных снарядов: Доктор. дис. М.: ИХФ АН СССР, 1945. (Перепечатано: Теория горения порохов и взрывчатых веществ. М.: Наука, 1982. С. 226–277.)
3. **Зельдович Я. Б.** Об устойчивости режима горения пороха в полузамкнутом объеме // ПМТФ. 1963. № 1. С. 67–76.
4. **Yount R. A., Angelus T. A.** Chuffing and nonacoustic instability phenomena in solid propellant rockets // AIAA Journal. 1964. V. 2, N 7. P. 1307–1313.
5. **Beckstead M. W., Ryan N. W., Baer A. D.** Nonacoustic instability of composite propellant combustion // AIAA Journal. 1966. V. 4, N 9. P. 1622–1628.
6. **Krier H., Summerfield M., Mathes H. B., Price E. W.** Entropy waves produced in oscillatory combustion of solid propellant // AIAA Journal. 1969. V. 7, N 11. P. 2079–2086.
7. **T'ien J. S., Sirignano W. A., Summerfield M.** Theory of L -star combustion instability with temperature oscillations // AIAA Journal. 1970. V. 8, N 1. P. 120–126.
8. **Вилюнов В. Н., Руднев А. П.** К вопросу об устойчивости горения пороха в полузамкнутом объеме // ПМТФ. 1971. № 6. С. 74.
9. **Новожилов Б. В.** Нестационарное горение твердых ракетных топлив. М.: Наука, 1973.
10. **Гостинцев Ю. А., Суханов Л. А.** К теории устойчивости горения пороха в полузамкнутом объеме // Физика горения и взрыва. 1974. Т. 10, № 4. С. 818–826.
11. **Новиков С. С., Рязанцев Ю. П., Тульских В. Е.** К анализу низкочастотной неустойчивости при горении в полузамкнутом объеме // Физика горения и взрыва. 1974. Т. 10, № 1. С. 38–41.
12. **Зельдович Я. Б., Лейпунский О. И., Либрович В. Б.** Теория нестационарного горения пороха. М.: Наука, 1975.
13. **Ерохин Б. Т., Липанов А. М.** Нестационарные и квазистационарные режимы работы РДТТ. М.: Машиностроение, 1977.
14. **Гусаченко Л. К., Ревятин Л. Н., Филиппов А. В.** Особенности горения топлив при наличии узких зазоров // Физика горения и взрыва. 1979. Т. 15, № 6. С. 35–41.

15. **Schoyer H. F. R.** Incomplete combustion: a possible cause of combustion instability // AIAA Journal. 1983. V. 21, N 8. P. 1119–1126.
16. **Nonsteady Burning and Combustion Stability of Solid Propellants** / L. De Luca, E. W. Price, and M. M. Summerfield (Eds). Progress in Astronautics and Aeronautics; V. 143. AIAA, 1992.
17. **Ассовский И. Г., Рашковский С. А.** О влиянии Махе-эффекта на устойчивость горения в ракетном двигателе на твердом топливе // Физика горения и взрыва. 1998. Т. 34, № 5. С. 52–58.
18. **Lewis B. and von Elbe G.** Combustion, Flames and Explosions of Gases. New York: Academic Press, 1961. С. 310.
19. **Седов Л. И.** Механика сплошной среды. М.: Наука, 1970. Т. 1. С. 22.
20. **Новожилов Б. В.** Влияние инерционности газовой фазы на устойчивость горения летучих конденсированных систем // Хим. физика. 1988. Т. 7, № 3. С. 388–396.
21. **Ассовский И. Г., Кудрявцев О. А.** Метод определения скорости воспламенения поверхности канала в топливе // Хим. физика. 1995. Т. 14, № 7. С. 122–131.

*Поступила в редакцию 1/III 2000 г.,
в окончательном варианте — 15/XII 2000 г.*

Уважаемые читатели!

На рис. 2 неверно указаны значения параметра μ .
Должно быть: $\mu = 0$ для рис. 2, а, $\mu = 0,2$ для рис. 2, б.