

УДК 532.501.34 : 532.517.2

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ СВЕРХЗВУКОВОГО  
ЛАМИНАРНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

А. А. Маслов

(Новосибирск)

Исследуется устойчивость сверхзвукового пограничного слоя по отношению к малым двумерным возмущениям в диапазоне чисел Маха  $1 < M < 4$ . Рассмотрено поведение нейтральных кривых, соответствующих дополнительным неустойчивым частотам, обнаруженным в [1], при изменении числа Маха  $M$  и температуры поверхности  $T_w$ . Проведена классификация областей в плоскости  $T_w M$  по числу и виду нейтральных кривых. Показано, что с увеличением числа Маха дестабилизирующее действие вязкости на устойчивость пограничного слоя исчезает.

1. Исследуя устойчивость сверхзвукового пограничного слоя на основе численного интегрирования невязких уравнений, Мэк обнаружил существование более высоких неустойчивых собственных частот [2]. Появляются они в том случае, если фазовая скорость бесконечного малого возмущения  $c_r$  превышает скорость звука при температуре стенки  $a_w$  [2].

$$c_r / a_w > 1 \quad (1.1)$$

Для теплоизолированной поверхности это условие выполняется при числах Маха  $M > 2.2$ . Появляющиеся при этом более высокие неустойчивые частоты были исследованы Мэком на основе численного интегрирования как невязких, так и полных уравнений устойчивости. Некоторые результаты его исследований приведены в [3]. Неустойчивость этого типа вызывается инерционными эффектами, и вязкость оказывает стабилизирующее действие.

При охлаждении поверхности повышенные неустойчивые частоты такого типа могут быть существенны и при числах Маха, близких к единице, если охлаждение достаточно интенсивно и условие (1.1) выполняется.

В работе [1] при определении условий полной стабилизации было обнаружено существование дополнительных неустойчивых частот. Эти частоты существуют в диапазонах температур поверхности, при которых условие (1.1) не выполняется. При числах Маха, близких к единице, неустойчивость этих дополнительных частот вызывается вязкостью.

В данной работе исследуется поведение нейтральных кривых, соответствующих дополнительным неустойчивым частотам, обнаруженным в [1], при изменении числа Маха  $M$  и температуры поверхности  $T_w$ .

2. Исследование устойчивости проводится на основе численного интегрирования системы уравнений Лиза и Линя

$$\begin{aligned} i(U - c)r + \rho(\varphi_y + if) + \rho_y \varphi &= 0 \quad (2.1) \\ \rho [i(U - c)f + U_y \varphi] &= -\frac{i\pi}{\gamma M^2} + \frac{\mu}{\alpha R} [f_{yy} + \alpha^2(i\varphi_y - 2f)] + \\ &+ \frac{2}{3} \frac{\mu_2 - \mu}{\alpha R} \alpha^2 (i\varphi_y - f) + \frac{1}{\alpha R} [sU_{yy} + sU_y + \mu_y (f_y + i\alpha^2 \varphi)] \\ \rho [i(U - c)\varphi] &= -\frac{1}{\alpha^2} \frac{\pi_y}{\gamma M^2} + \frac{\mu}{\alpha R} (2\varphi_{yy} + if_y - \alpha^2 \varphi) + \\ &+ \frac{2}{3} \frac{\mu_2 - \mu}{\alpha R} (\varphi_{yy} + if_y) + \frac{1}{\alpha R} [isU_y + 2\mu_y \varphi_y + \frac{2}{3} (\mu_{2y} - \mu_y) (\varphi_y + if)] \\ \rho [i(U - c)\theta + T_y \varphi] &= -(\gamma - 1)(\varphi_y + if) + \frac{\gamma}{\alpha R \sigma} [\mu(\theta_{yy} - \\ &- \alpha^2 \theta) + (sT_y)_y + \mu_y \theta_y] + \\ &+ \frac{\gamma(\gamma - 1)}{\alpha R} M^2 [sU_y^2 + 2\mu U_y (f_y + i\alpha^2 \varphi)] \\ \pi &= r/\rho + \theta/T \end{aligned}$$

с граничными условиями

$$f(0) = \varphi(0) = \theta(0) = 0, \quad f, \varphi, \theta \rightarrow 0 \text{ при } y \rightarrow \infty \quad (2.2)$$

Здесь  $U, \rho, T$  — осредненные по времени скорость, плотность и температура,  $f, \alpha, r, \theta, \pi, s = \theta d\mu/dT$  — возмущения продольной и поперечной скоростей, плотности, температуры, давления и вязкости,  $y$  — расстояние по нормали к поверхности, нижний индекс  $y$  означает дифференцирование,  $\gamma$  — постоянная адиабаты,  $M$  — число Маха,  $\sigma$  — число Прандтля,  $\mu$  и  $\mu_2 = -2/3 \mu$  — коэффициенты вязкости,  $R$  — число Рейнольдса,  $\alpha$  — волновое число возмущения,  $c = c_r + ic_i$  — фазовая скорость возмущения. В работе исследуются нейтральные возмущения, поэтому  $c_i = 0$ . Предполагается, что зависимость возмущений от продольной координаты  $x$  и времени имеет вид  $\exp i\alpha \cdot (x - ct)$ .

Чтобы свести систему (2.1) к форме, удобной для численного интегрирования, ввелись переменные

$$z_1 = f, z_2 = f_y, z_3 = \varphi, z_4 = \pi/\gamma M^2, z_5 = \theta, z_6 = \theta_y$$

В результате замены система (2.1) с граничными условиями (2.2) сводится к виду [4]

$$z_{iy} = \sum_{j=1}^6 C_{ij} z_j \quad (i=1, \dots, 6) \quad (2.3)$$

$$z_1(0) = z_3(0) = z_5 = 0 \quad (2.4)$$

$$z_1, z_3, z_5 \rightarrow 0 \text{ при } y \rightarrow \infty$$

Отыскание значений  $\alpha, R, c_r$ , необходимых для удовлетворения граничных условий (2.4), можно провести методом, описанным в [5]. Вне пограничного слоя ищутся аналитические решения, затухающие на бесконечности [4], которые интегрируются численно от внешней границы к стенке с использованием методики ортогонализаций [6]. Из полученных частных решений при  $y = 0$  строится амплитуда температурного возмущения как функция  $\alpha, R, c_r$  и ищется нуль этой функции итерационным методом Ньютона [4].

Как показала практика расчетов, это возможно лишь в том случае, если значения  $c_r$  на верхней и нижней ветвях нейтральной кривой значительно различаются. При охлаждении поверхности  $c_r \rightarrow 1 - M^{-1}$  как на верхней, так и на нижней асимптотах. Поэтому, начиная с некоторого значения  $R$ , процесс поиска собственных значений не давал сходимости.

В данной работе амплитуда температурного возмущения на поверхности рассматривалась как функция  $\alpha, aR$  и  $\sqrt{1 - M^2} (1 - c)^2 / \alpha$ . Эти параметры плавно меняются вдоль нейтральной кривой, а на асимптотах  $aR$  и  $\sqrt{1 - M^2} (1 - c)^2 / \alpha$  выходят на постоянные различные значения. Это позволяет провести расчет до  $\alpha = 0$  и, используя метод [1], найти условия полной стабилизации исследуемых нейтральных кривых.

При численных расчетах принималось  $\sigma = 0.72, \gamma = 1.41$ . Зависимость вязкости от температуры бралась по закону Саттерлэнда.

$$\mu = (T)^{3/2} \frac{1 + (T_s/T_\infty)}{T - (T_s/T_\infty)}$$

где  $T_s = 110^\circ$  — постоянная Саттерлэнда,  $T_\infty = 157^\circ$  — температура на бесконечности. При такой температуре рассчитывались собственные значения для  $M = 2.2$  в работе [4], с которыми проводилось сравнение некоторых результатов данной работы.

Для определения  $U, T, \rho$  — распределения скорости, температуры и плотности основного течения совместно с системой (2.3) численно интегрировались уравнения ламинарного пограничного слоя на плоской пластине. Интегрирование проводилось методом, подробно описанным в [4].

3. Исследовалась устойчивость в диапазоне чисел Маха  $1 < M < 4$ . На фиг. 1 нанесены температуры полной стабилизации  $T_w^*$  первой 1 и второй 2 нейтральных кривых в зависимости от числа Маха  $M$ . Пунктирной линией отмечены температуры образования этих нейтральных кривых. Если ограничиться  $M = 3.3$ , то пересечения кривых на фиг. 1 образуют пять областей. Кривые нейтральной устойчивости, характерные для каждой области, построены на фиг. 2 и 3. Буквы около нейтральных кривых обозначают области, которым эти кривые соответствуют.

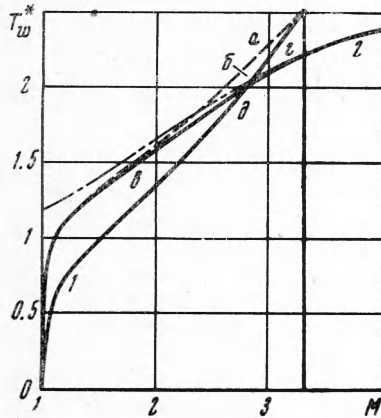
В области  $a$  существует одна нейтральная кривая сложной формы. Для  $M = 2.2$  построены две такие кривые (фиг. 2,  $T_w = 1.837$  — теплоизолированная поверхность — и  $T_w = 1.75$ ). Для  $M = 3$  построена одна нейтральная кривая (фиг. 3,  $T_w = 2.3$ ). Кружочками на фиг. 2 отмечены точки, взятые из работы [4] для теплоизолированной поверхности.

С уменьшением температуры поверхности нейтральная кривая деформируется так, что для точки  $N$  (фиг. 2 и 3)  $\alpha \rightarrow 0, R \rightarrow \infty$ . Это приводит к образованию двух нейтральных кривых, которые существуют в области  $b$  (фиг. 2,  $M = 2.2, T_w = 1.7$ ; фиг. 3,  $M =$

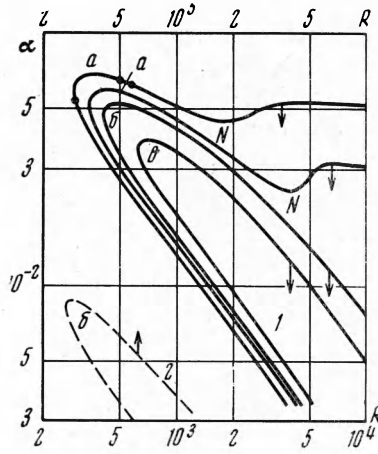
= 3,  $T_w = 2.25$ ). Пунктирные кривые на фиг. 2, 3, 4 построены с использованием верхнего масштаба.

В области  $\epsilon$  существует только первая нейтральная кривая (фиг. 2,  $M = 2.2$ ,  $T_w = 1.6$ ), а в области  $\epsilon$  — только вторая (фиг. 3,  $M = 3$ ,  $T_w = 2.15$ ).

Область  $\delta$  — область полной стабилизации.



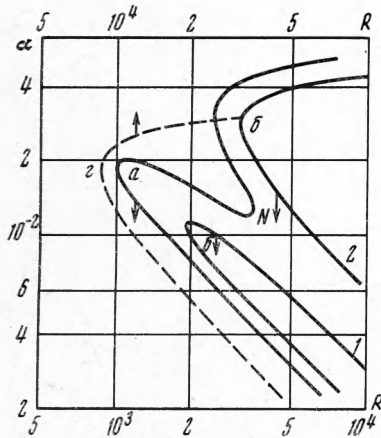
Фиг. 1



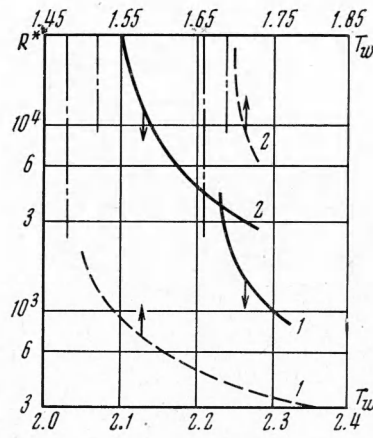
Фиг. 2

Согласно изложенному, все кривые нейтральной устойчивости можно разделить на три вида и на основании приведенных результатов выяснить роль вязкости в устойчивости сверхзвукового пограничного слоя.

Кривые первого вида существуют в областях  $\delta$  и  $\epsilon$ . Примеры таких кривых приведены на фиг. 2 (сплошные кривые  $\delta$  и  $\epsilon$ , пунктирная кривая  $\delta$ ) и на фиг. 3 (нижняя кри-



Фиг. 3



Фиг. 4

вая  $\delta$ ). Для этих кривых характерно то, что с увеличением волнового числа число Рейнольдса уменьшается на обеих ветвях нейтральной кривой, и наибольшее  $\alpha$  достигается вблизи критического числа Рейнольдса. Такие нейтральные кривые характерны для неустойчивости, обусловленной вязкостью.

Кривые второго вида существуют в областях  $\delta$  и  $\epsilon$ . Примеры таких кривых приведены на фиг. 3 (верхняя кривая  $\delta$  и пунктирная кривая  $\epsilon$ ). Наибольшее волновое число достигается у таких кривых на верхней асимптоте, и с уменьшением  $R$  волновое число на верхней асимптоте уменьшается. В этом случае неустойчивость вызывается инерционными (невязкими) эффектами, а вязкость оказывает только стабилизирующее действие.

Для нейтральных кривых третьего типа неустойчивость вызывается как инерционными, так и вязкими эффектами. У таких кривых существует невязкая асимптота, но наибольшее  $\alpha$  достигается вблизи критического числа Рейнольдса. Примерами таких кривых могут служить кривые  $a$  на фиг. 2.

Применяя предложенную классификацию к нейтральным кривым, определяющим устойчивость сверхзвукового пограничного слоя, можно видеть, что первая нейтральная кривая 1 всегда относится к первому типу, т. е. обусловлена вязкостью. Вторая нейтральная кривая 2 относится к первому типу при малых числах Маха. С увеличением  $M$  при температурах выше температур полной невязкой стабилизации (штрих-пунктирная кривая на фиг. 1) у нее появляется невязкая асимптота, т. е. она относится к третьему типу, а в области  $\varepsilon$  — ко второму.

При увеличении числа Маха меняется и роль нейтральных кривых в устойчивости пограничного слоя. При малых числах Маха определяющую роль в устойчивости играет первая кривая 1. На фиг. 4 приведены значения критических чисел Рейнольдса  $R^*$  в зависимости от температуры поверхности  $T_w$ . Для  $M = 2.2$  (пунктирные кривые) критические числа Рейнольдса первой кривой 1 всегда меньше, чем второй 2. При увеличении  $M$  и по мере того как у второй нейтральной кривой начинают преобладать невязкие эффекты, она начинает играть ведущую роль в устойчивости. Уже для  $M = 3.0$  в зависимости от  $T_w$  устойчивость определяется либо первой, либо второй нейтральной кривой (фиг. 4, сплошные линии), а при  $M > 3.3$  — только второй нейтральной кривой.

Таким образом, с увеличением числа Маха дестабилизирующее действие вязкости в устойчивости пограничного слоя исчезает. Это проявляется как в том, что уменьшается роль первой, чисто «вязкой» нейтральной кривой, так и в том, что у второй нейтральной кривой начинают преобладать инерционные эффекты.

Автор благодарит С. А. Гапонова за постоянное внимание, помощь в работе и полезные обсуждения.

Поступила 29 II 1972

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гапонов С. А., Маслов А. А. Численное решение задачи о полной стабилизации сверхзвукового пограничного слоя. ПМТФ, 1972, № 2.
2. Reshotko E. Stability theory as a guide to the evaluation of transition data. AIAA Journal, 1969, vol. 7, No. 6. (Рус. перев.: Применение теории устойчивости для анализа данных по переходу. Ракетная техника и космонавтика, 1969, т. 7, № 6).
3. Vetchov R., Criminale W. O. Stability of parallel flows. New York — London, Acad. Press., 1967. (Рус. перев.: Вопросы гидродинамической устойчивости. М., «Мир», 1971.)
4. Mack L. M. Computation of the stability of the laminar compressible boundary layer. In: Methods Computat. Phys., vol. 4, New York — London, Acad. Press., 1965.
5. Гапонов С. А., Маслов А. А. Устойчивость сжимаемого пограничного слоя при дозвуковых скоростях. Изв. СО АН СССР, 1971, № 3, вып. 1.
6. Годунов С. К. О численном решении краевых задач для систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений. Усп. матем. н., 1961, т. 16, вып. 3.

УДК 622.235.5

#### О ДИССИПАЦИИ ЭНЕРГИИ ПРИ ПОДЗЕМНОМ ВЗРЫВЕ

Э. А. Кошелев

(Новосибирск)

Диссипация энергии взрыва в грунте рассматривалась ранее А. Я. Сагомоняном [1, 2] и автором [3]. В [1] обсуждался вопрос о характере диссипативных процессов, происходящих при расширении камуфлетной полости в грунте. В [2] в плоском случае в модели «пластического газа» найдено распределение температуры грунта непосредственно за распространяющейся ударной волной. В [3] описаны эксперименты по определению температурного поля взрыва в грунте. Экспериментальные данные хорошо совпадают с теоретическими, полученными при решении задачи о нестационарном распространении тепла в математической постановке, близко соответствующей эксперименту.