

МОДЕЛЬ ПЛЕНОЧНОГО ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ ПО КОНФУЗОРНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Л. И. Сень, А. М. Тё, О. Ю. Цвелодуб

(Владивосток, Новосибирск)

Для расчета процессов тепло- и массообмена в конфузорно-пленочных аппаратах [1] необходимо знать закономерности пленочного течения по конфузорным поверхностям. При гравитационном стекании жидкости по конфузору с общим углом раскрытия более 90° (в отличие от течения по вертикальной поверхности) реализуется двумерный ламинарный безволновой режим течения пленки в широком диапазоне изменения расходов [2].

Рассмотрим стационарное осесимметричное течение тонкой пленки жидкости по конфузору. В этом случае при рассмотрении задачи допустимо применение уравнений Навье — Стокса и неразрывности в приближении пограничного слоя. Введем следующую систему координат: ось y перпендикулярна образующей конфузора и направлена вверх, ось x совпадает с образующей конфузора и направлена вниз, началом координат является входная кромка конфузора (фиг. 1). В выбранной системе координат эти уравнения запишутся в виде [3]

$$(1) \quad u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + g \sin \alpha;$$

$$(2) \quad -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - g \cos \alpha = 0;$$

$$(3) \quad \partial(ur)/\partial x + \partial(vr)/\partial y = 0,$$

где u и v — соответственно x - и y -компоненты скорости; g — ускорение свободного падения; ν — кинематическая вязкость жидкости; p — давление; $r(x)$ — расстояние от оси до образующей конфузора; α — угол наклона образующей конфузора к горизонту.

Задача решается при следующих граничных условиях:

$$(4) \quad \text{при } y = 0 \quad u = 0, \quad v = 0;$$

$$(5) \quad \text{при } y = h(x) \quad \tau = 0 \rightarrow \partial u / \partial y = 0;$$

$$(6) \quad p = p_a;$$

$$(7) \quad u dh/dx = v,$$

где p_a — давление над свободной поверхностью; $h(x)$ — текущая толщина пленки.

Интегрируя уравнение (2) и используя условие (6), получим выражение для давления

$$(8) \quad p = p_a + \rho g [h(x) - y] \cos \alpha.$$

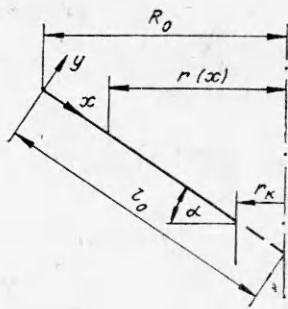
Из (1), (8) имеем

$$(9) \quad u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -g \frac{dh}{dx} \cos \alpha + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + g \sin \alpha.$$

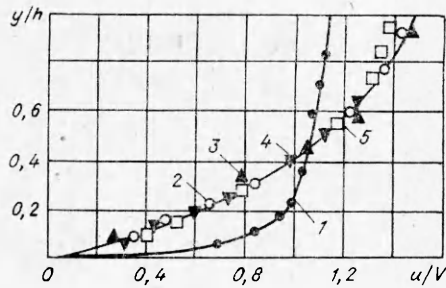
Полагая течение автомодельным, т. е.

$$(10) \quad u(x, y) = V(x)f(z), \quad z = y/h(x),$$

уравнения (9), (3) можно проинтегрировать по координате y от 0 до $h(x)$. Экспериментальные данные [2] по измерению распределения продольной компоненты скорости в поперечном сечении пленки по длине пробега показывают, что на основном участке конфузора допущение (10) выполняется достаточно хорошо (на фиг. 2 ($\alpha = 20^\circ$, $Re = 120$) значениям x , равным 0; 15,5; 30,0; 53,5; 75,0 мм, соответствуют точки 1—5).



Ф и г. 1



Ф и г. 2

После несложных преобразований из (9), (3) с использованием условий (5), (7) и (10) получим следующую систему уравнений:

$$(11) \quad \gamma \frac{d(V^2 r h)}{dx} = -\beta \frac{V}{h} v + gh \sin \alpha - gh \frac{dh}{dx} \cos \alpha;$$

$$(12) \quad \frac{d(V r h)}{dx} = 0.$$

Здесь
$$\beta = \frac{df}{dz} \Big|_{z=0}; \quad \gamma = \int_0^1 f^2(z) dz.$$

При выводе системы уравнений (11), (12) полагалось также, что $V(x)$ является среднерасходной скоростью, т. е. $\int_0^1 f(z) dz = 1$.

Из уравнения (12) имеем

$$(13) \quad V(x)r(x)h(x) = V_0 R_0 h_0,$$

где V_0 , R_0 , h_0 — соответственно среднерасходная скорость, радиус и толщина пленки на входной кромке конфузора.

Для прямолинейного профиля образующей конфузорной поверхности связь между координатой x и текущим радиусом определяется формулой

$$(14) \quad r(x) = (l_0 - x) \cos \alpha,$$

где $l_0 = R_0 / \cos \alpha$ — длина образующей конуса.

Из (11), используя (13), (14), получим уравнение для определения толщины пленки $h(x)$:

$$(15) \quad \frac{\gamma V_0^2 h_0^2 l_0^2}{(l_0 - x)^2} \left[\frac{1}{(l_0 - x) h} - \frac{h'}{h^2} \right] = \beta \frac{V_0 h_0 l_0}{(l_0 - x) h^2} v + gh \sin \alpha - gh \frac{dh}{dx} \cos \alpha.$$

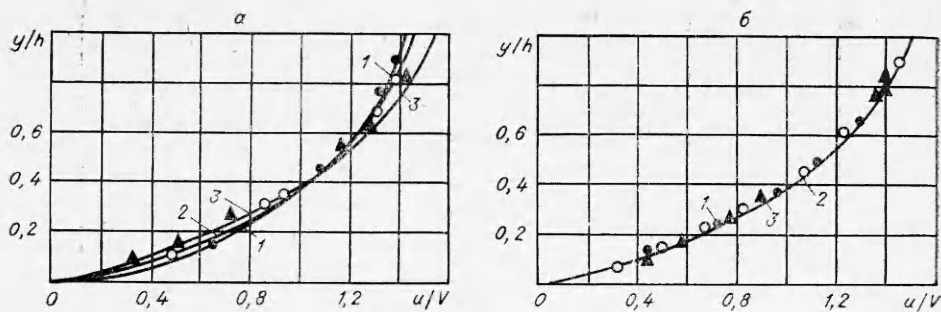
Перепишем уравнение (15) в безразмерном виде:

$$(16) \quad [1 - (1 - x)^2 H^3 \cos \alpha / (Fr \gamma)] \frac{dH}{dx} = \frac{H}{(1 - x)} + \frac{\varepsilon (1 - x)}{Re \varepsilon \gamma} - \frac{\sin \alpha}{Fr \gamma \varepsilon} (1 - x)^2 H^3,$$

где $x = x/l_0$; $H = h/h_0$; $Fr = V_0^2 / gh_0$; $Re = V_0 h_0 / \nu$; $\varepsilon = h_0 / l_0$ (уравнение справедливо для $\varepsilon \ll 1$).

Как видно из уравнения (16), для его решения, кроме начальных значений скорости V_0 и толщины пленки h_0 , необходимо знать также характеристики профиля скорости γ и β .

Параметр γ , характеризующий заполненность профиля скорости, изменяется мало (например, для ударного профиля $\gamma = 1,0$, для пузевского — 1,2). Экспериментально установлено [2], что в исследованном диапазоне изменения $\alpha = 10-45^\circ$ и плотности орошения $\Gamma_0 = 30-255 \text{ мм}^2/\text{с}$ величина γ изменяется в пределах от 1,12 до 1,19, поэтому при численном решении уравнения (16) значение γ принято равным 1,15.



Ф и г. 3

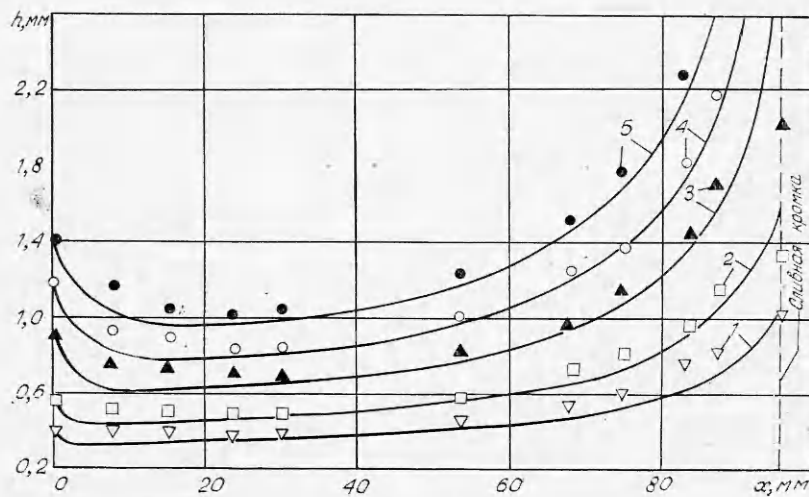
Величина β , характеризующая напряжение трения на стенке, возрастает с увеличением числа Рейнольдса (фиг. 3, а) и слабо зависит от угла α . На фиг. 3, а, б приведено распределение скорости по сечению пленки: а — для $\alpha = 30^\circ$, $x = 30$ мм при $Re = 30; 60; 120$ (кривые 1—3 соответственно); б — для $Re = 120$, $x = 15,5$ мм при $\alpha = 10; 20; 30^\circ$ (точки 1—3 соответственно). При расчетах значения β брались равными их экспериментальным значениям на основном участке конфузора, а V_0 и h_0 принимались равными их экспериментальным значениям [2].

На фиг. 4, 5 приведено сравнение результатов решения уравнения (16) с экспериментальными данными по измерению толщины пленки [2]. На фиг. 4 при $\alpha = 20^\circ$, $\gamma = 1,15$, Re и β равны 30 и 3,0; 60 и 3,25; 120 и 3,5; 180 и 4,0; 240 и 4,75 (кривые и точки 1—5 соответственно). На фиг. 5 $Re = 120$, $\gamma = 1,15$, $\beta = 3,5$ для $\alpha = 10; 20; 30; 45^\circ$ (кривые и точки 1—4 соответственно). Результаты сравнения показывают, что уравнение хорошо описывает все характерные участки течения.

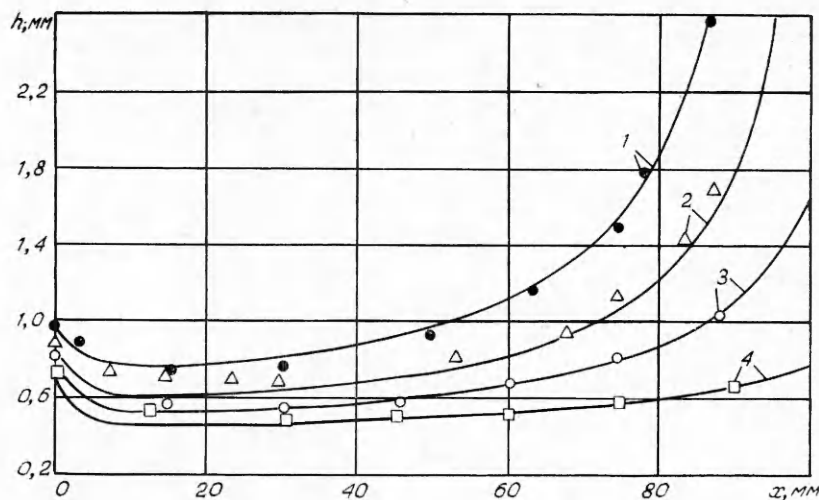
Наибольшее отклонение от экспериментальных данных наблюдается на входном участке конфузора, где профиль скорости сильно отличается от автомодельного (см. фиг. 2), при этом расчетные значения лежат ниже экспериментальных. Это объясняется тем, что экспериментальные значения β в этой области выше принимаемых в расчете, а так как решение уравнения (16) в окрестности точки $x = 0$ в первом приближении имеет вид

$$H = 1 + \left(\frac{\beta}{Re} - \frac{\sin \alpha}{Fr} \right) \frac{x}{\gamma \varepsilon},$$

ясно, что теоретические значения h убывают быстрее.



Ф и г. 4



Ф и г. 5

При $x \rightarrow 1$ первый член в правой части уравнения (16) неограниченно возрастает, поэтому оно справедливо до тех пор, пока выполняется условие тонкости пленки: $H/(1-x) \ll 1/\epsilon$ (для приведенных экспериментальных данных это условие выполнено).

Таким образом, двумерная модель гравитационного пленочного течения жидкости по конфузурной поверхности, полученная на основе уравнений пограничного слоя, удовлетворительно описывает течение на основном участке конфузора и может быть использована для расчета процессов тепло- и массообмена в конфузурно-пленочных аппаратах.

Авторы благодарят В. Е. Накорякова за внимание к работе и стимулирующие замечания, П. И. Гешева — за помощь в постановке задачи и в обсуждении результатов.

Поступила 13 V 1982

ЛИТЕРАТУРА

1. Тё А. М., Сень Л. И., Подсушный А. М. Высокотемпературный нагрев морской воды в конфузурно-пленочном аппарате. — В кн.: Судовые энергетические установки. Межвузовский сборник. Владивосток: изд. ДВГУ, 1981.
2. Тё А. М., Сень Л. И. Пленочное течение жидкости по конфузурной поверхности. — Изв. СО АН СССР, 1983, № 3. Сер. техн. наук, вып. 1.
3. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1970.

УДК 532.516.5

УПРУГОТЕРМОГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ СМАЗКИ

М. А. Галахов, В. Н. Голубкин

(Москва)

Предложены постановки стационарных тепловых упругогидродинамических задач для упруговязкой максвелловской жидкости. Выделены основные безразмерные параметры. Показано, что задачи сводятся к уравнениям с конечномерно-операторными коэффициентами. Дано численное решение тепловой задачи для ньютоновской жидкости и изотермической задачи для нелинейно-вязкой жидкости. Найдены распределения скорости, температуры, тепловых потоков, давления, профиля зазора в контакте. Приведено сравнение с экспериментом.

1. Рассмотрим стационарную задачу о качении со скольжением двух упругих тел, прижатых одно к другому некоторой нагрузкой q . Окрестность контакта тел заполнена смазкой, которую будем считать несжимаемой нелинейно-вязкой жидкостью. Пусть оси x_1, x_2 прямоугольной системы координат лежат в плоскости контакта, ось z перпендикулярна к ней,