УДК 539.3; 620.1

МОДЕЛИРОВАНИЕ РОСТА ТРЕЩИНЫ С УЧЕТОМ ПОЛЗУЧЕСТИ МАТЕРИАЛА И НАЛИЧИЯ АГРЕССИВНОЙ СРЕДЫ

М. Заркеш

Отделение Даштестана Исламского университета Азад, Даштестан, Иран E-mail: Zarkesh1385@yahoo.com

Исследовано развитие трещины в изделии, обтекаемом горячей жидкостью, под действием которой возникают ползучесть и коррозия материала. Для вычисления поля напряжений используется наследственная теория ползучести. Введена функция ползучести, что позволило определить силы, действующие на трещину на стадии накопления скрытых повреждений и на стадии раскрытия трещины. С использованием модели накопления повреждений Работнова вычислены силы сопротивления развитию трещины. При исследовании явления коррозии используется функция проникания. Результирующая система уравнений задачи решена с использованием пакета MATLAB. Исследовано влияние начальной длины трещины и приложенных напряжений на кривую роста трещины.

Ключевые слова: рост трещины, функция ползучести, наследственная теория ползучести, коррозия, критическая длина трещины.

DOI: 10.15372/PMTF20180618

Введение. Как известно, оборудование, используемое на электростанциях и в нефтеперерабатывающей промышленности, подвергается воздействию горячей воды, вследствие чего возникают ползучесть и коррозия материала. При изготовлении различных деталей и их установке возможно появление трещин на их поверхности. Под действием указанных выше факторов эти трещины со временем увеличиваются, что может привести к разрушению детали.

В работе [1] приведены результаты первых исследований указанных выше процессов, выполненных в предположении линейной зависимости между толщиной коррозионного слоя δ и временем t. С увеличением времени эта зависимость становится параболической. В работе [1] использована экспоненциальная зависимость $\delta(\sigma)$. В [2] изучалось влияние химических реакций на развитие трещины. При решении задачи в [2] использовалось преобразование Лапласа. В работе [3] изучалась ползучесть углеродистой стали при температуре $T = 200 \div 900$ °C. При этом учитывались проникание водорода в сталь и его взаимодействие с углеродом, в результате чего выделяется метан, что приводит к экстрагированию из стали углерода. Моделирование рассматриваемых процессов сводится к решению сложных нелинейных краевых задач для дифференциальных уравнений.

Имеется небольшое количество экспериментальных данных о ползучести и коррозии металлов, что объясняется сложностью и длительностью проведения экспериментов.

В работах [4–6] исследовались закономерности развития трещин с учетом ползучести и коррозии материала, в [7] — влияние на рост трещины напряженного состояния в поврежденной области, расположенной вблизи вершины трещины.

При изучении закономерностей распространения трещины используется функция повреждаемости материала φ , введенная Ю. Н. Работновым. Скалярная функция φ характеризует накопление микроповреждений в окрестности трещины. Эта функция изменяется от нуля до единицы. При $\varphi = 0$ трещина не движется, при $\varphi = 1$ начинается ее движение [8, 9]. При изучении закономерностей распространения трещины используются также тензорные функции повреждаемости материала [10], однако скалярная функция повреждаемости Работнова применяется чаще вследствие ее простоты и возможности экспериментального определения содержащихся в ней параметров. При анализе трещина и внешние нагрузки рассматриваются как единая система. Если приращение энергии внутренних и внешних сил $\Delta W < 0$, то система находится в состоянии устойчивого равновесия, если $\Delta W = 0$, то система находится в состоянии безразличного равновесия, если $\Delta W > 0$, то состояние системы неустойчиво. Уравнение $\Delta W = G\Delta a - \Gamma\Delta a$ (Δa — приращение длины трещины) является уравнением баланса энергии [5, 6].

Действующие на трещину силы разделяются на две группы: силы G(t), способствующие росту трещины, и силы сопротивления $\Gamma(t)$, препятствующие ее росту. В зависимости от соотношения этих сил возможны следующие случаи.

При $G(t) < \Gamma(t)$ трещина устойчива. На этой стадии происходит накопление повреждений (стадия накопления скрытых повреждений).

При $G(t) = \Gamma(t)$ трещина начинает расти. Если $\partial G/\partial a < \partial \Gamma/\partial a$ (*a* — длина трещины), то рост трещины устойчив, если $\partial G/\partial a > \partial \Gamma/\partial a$, то рост трещины неустойчив.

При $G(t) > \Gamma(t)$ баланс системы нарушается.

Время жизни трещины представляет собой сумму продолжительности периода скрытого накопления повреждений и продолжительности периода увеличения длины трещины до критического значения.

Согласно [11] трещину можно считать разрезом с очень малой кривизной в его вершине. По мере увеличения длины трещины радиус кривизны уменьшается.

1. Постановка задачи. Предполагается, что на поверхности детали имеется трещина с начальной длиной *a*. Деталь находится в контакте с жидкостью. Давление жидкости равно *P*, ее температура — *T*. Коррозионная активность жидкости характеризуется плотностью C_{∞} . Вследствие воздействия давления на берегах трещины действует напряжение σ_{∞} . Эти условия соответствуют начальному состоянию трещины (до ее раскрытия). Трещина растет в направлении, перпендикулярном направлению действия напряжения. В процессе роста трещина может разветвляться. Трещина имеет основную (первичную) ветвь и вторичную ветвь, которая либо обрывается, либо сливается с основной ветвью. Вид ветви зависит от материала конструкции, типа жидкости и ее температуры, а также от вида приложенных нагрузок [12].

На рис. 1 приведена схема трещины в ее начальном состоянии. Перед вершиной трещины находится небольшая область, в которой имеется концентрация напряжений. Протяженность этой области в продольном направлении равна λ_s . По мере удаления от вершины трещины напряжение уменьшается и стремится к напряжению σ_{∞} . В окрестности вершины трещины под действием приложенного напряжения накапливаются микроповреждения. Напряжения в окрестности вершины трещины определяются с использованием соотношения Нейбера [4, 6].



Рис. 1. Положение трещины в теле [4]

Радиус кривизны в вершине трещины определяется соотношением [11]

$$\rho(t) = \rho_i + \rho_s \psi_s + \rho_c \psi_c, \tag{1}$$

где ψ_c , ψ_s — плотности микроповреждений в вершине трещины (x = a), образовавшихся в результате действия напряжения σ_{∞} и коррозионной активности жидкости C_{∞} соответственно (значения ψ_c , ψ_s изменяются от нуля до единицы); ρ_i , ρ_c , ρ_s — размерные параметры трещины.

2. Силы сопротивления и силы, способствующие раскрытию трещины. Один из разделов механики разрушения посвящен моделированию процесса накопления микроповреждений в деформируемых телах под действием постоянных или переменных нагрузок. В механике разрушения рассматриваются трещины двух типов: равновесные и неустойчивые. Процессы накопления микроповреждений и развития трещины взаимосвязаны [7].

В результате накопления микроповреждений в областях концентрации напряжений могут образоваться микротрещины, из которых формируются макротрещины малых размеров, в свою очередь сливающиеся в большую трещину. Скорость раскрытия трещины зависит от скорости аккумуляции микротрещин.

Уравнения эволюции функций повреждения записываются в виде [2]

$$\frac{\partial \varphi_s}{\partial t} = \frac{1}{t_s} f_s(\sigma_\infty, a, x, \rho); \tag{2}$$

$$\frac{\partial \varphi_c}{\partial t} = \frac{1}{t_c} f_c(C_{\infty}, a, x, \rho), \tag{3}$$

где t_s, t_c — константы, имеющие размерность времени; f_s, f_c — функции, определяемые на основе экспериментальных данных. При x = a (в вершине трещины) значения функций f_s , f_c равны ψ_s, ψ_c соответственно.

Функция *f*_s определяется следующим образом:

$$f_s = \left(\frac{\sigma(x,t) - \sigma_{th}}{\sigma_d}\right)^{m_s}, \qquad m_s > 0.$$
(4)

Здесь $\sigma(x,t)$ — напряжение в произвольной точке при x > a; σ_{th} — сопротивление материала накопленным микроповреждениям, образовавшимся вследствие воздействия механических нагрузок, МПа; σ_d — предельное значение σ_{th} , ГПа. Функция f_c определяется следующим образом:

$$f_c = \left(\frac{C_t(x,t) - C_{th}}{C_d}\right)^{m_c}, \qquad m_c > 0.$$
(5)

Здесь $C_t(x,t)$ — коррозионная плотность в произвольной точке при x > a; C_{th} — сопротивление материала накопленным микроповреждениям, образовавшимся вследствие наличия коррозионной жидкости; C_d — предельное значение C_{th} .

Трещиностойкость материала зависит от его механических свойств. С увеличением количества микроповреждений работа $\Gamma(t)$, необходимая для разрушения материала, уменьшается. Ниже используется зависимость [7]

$$\Gamma(t) = \gamma_0 (1 - (\psi_s + \psi_c)^{\alpha}), \qquad \alpha \ge 1, \quad \gamma_0 = k_{\mathrm{Ic}}^2 / E_0, \tag{6}$$

где E_0 — м
гновенный модуль Юнга; $k_{\rm Ic}$ — коэффициент концентрации напряжений, МПа
 · м^{1/2}.

Микроповреждения накапливаются во всем объеме детали, но наибольшая их плотность имеет место в окрестности вершины трещины. Силы, препятствующие развитию трещины, и силы, способствующие ее росту, зависят от количества накопленных микроповреждений. Однако, поскольку эти силы зависят от микроповреждений, накопленных во всем объеме, данной зависимостью обычно пренебрегается [13]. В работе [14] предложено уравнение для силы, способствующей продвижению трещины, которое не нашло широкого применения вследствие сложности определения входящего в него параметра. В [5, 15] приведены уравнения, которые построены с использованием наследственной теории ползучести и в широком диапазоне параметров процесса эквивалентны:

$$G(t) = k(t) \int_{0}^{t} D(t - \tau) d(k(\tau))$$
(7)

 $(D(t) - \phi y$ нкция ползучести; $k(t) - \kappa o = \phi \phi$ ициент концентрации напряжений).

При изучении процесса развития трещины на основе наследственной теории ползучести используется принцип Вольтерры: параметры, характеризующие механические свойства материала, заменяются в уравнениях зависящими от времени операторами. В наследственной теории ползучести зависимость между напряжениями и деформациями имеет вид

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{E_0} \Big(\sigma(t) + \int_0^t K(t-\tau)\sigma(\tau) \, d(\tau) \Big), \tag{8}$$

где $\sigma(t)$ — напряжение; $K(t-\tau)$ — ядро ползучести.

Ядро ползучести должно быть убывающей функцией, непрерывной при t = 0 [8]. Ниже используется ядро

$$K(t - \tau) = A(t - \tau)^{-\alpha} e^{-B(t - \tau)},$$
(9)

где A, B, α — константы, которые зависят от механических свойств материала и определяются с использованием экспериментальных кривых ползучести.

Полагая $\sigma(t) = \sigma_0$, из уравнений (8), (9) получаем следующую зависимость:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E_0} \left(1 - \frac{A}{B^{1-\alpha}} \int_0^t (B(t-\tau))^{-\alpha} e^{-B(t-\tau)} d(B\tau) \right).$$
(10)

С использованием выражения для неполной гамма-функции соотношение (10) записывается в виде

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E_0} \Big(1 - \frac{A}{B^{\alpha}} \gamma(\alpha, Bt) \Big).$$
(11)

Переходя в уравнении (11) к пределу $t \to \infty$, получаем

$$\varepsilon(t) = \sigma_0 / E_\infty,$$

где E_{∞} — длительный модуль Юнга:

$$E_{\infty} = \lim \frac{E_0}{1 - A\gamma(\alpha, Bt)/B^{\alpha}} = \frac{E_0}{1 - A\Gamma(\alpha)/B^{\alpha}},$$

 $\Gamma(\alpha)$ — гамма-функция,

$$A = \frac{B^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)} \frac{E_{\infty} - E_0}{E_{\infty}}.$$
(12)

Подставляя (12) в (10), получаем выражение для деформации ползучести

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E_0} \Big(1 + \frac{E_0 - E_\infty}{E_\infty} \frac{\gamma(\alpha, t/\theta_r)}{\Gamma(\alpha)} \Big),$$

где θ_r — константа, имеющая размерность времени, ч. Константы E_0 , E_{∞} , α , θ_r определяются с использованием экспериментальных кривых ползучести. В результате для функции ползучести имеем следующее выражение:

$$D(t) = \frac{1}{E_0} + \frac{E_0 - E_\infty}{E_\infty} \frac{\gamma(\alpha, t/\theta_r)}{\Gamma(\alpha)}.$$
(13)

3. Исследование влияния плотности агрессивной среды на рост трещины. На развитие трещины помимо механических нагрузок влияет наличие агрессивной среды (жидкости). Для описания процесса накопления микроповреждений и разрушения необходимо решить уравнение диффузии.

Пусть C_{∞} — плотность агрессивной жидкости, C_t — ее плотность в вершине трещины (x = a). Для малых трещин можно считать $C_{\infty} = C_t$, для больших трещин $C_t < C_{\infty}$. В данной работе используется уравнение эволюции плотности C_t [16]

$$\frac{dC_t}{dt} = \frac{C_a - C_t}{\lambda_c} \frac{da}{dt} + \frac{C_a - C_t}{t_a},\tag{14}$$

где da/dt — скорость роста трещины; λ_c — характерный продольный размер области, в которой накапливаются микроповреждения ($\lambda_c \approx 10^{-10}$ м),

$$C_a = C_\infty / (1 + a/a_\infty),$$

 a_{∞} — параметр, имеющий размерность длины.

Плотность агрессивной среды является малым параметром. Для того чтобы исключить малый параметр, проводится его масштабирование. Вместо этого параметра в уравнениях используется величина C_t/C_{∞} (стандартная плотность), которая изменяется в диапазоне [0, 1].

4. Стадия накопления скрытых повреждений. На начальной стадии нагружения трещина не растет, поскольку силы, способствующие росту трещины, меньше сил, препятствующих ему ($G(t) < \Gamma(t)$). По мере накопления микроповреждений силы сопротивления уменьшаются в соответствии с уравнением (6). В тот момент, когда выполняется равенство $G(t) = \Gamma(t)$, стадия накопления скрытых микроповреждений заканчивается (длительность этой стадии равна t_h) и трещина начинает расти. Поскольку $t_h \ll \theta_r$ (это неравенство доказано ниже), уравнение (13) можно записать в виде

$$D(t) = 1/E_0.$$

Следовательно, $G(t) = k_{\rm I}^2 / E_0$.

Для того чтобы найти силу сопротивления, необходимо определить распределение напряжений в вершине трещины. Согласно [5]

$$\sigma(x,t) = (1+2,24\sqrt{a/\rho(t)})\sigma_{\infty}(1+4(x-a)/\rho(t))^{-0.5}.$$
(15)

С использованием уравнений (15), (2), (4) получаем уравнение эволюции функции повреждений в вершине трещины (x = a), обусловленных действием механической нагрузки:

$$\frac{d\psi_s}{dt} = \frac{1}{t_s} \left(\frac{(1+2,24\sqrt{a/\rho(t)})\sigma_\infty - \sigma_{th}}{\sigma_d} \right)^{m_s}.$$
(16)

Поскольку на начальном этапе роста трещины ее длина мала, можно считать, что $C_{\infty} = C_t$. Тогда с использованием уравнений (3), (5) уравнение эволюции функции повреждений, обусловленных действием агрессивной жидкости, можно записать в следующем виде:

$$\frac{d\psi_c}{dt} = \frac{1}{t_c} \frac{C_\infty - C_{th}}{C_d}.$$
(17)

Уравнения (16), (17), (1), (6) представляют собой систему нелинейных дифференциальных уравнений для определения длительности стадии накопления скрытых микроповреждений.

5. Стадия роста трещины. После того как микроповреждения, обусловленные действием механической нагрузки и агрессивной среды, достигают определенного уровня, трещина начинает расти. Для вычисления сил сопротивления развитию трещины используются уравнения (7), (13). На этой стадии гамма-функцией в уравнениях (7), (13) пренебрегать нельзя. При вычислении сил сопротивления развитию трещины целесообразно переместить начало системы координат в вершину трещины (точка O' на рис. 1). В новой системе координат $x_1 = x - a(t)$. Уравнения (4), (5) принимают вид

$$\frac{f_s}{t_s} = -\frac{\partial \varphi_s}{\partial x_1} \frac{\partial a}{\partial t}, \qquad \frac{f_c}{t_c} = -\frac{\partial \varphi_c}{\partial x_1} \frac{\partial a}{\partial t}$$

Следовательно,

$$\psi_s(t) = \psi_{rs}(t) + \frac{\lambda_s}{t_s} \left(\frac{da}{dt}\right)^{-1} f_s, \qquad \psi_c(t) = \psi_{rc}(t) + \frac{\lambda_c}{t_c} \left(\frac{da}{dt}\right)^{-1} f_c, \tag{18}$$

где $\psi_{rs}(t), \psi_{rc}(t)$ — функции поврежденности в конце области повреждений.

На стадии роста трещины необходимо учитывать изменение плотности агрессивной жидкости, влияющее на величину f_c .

С использованием уравнений (7), (13), (18) получаем

$$\frac{da}{dt} = \left[\frac{\lambda_s}{t_s} \left(\frac{\sigma(x,t) - \sigma_{th}}{\sigma_d}\right)^{m_s} + \frac{\lambda_c}{t_c} \left(\frac{C_t - C_{th}}{C_d}\right)^{m_c}\right] / \left(1 - \frac{G(t)}{\gamma_0}\right)^{1/\alpha}.$$
(19)

Кривая роста трещины (зависимость длины трещины от времени) определяется из решения системы уравнений (1), (14), (19).

6. Результаты вычислений и их обсуждение. Системы нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих стадию накопления скрытых повреждений и стадию роста трещины, решались численно с использованием пакета MATLAB.

Для определения параметров E_0 , E_{∞} , α , θ_r использовались кривые ползучести стали марки 12Х1МФ (рис. 2) [16]. Вычисленные значения этих параметров равны $E_0 = 220 \ \Gamma \Pi a$, $E_{\infty} = 8,84 \ \Gamma \Pi a$, $\alpha = 0,99$, $\theta_r = 98\,000 \ \text{ч}$.



Рис. 2. Кривая ползучести стали марки 12X1МФ

Рис. 3. Зависимость длины трещины от времени

В предположении, что a = 1 мм, стандартная плотность равна 0,4 и $\sigma_{\infty} = 46$ МПа, с использованием уравнений, приведенных в п. 4, вычислена длительность стадии накопления скрытых повреждений, которая оказалась приближенно равной 1 мес. Затем исследовалась стадия роста трещины до момента, в который ее длина достигает критического значения a_c . На рис. 3 приведена зависимость длины трещины от времени. На начальном этапе скорость роста трещины небольшая, затем она увеличивается. В течение последнего года существования трещины ее длина увеличивается на величину, большую, чем во все предыдущие годы. Критическая длина трещины $a_c \approx 7$ мм.

На рис. 4 показана зависимость скорости роста трещины от коэффициента концентрации напряжений в логарифмических координатах. Видно, что с увеличением длины трещины скорость ее роста увеличивается.

На рис. 5 представлена зависимость количества микроповреждений от времени. Можно выделить два интервала времени: $[0, t_h)$ и $(t_h, t_c]$. На первом интервале $G(t) < \Gamma(t)$ и сила сопротивления уменьшается вследствие накопления повреждений. Второй интервал начинается в момент, когда $G(t) = \Gamma(t)$ $(t = t_h)$. В этот момент трещина начинает расти. При $t = t_c$ длина трещины достигает критического значения и количество повреждений равно нулю. Это означает, что дальнейший рост трещины с большой скоростью происходит без накопления повреждений.

Следует отметить, что достоверность используемой функции повреждаемости, уравнений для определения сил сопротивления и сил, способствующих продвижению трещины, значения радиуса кривизны в вершине трещины и величины стандартной плотности агрессивной жидкости были проверены в работах [4, 17].

На рис. 6 приведена зависимость длины трещины от времени при различных значениях ее начальной длины. При увеличении начальной длины трещины длительность стадии накопления скрытых повреждений и время жизни трещины уменьшаются, но конечная длина трещины во всех случаях приблизительно одинакова.

На рис. 7 показана зависимость длины трещины от времени при различных значениях внешней нагрузки. С увеличением нагрузки длительность стадии накопления скрытых повреждений и критическая длина трещины уменьшаются. Качественно эти выводы согласуются с выводами работы [18]. Из приведенных результатов следует, что увеличение



Рис. 4. Зависимость скорости роста трещины от коэффициента концентрации напряжений

Рис. 5. Зависимость количества микроповреждений от времени





 $1 - a_0 = 1,15$ мм, $2 - a_0 = 1,30$ мм, $3 - a_0 = 1,45$ мм, $4 - a_0 = 1,60$ мм

Рис. 7. Зависимость длины трещины от времени при различных значениях приложенного напряжения:

 $1-\sigma_{\infty}=50,00$ МПа, $2-\sigma_{\infty}=53,75$ МПа, $3-\sigma_{\infty}=57,50$ МПа, $4-\sigma_{\infty}=61,25$ МПа

внешней нагрузки представляет бо́льшую опасность для конструкции, чем увеличение начальной длины трещины.

Заключение. С использованием предложенной модели можно предсказать срок службы детали, работающей при высокой температуре и подвергаемой воздействию агрессивной среды, а также оценить влияние на уменьшение срока службы детали как ползучести материала, так и его коррозии. Эта информация может быть использована при выборе состава сплава, предназначенного для изготовления деталей, работающих в экстремальных условиях.

ЛИТЕРАТУРА

- Gutman E. M. Mechanochemistry of metals and corrosion protection / E. M. Gutman, A. N. Akimov. M.: Metallurgy, 1981.
- Pavlina V. S. The diffusion saturation of alloys in the conditions of complexation // Phys.-Chem. Mech. Materials. 1984. N 6. P. 29–34.
- Kulagin D. A., Lokoshchenko A. M. Modeling the effect of aggressive environment on creep of metals under complex stress state // Mech. Solid Bodies. 2004. N 1. P. 188–199.
- Zarkesh M., Murzakhanov G. K. Crack growth curve analysis in cylindrical shells under the influence of constant mechanical load and corrosive environments with the help of damage functions // Iran. J. Mech. Engng Trans. ISME. 2012. N 1. P. 40–50.
- Bolotin V. V., Minakov B. V. Crack growth and fracture in creep // Solid Mech. 1992. N 3. P. 147–156.
- Bolotin V. V., Babkin A. A., Belousov I. L. Probabilistic model of early fatigue crack growth // Probabilistic Engng Mech. 1998. N 3. P. 227–232.
- Fakoor M., Mehri Khansari N. Simulation of orthotropic damaged zone behavior using viscoelastic models // Amirkabir J. Mech. Engng. 2017. N 4. P. 149–152.
- 8. Rabotnov Yu. N. Creep problems in structural members. Amsterdam; L.: Elsevier, 1969.
- 9. Rabotnov Yu. N. Elements of hereditary solid mechanics. M.: Nauka Press, 1977.
- Krajcinovic D. Continuum damage mechanics: when and how? // Intern. J. Damage Mech. 1995. N 4. P. 217–229.
- 11. Bolotin V. V. Prediction of machine and structures resources. M.: Mashinostroyeniye, 1984.
- 12. Bogoyavlenski V. L. Corrosion of steels at the NPP. M.: Energoatom, 1984.
- Parton V. Z. Mechanics of elastic-plastic fracture: Fundamentals of fracture mechanics / V. Z. Parton, E. M. Morozov. M.: ComBook, 2007.
- Irwin G. R. Analysis of stresses and strain near the end of a crack traversing a plate // Trans. ASME. J. Appl. Mech. 1960. N 24. P. 361–364.
- Chapri R. A. Correspondence principles and a generalized J integral for large deformation and fracture analysis of viscoelastic media // Intern. J. Fracture Mech. 1984. N 1. P. 195–233.
- 16. Murzakhanov G. K. Methods for assessing structural stability of pipelines. M.: MPEI, 2009.
- 17. Zarkesh M., Murzakhanov G. K. Evaluation of the initial crack depth influence on the lifetime of piplines and storage tanks at a creep // Bull. Mech. Engng. 2011. N 2. P. 40–44.
- 18. Stephens R. G. Metal fatigue in engineering / R. G. Stephens, H. O. Fuchs. S. l.: Wiley, 1990.

Поступила в редакцию 6/IX 2017 г., в окончательном варианте — 10/II 2018 г.