УДК 536.423.4

ФОРМИРОВАНИЕ СТРУЙНЫХ ТЕЧЕНИЙ ПРИ ГРАВИТАЦИОННОМ СТЕКАНИИ ВОЛНОВОЙ НАГРЕВАЕМОЙ ПЛЕНКИ ЖИДКОСТИ

Е. А. Чиннов, О. А. Кабов

Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН, 630090 Новосибирск

Исследовано формирование струй в области двумерных и трехмерных волн при течении нагреваемой пленки жидкости по вертикальной поверхности. Измерены расстояния между струями в зависимости от числа Рейнольдса пленки и плотности теплового потока. Трехмерные волны на поверхности пленки образовывались естественным образом или с помощью искусственных возмущений. Показано, что помимо термокапиллярного механизма формирования струй существует термокапиллярно-волновой механизм.

Ключевые слова: пленка жидкости, формирование струй, волновое течение, термокапиллярные эффекты.

ВВЕДЕНИЕ

Исследование неустойчивости течения пленки жидкости, возникновения трехмерных деформаций и развития струйных течений на ее поверхности важно для понимания механизма теплообмена и кризисных явлений при теплоотдаче к пленке.

В большинстве экспериментальных работ изучалось неизотермическое течение пленок воды по вертикальным трубам длиной 0.3—3.6 м в диапазоне чисел Рейнольдса $\mathrm{Re} = 20 \div 1000 \ [1, 2]$. Разрыв пленки происходит внизу обогреваемой части трубы, быстро распространяется вверх, вызывает перераспределение расхода жидкости по периметру трубы [3] и ухудшение теплоотдачи. В экспериментах [1—3] образования регулярных струй на поверхности пленки не наблюдалось, поскольку использовались длинные вертикальные трубы (более 0.3 м) диаметром менее 30 мм при больших значениях числа Рейнольдса пленки. В результате на поверхности пленок жидкости не возникали значительные градиенты температуры, термокапиллярные эффекты проявлялись при наличии развитых трехмерных волн и, не оказывая определяющего влияния на изменение волновой картины, приводили к разрыву пленки.

В работах [4, 5] обнаружено формирование регулярных структур в виде трехмерных образований в пленке жидкости, стекающей по плоскости с нагревателем малого размера $(6,5 \times 13 \text{ мм})$. В экспериментах достигнуты значительные градиенты температуры (до 15 K/мм) на поверхности пленки. Образование структур при нагреве пленки жидкости на различных нагревателях малого размера изучалось в работе [6].

В [7] исследовано изотермическое течение пленки 31 %-го раствора глицерина в воде по наклонной поверхности и развитие трехмерных волн. Двумерные волны на поверхности пленки создавались искусственно за счет возмущений давления с определенной частотой в пленкоформирователе. В верхней части рабочего участка возникали двумерные волны, которые затем распадались на трехмерные синхронные волны и преобразовывались

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 02-02-16478).

в солитоны. В [7] также показано, что длина волны поперечных трехмерных возмущений уменьшается с ростом числа Рейнольдса.

Существует большое количество теоретических исследований движения и устойчивости изотермических и нагреваемых пленок жидкости. Многие вопросы гидродинамики волнового течения пленок жидкости проанализированы в [8]. Существенное влияние эффекта Марангони в пленочных течениях приводит к возникновению нескольких новых видов неустойчивости. В однородно нагретых стекающих пленках жидкости при малых числах Рейнольдса термокапиллярные эффекты усиливают волновую неустойчивость. Их нелинейное взаимовлияние приводит к нарушению двумерного волнового режима, возникновению волнистости поверхности в поперечном направлении и появлению струй. Дальнейшее развитие данной неустойчивости может приводить к разрыву пленки [9].

В настоящее время механизм образования струй до конца неясен. Отсутствует экспериментальная информация о возникновении струйных течений при движении пленки жидкости по нагревателям средних размеров при совместном влиянии термокапиллярных сил и волнообразования на поверхности раздела.

В данной работе экспериментально исследовано формирование регулярных струй при течении пленки жидкости в области двумерных и трехмерных волн на вертикальном нагревателе размером 150×150 мм. Экспериментальные данные получены для воды и диэлектрической жидкости FC-72. Число Рейнольдса пленки изменялось от 1 до 330. Начальная температура пленки жидкости составляла 17-28 °C.

1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

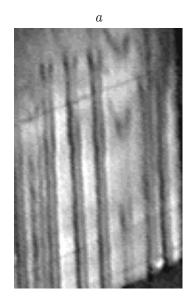
Стенд представлял собой замкнутый циркуляционный контур, включающий резервуар с насосом, рабочий участок, фильтр, ротаметры, трубопроводы и запорную арматуру. Рабочая жидкость с помощью насоса подавалась в пленкоформирователь, который состоял из накопительной камеры, распределительного устройства и сопла с калиброванной плоской щелью. Жидкость, стекающая по пластине, накапливалась в приемнике и под действием гравитации возвращалась в систему. Подробное описание экспериментальной установки и методик измерений приведено в [10].

Особенность данных исследований заключалась в том, что при малых числах Рейнольдса и малых значениях коэффициента теплопроводности жидкости FC-72 локальная плотность теплового потока существенно отличалась от средней. Локальная плотность теплового потока q определялась по перепаду температур на плите, изготовленной из нержавеющей стали, а средняя плотность теплового потока $\langle q \rangle$ — по мощности нагревателя. Пленкоформирователь устанавливался на расстоянии $X=41,5;\ 120,0$ мм от верхнего края нагревателя.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Течение пленок воды. При Re < 6 по нагревателю стекала практически гладкая пленка. Увеличение плотности теплового потока при Re = 1,1 не приводило к значительным деформациям поверхности пленки жидкости до ее разрыва. При Re = 2,4; 4,9 и значениях $\langle q \rangle = 0,3 \div 0,4$ Вт/см², предшествующих разрыву пленки, на поверхности наблюдались слабые неоднородности в виде вертикальных струй.

На рис. 1 приведены фотографии течения пленки воды при $\mathrm{Re}=10.4;~X=41.5~\mathrm{mm}.$ При $\langle q \rangle > 0.3~\mathrm{Bt/cm^2}$ видны вертикальные неоднородности на поверхности пленки жидкости. В верхней части струи прерывистые, их поверхность подвержена воздействию трехмерных волн, в нижней части форма струй более ровная и рельефная, а пленка между ними выравнивается и становится более гладкой (рис. 1.a), как и при меньших числах Рейнольдса. Формирование струй происходит в конце гладкой зоны на расстоянии 70–80 мм



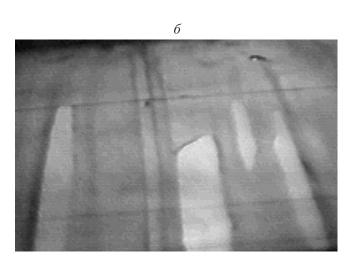
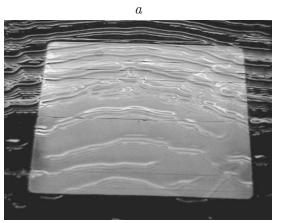


Рис. 1. Фотографии течения пленки воды при Re = 10,4, X=41,5 мм: $a-\langle q\rangle=0,64~{\rm Bt/cm^2};~\delta-\langle q\rangle=0,74~{\rm Bt/cm^2}$



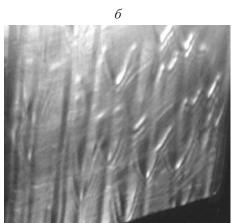
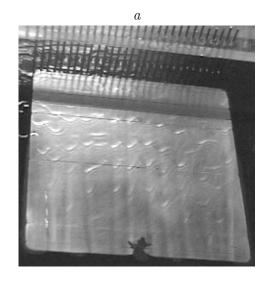


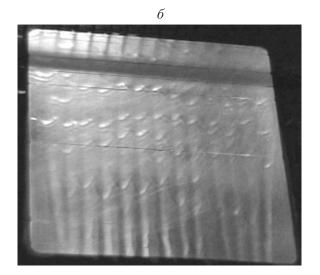
Рис. 2. Фотографии течения пленки воды при Re = 22, X=120 мм: $a-\langle q\rangle=0;~\delta-\langle q\rangle=0,91~{\rm Bt/cm^2}$

от сопла пленкоформирователя, где возникает волновое движение на поверхности пленки. С ростом плотности теплового потока среднее расстояние между струями уменьшается от 20 до 15 мм. Сухие пятна (часть поверхности нагревателя, не покрытая жидкостью) образуются, как правило, в нижней части нагревателя и распространяются вверх между струями (рис. $1, \delta$).

При Re = 44,2 трехмерные волны на поверхности пленки наблюдались на расстоянии 30–40 мм от верхнего края нагревателя. С ростом плотности теплового потока происходило формирование струй, но они были более слабо выражены и состояли из чередующихся гребней и впадин трехмерных волн.

Изменение волнового течения на поверхности пленки. С целью изменения волнового режима течения пленки расстояние между соплом и нагревателем было увеличено до 120 мм. Фотографии течения пленки при Re=22 показаны на рис. 2. Видно, что на верхнюю часть нагревателя натекают двумерные волны. При отсутствии теплового потока и малых значениях $\langle q \rangle$ двумерные волны, проходя по нагревателю, деформируются, но





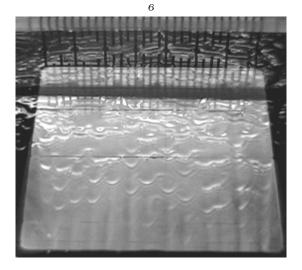


Рис. 3. Фотографии течения пленки воды при искусственном формировании трехмерных волн (Re = 22, X=120 мм, $\langle q \rangle=0.91~{\rm Bt/cm^2}$): $a-l_w=5$ мм; $\delta-l_w=10$ мм; $\epsilon-l_w=20$ мм

их трехмерность выражена слабо (рис. 2,a). При больших плотностях тепловых потоков в нижней части нагревателя на поверхности пленки развиваются трехмерные волны, причем с увеличением плотности теплового потока, как и при X=41,5 мм, расстояние между гребнями трехмерных волн уменьшается. Формируются струи жидкости (рис. $2,\delta$). Аналогичная картина наблюдается при Re=33. В этом случае трехмерные волны появляются и в верхней части нагревателя.

Искусственное разбиение двумерных волн на трехмерные. Искусственное формирование трехмерных волн осуществлялось на расстоянии 17 мм от верхнего края нагревателя с использованием цилиндров диаметром 2 мм, опущенных в пленку жидкости. Расстояние l_w между цилиндрами изменялось от 5 до 40 мм с шагом 5 мм. В отсутствие теплового потока изменений картины трехмерных волн при различных значениях l_w практически не наблюдалось. На рис. 3 приведены фотографии течения пленки воды при $\langle q \rangle = 0.91~{\rm Bt/cm^2}$. Сравнение фотографий на рис. 2,6 и рис. 3 показывает, что на волновую структуру пленки и количество струй существенное влияние оказывает расстояние l_w . Количество струй (в данном случае 13) совпало с количеством цилиндров только при $l_w = 10~{\rm мм}$. При $l_w = 20~{\rm мм}$ наблюдалось 12 струй. При $l_w = 5~{\rm мм}$ количество струй уменьшалось до 10, а при $l_w = 15, 30, 40~{\rm mm}$, как и для невозмущенной пленки, формиро-

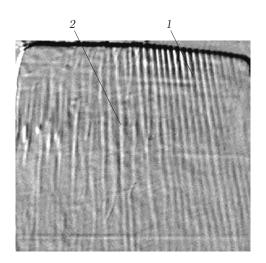


Рис. 4. Фотография течения пленки жидкости FC-72 при Re = 5, $\langle q \rangle = 0.32~{\rm Bt/cm^2}$: 1 — струйное течение типа A, 2 — струйное течение типа Б

валось 8–9 струй. Таким образом, существует область возмущений ($l_w=5,\ 10,\ 20\ {\rm мм}$), в которой расстояние между струями Λ уменьшается на 30–40 %.

Течение пленок жидкости FC-72. При течении пленки жидкости FC-72 в герметичном контейнере по нагревателю размером 150×150 мм при Re > 5 на ее поверхности наблюдаются двумерные и трехмерные волны. При Re = 5 уже при малых плотностях тепловых потоков вблизи верхнего края нагревателя на поверхности пленки появляются слабовыраженные поперечные возмущения. На остальной части нагревателя по поверхности пленки распространяются трехмерные волны. При $\langle q \rangle = 0.17~{\rm BT/cm^2}$ на всем нагревателе визуально регистрируются струи. Вблизи верхнего края нагревателя число струй больше ($\Lambda = 3~{\rm mm}$). В средней и нижней частях нагревателя формируется $23~{\rm ctpyu}$, среднее расстояние между ними составляет $6.5~{\rm mm}$.

Изменение расстояния между струями, по-видимому, вызвано неравномерностью распределения локальной плотности теплового потока вдоль нагревателя [11]. Плотность теплового потока вдоль источника тепла монотонно убывает, что обусловлено перетоком тепла из нижней (более горячей) части нагревателя в верхнюю часть. Переток тепла определяется влиянием двух независимых факторов: изменением среднемассовой температуры жидкости и изменением локального коэффициента теплоотдачи. Удельная теплоемкость и теплопроводность жидкости FC-72 соответственно в 4 и 10 раз меньше, чем для воды. Перераспределение плотности теплового потока для жидкости FC-72 более существенно, что подтверждается измерениями и расчетами, аналогичными [11]. С увеличением Re на поверхности нагревателя распределение локальной плотности теплового потока становится более равномерным.

При $\langle q \rangle = 0.2~{\rm BT/cm^2}$ расстояние между струями вблизи верхнего края нагревателя возрастает до 3,06 мм, а в нижней части уменьшается до 5,8 мм. При $\langle q \rangle = 0.22~{\rm BT/cm^2}$ вблизи верхнего края нагревателя движение струй становится нестабильным, наблюдается их витание. При $\langle q \rangle = 0.25~{\rm BT/cm^2}$ появляется течение с ровными струями (расстояние между ними составляет 3,6 мм), которое при $\langle q \rangle = 0.32~{\rm BT/cm^2}$ занимает более половины площади нагревателя (рис. 4). Между струями располагаются сухие полосы. При дальнейшем увеличении плотности теплового потока расстояние между струями возрастает. При $\langle q \rangle = 0.35~{\rm BT/cm^2}$ в нижней части нагревателя струи становятся неустойчивыми и наблюдаются их колебания. При $\langle q \rangle = 0.43~{\rm BT/cm^2}$ по всей длине нагревателя стекает 35 струй, расстояние между ними составляет 4,3 мм. Колебание струй усиливается, а в нижней части нагревателя они испаряются. Следует отметить, что испарение жидкости приводит к уменьшению числа Рейнольдса пленки и может являться одной из причин изменения Λ .

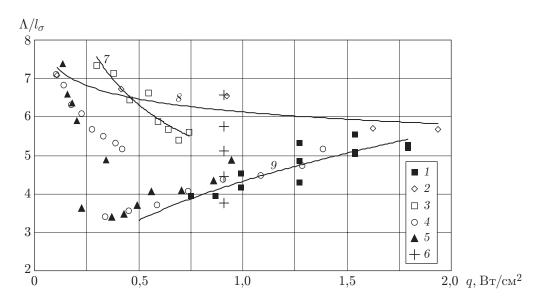


Рис. 5. Зависимость среднего расстояния между струями от локальной плотности теплового потока:

1 — жидкость МД-3Ф (Re = 2, нагреватель размером 6.5×13 мм) [5]; 2 — вода (Re = 44,2); 3 — вода (Re = 10,4); 4 — жидкость FC-72 (Re = 6.8); 5 — жидкость FC-72 (Re = 5); 6 — вода (Re = 22, течение с искусственными возмущениями); 7 — аппроксимация точек 3; 8 — аппроксимация точек 1

При $Re \le 10$ в верхней части нагревателя волны практически двумерны. Трехмерные волны в средней части нагревателя видны более отчетливо. Как в верхней, так и в средней частях нагревателя струи на поверхности пленки формируются одновременно с возникновением разрыва в ней. При Re = 14.4; 20,3 струи формируются до разрыва пленки, причем в верхней части нагревателя они трудноразличимы. При Re = 51, 73 и малой плотности теплового потока или в его отсутствие наблюдаются синхронные трехмерные волны с длиной волны в поперечном направлении 6.0–6.8 мм. С увеличением $\langle q \rangle$ из синхронных трехмерных волн формируются струи, аналогично тому как это происходит при течении пленок воды. При Re > 100 тепловой слой выходит на поверхность пленки на значительном расстоянии от верхнего края нагревателя. Струи становятся менее регулярными, их число колеблется от 16 до 24.

Таким образом, установлено, что на нагревателях среднего размера значение Λ может увеличиваться по длине нагревателя более чем в два раза. Струйное течение с меньшим значением Λ в верхней части нагревателя для удобства будем называть течением типа A, течение в средней и нижней частях — течением типа A. Основанием для разделения изучаемых в данной работе струйных течений на два типа является то, что в случае струйного течения типа A с ростом плотности теплового потока расстояние между струями увеличивается, а в случае струйного течения типа A уменьшается. При течении пленок воды по данному нагревателю струйное течение типа A не зарегистрировано, A. е. формирование течений различных типов зависит от рода жидкости и граничных условий на подложке и поверхности пленки.

3. АНАЛИЗ И ОБОБЩЕНИЕ ОПЫТНЫХ ДАННЫХ

На рис. 5 приведена зависимость безразмерного расстояния между струями Λ/l_{σ} от локальной плотности теплового потока (l_{σ} — капиллярная постоянная). Здесь же приведены данные, полученные при течении пленки перфтортриэтиламина (МД-3Ф) по нагревателю размером 6.5×13 мм [5]. В этом случае расстояние между струями возрастает с увеличением значений q. Аналогичная зависимость при меньших плотностях тепловых потоков наблюдается для жидкости FC-72 (Re = 5.0; 6.8) при образовании структур типа A.

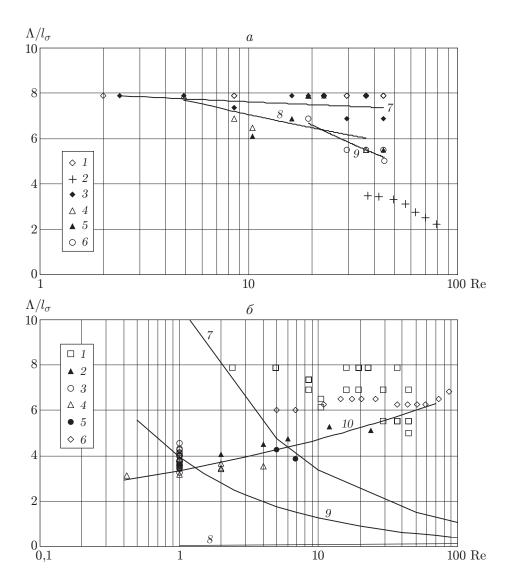
В экспериментах с водой (до момента образования сухих пятен) значения Λ уменьшаются при увеличении q. Следует отметить существенное различие данных настоящей работы для воды при $\mathrm{Re}=10.4$; 44.2. При $\mathrm{Re}=10.4$ локальная плотность теплового потока оказывает значительное влияние на величину Λ , при $\mathrm{Re}=44.2$ влияние q существенно меньше. Термокапиллярные силы в значительной степени определяют механизм формирования струй при $\mathrm{Re}=10.4$ за счет возникновения неоднородностей толщины пленки в поперечном направлении на начальной стадии зарождения неустойчивости двумерных волн. При $\mathrm{Re}=44.2$ влияние термокапиллярных сил значительно слабее, так как оно накладывается на течение с уже развитыми трехмерными волнами.

При течении жидкости FC-72 в средней и нижней частях нагревателя расстояние между струями, так же как и для воды, уменьшается с ростом q. Из рис. 5 следует, что влияние плотности теплового потока на величину Λ , как и в опытах с водой, усиливается с уменьшением Re. Таким образом, можно заключить, что наличие термокапиллярной силы, значение которой пропорционально q, приводит к уменьшению длины волн возмущений в направлении, перпендикулярном течению пленки, которые изначально возникают при распаде трехмерных волн в случае формирования струйного течения типа \mathbf{E} .

Искусственные возмущения на поверхности пленки позволяют уменьшить Λ от значений, соответствующих течению типа B, до значений, соответствующих течению типа A. Можно предположить, что этим режимам соответствуют предельные значения возмущений, которые могут быть реализованы в нагреваемых пленках жидкости.

Зависимости безразмерного расстояния между струями от числа Рейнольдса приведены на рис. 6. Значения l_{σ} рассчитывались с учетом угла наклона пластины. На рис. 6,aпоказана зависимость среднего расстояния между струями от числа Рейнольдса для воды. Видно, что в отсутствие теплового потока расстояние между гребнями трехмерных волн практически не зависит от Re. Для неизотермической пленки длина волны уменьшалась с ростом числа Рейнольдса. В зависимости $\Lambda \sim \mathrm{Re}^n$ показатель степени уменьшался от -0.028 до -0.310 при увеличении плотности теплового потока. На рис. 6,a приведены также данные работы [7] по длине волны синхронных трехмерных волн при течении изотермической пленки жидкости по пластине, наклоненной к горизонту под углом 6,4°. Данные [7] расположены существенно ниже полученных в настоящей работе, а длина волны синхронных трехмерных волн уменьшается с увеличением Re. В проведенных экспериментах подобное влияние числа Рейнольдса наблюдалось только при больших плотностях тепловых потоков. Такое различие может быть объяснено изменением угла наклона поверхности и размеров рабочего участка, а также тем, что в экспериментах [7] волны на поверхности пленки генерировались искусственным способом за счет импульсов давления в системе пленкоформирователя.

Обобщение данных по расстояниям между струями и сравнение с ранее полученными результатами приведено на рис. $6, \delta$. При обработке данных, соответствующих малым значениям $\langle q \rangle$, вместо расстояния между струями использовалось расстояние между гребнями трехмерных волн. На рис. $6, \delta$ приведены данные, полученные при течении пленки по вертикальной поверхности с нагревателем размером $6,5 \times 13$ мм для перфтортриэтиламина [5] и 25 %-го раствора спирта в воде [12], а также данные для наклонной поверхности с нагревателями размером $2,2 \times 68$ и 4×68 мм [6] при образовании регулярных структур. Данные, полученные на нагревателе размером 150×150 мм для воды, расположены выше данных, полученных на нагревателях малых размеров. Для малых нагревателей всегда наблюдался рост расстояния между струями с увеличением Re.



На рис. 6,6 приведены также результаты двух серий измерений зависимости Λ от Re при течении жидкости FC-72 по нагревателю размером 150×150 мм. При формировании струйного течения типа A ($\langle q \rangle = 0.4~{\rm Bt/cm^2}$) значение Λ согласуется с данными, полученными на малых нагревателях. При формировании струйного течения типа Б ($\langle q \rangle \leqslant 0.2~{\rm Bt/cm^2}$) Λ практически не зависит от Re, что согласуется с данными, полученными для течения воды по нагревателю размером $150 \times 150~{\rm mm}$. Следует отметить, что разброс данных в опытах с жидкостью FC-72 существенно больше, чем в опытах с водой. По-видимому, это объясняется отсутствием четкой границы между струйными течениями типа A и Б.

Можно выделить два механизма формирования струй в неизотермической стекающей пленке жидкости. В области гладкого течения пленки жидкости по нагревателям малого размера изначально отсутствуют возмущения в пленке, и при достижении порогового значения плотности теплового потока происходит формирование регулярных структур, обнаруженных и исследованных в [4–6, 10, 11] (линия 10 на рис. 6, δ). При течении пленки жидкости по длинным нагревателям струи развиваются в области трехмерной неустойчивости волн, причем формирование струйного течения происходит постепенно с увеличением плотности теплового потока и расстояния от верхней кромки нагревателя. Данные по расстояниям между гребнями трехмерных волн при $\langle q \rangle = 0$ показаны точками 1 на рис. 6,a.

Сравнение с теоретическими данными по неустойчивости трехмерных волн может быть только качественным. В работе [13] на основе анализа уравнения Непомнящего [15] для вертикальной пленки жидкости показано, что неустойчивость будет развиваться для всех возмущений с длиной волны, большей значения, соответствующего линии 8 на рис. 6, 6. В [8] выполнен анализ дисперсионного соотношения уравнения, близкого к уравнению Непомнящего. Для примерно одинаковых возмущений как в поперечном, так и в продольном направлениях из уравнения нейтральной кривой можно получить соотношение

$$\Lambda/l_{\sigma} = 2\pi 3^{0.5} \,\mathrm{Re}^{-0.5},$$

которому соответствует линия 7 на рис. $6, \delta$. Аналогичная зависимость, но с другим коэффициентом (линия 9 на рис. $6, \delta$) получена в работе [14], где исследовалась устойчивость течения двумерной пленки жидкости с неравномерным распределением температуры на свободной границе и определены условия перехода к трехмерному струйному течению. В [16] отмечается, что двумерные волны всегда нестабильны и на вертикальной поверхности развиваются трехмерные возмущения. Критическая длина волны трехмерных возмущений уменьшается с ростом Re, как и в работах [8, 14].

Таким образом, полученные экспериментальные результаты пока не имеют теоретического объяснения. Отсутствие согласия с известными теоретическими исследованиями устойчивости изотермической пленки жидкости к трехмерным возмущениям указывает на необходимость учета взаимовлияния волновых и термокапиллярных эффектов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Экспериментально исследована гидродинамика стекающей волновой неизотермической пленки жидкости. Обнаружено, что при термокапиллярно-волновом механизме вертикальные струи формируются на неоднородностях в пленке по гребням двумерных волн при их распаде на трехмерные или на развитых синхронных трехмерных волнах. С увеличением плотности теплового потока в области между струями пленка жидкости становится гладкой, а волны движутся по поверхности струй. Искусственные возмущения на поверхности нагреваемой пленки жидкости позволяют изменить длину волны неустойчивости только в узком диапазоне, соответствующем области, в которой проявляются закономерности термокапиллярного и термокапиллярно-волнового механизмов формирования струй.

При течении диэлектрической жидкости FC-72 обнаружены струйные течения двух типов, различающиеся характером зависимости расстояния между струями от плотности теплового потока. Для стекающей пленки воды в данных экспериментах зарегистрирован только один тип течения, для которого длина волны уменьшалась с ростом плотности теплового потока.

Авторы выражают благодарность фирме "3M" за предоставленную для экспериментов жидкость FC-72.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. **Ганчев Б. Г.** Охлаждение элементов ядерных реакторов стекающими пленками. М.: Энергоатомиздат, 1987.
- 2. **Гимбутис Г.** Теплообмен при гравитационном течении пленки жидкости. Вильнюс: Мокслас, 1988.
- 3. Fujita T., Ueda T. Heat transfer to falling liquid films and film breakdown-I (subcooled liquid films) // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1978. V. 21. P. 97–108.
- 4. **Кабов О. А.** Теплоотдача от нагревателя с малым линейным размером к свободно стекающей пленке жидкости // Тр. I Рос. нац. конф. по теплообмену, Москва, 21–25 нояб. 1994 г. М.: Изд-во Моск. энерг. ин-та, 1994. Т. 6. С. 90–95.
- 5. **Kabov O. A., Chinnov E. A.** Heat transfer from a local heat source to subcooled falling liquid film evaporating in a vapor-gas medium // Russ. J. Engng Termophys. 1997. V. 7, N 1/2. P. 1–34.
- 6. Chinnov E. A., Kabov O. A., Muzykantov A. V., Zaitsev D. V. Influence of plate inclination on heat transfer and breakdown of locally heated flowing liquid film // Intern. J. Heat Technol. 2001. V. 19, N 1. P. 31–44.
- 7. Liu J., Schneider J. B., Golub J. P. Three-dimensional instabilities of film flows // Phys. Fluids. 1995. V. 7, N 1. P. 55–67.
- 8. **Алексеенко С. В., Накоряков В. Е., Покусаев Б. Г.** Волновое течение пленок жидкости. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1992.
- 9. Joo S. W., Davis S. H., Bankoff S. G. A mechanism for rivulet formation in heated falling films // J. Fluid Mech. 1996. V. 321. P. 279–298.
- 10. Chinnov E. A., Kabov O. A., Marchuk I. V., Zaitsev D. V. Heat transfer and breakdown of subcooled falling liquid film on a vertical middle size heater // Intern. J. Heat Technol. 2002. V. 20, N 1. P. 69–78.
- 11. Marchuk I. V., Kabov O. A. Numerical simulation of heat transfer in a falling liquid film with allowance for heat conduction in heaters // Russ. J. Engng Thermophys. 2000. V. 10, N 2. P. 147–165.
- 12. **Kabov O. A., Marchuk I. V., Chupin V. M.** Thermal imaging study of the liquid film flowing on vertical surface with local heat source // Russ. J. Engng Thermophys. 1996. V. 6, N 2. P. 104–138.
- 13. **Цвелодуб О. Ю., Котеченко Л. Н.** Пространственные волновые режимы на поверхности тонкой вязкой пленки жидкости. Новосибирск, 1991. (Препр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т теплофизики; № 252-91).
- 14. **Sharypov O. V., Medvedko K. A.** On the stability of a 2D film flow regime with a non-uniform temperature of the free surface // Russ. J. Engng Thermophys. 2000. V. 10, N 4. P. 315–336.
- 15. **Непомнящий А. А.** Устойчивость волновых режимов в пленке, стекающей по наклонной плоскости // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1974. № 3. С. 19–34.
- 16. **Joo S. W., Davis S. H.** Instabilities of three-dimensional viscous falling films // J. Fluid Mech. 1992. V. 242. P. 529-547.