

УДК 537.84

## НЕУСТОЙЧИВОСТЬ РИХТМАЙЕРА — МЕШКОВА ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА СРЕД ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ ЧЕРЕЗ НЕЕ ДВУХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ УДАРНЫХ ВОЛН

А. А. Чарахчян

Вычислительный центр РАН, 117967 Москва

Численно исследована неустойчивость свободной границы алюминия после выхода на нее двух ударных волн, следующих одна за другой через некоторый промежуток времени. Первая ударная волна выбрана достаточно сильной (давление за фронтом около 75 ГПа). Показано, что если к моменту выхода второй ударной волны на свободную границу развитие возмущений находится на нелинейной стадии, то в отличие от линейной стадии изменение скорости роста амплитуды слабо зависит от длины волны начального возмущения. Предложена формула, позволяющая определять воздействие второй ударной волны на скорость роста амплитуды, в которой сохранена основная структура формулы Рихтмайера. Продемонстрирована возможность определения параметров второй ударной волны, обеспечивающих эффект замораживания неустойчивости, если известна только скорость роста амплитуды.

**Введение.** Неустойчивость границы раздела сред при прохождении через нее ударной волны, которая получила название неустойчивости Рихтмайера — Мешкова [1, 2], изучалась во многих работах (см., например, [3–8] и приведенную в [8] библиографию). В частности, интерес к неустойчивости Рихтмайера — Мешкова связан с продолжающимися исследованиями в области инерционного управляемого синтеза.

Приведем основные закономерности развития этой неустойчивости. Пусть ударная волна распространяется из среды с плотностью  $\rho_1$  в среду с плотностью  $\rho_2$ . Различают случаи прохождения ударной волны из легкого вещества в тяжелое ( $\rho_1 < \rho_2$ ) и обратно ( $\rho_1 > \rho_2$ ). В обоих случаях ударная волна вначале приводит к некоторому уменьшению амплитуды возмущения, затем амплитуда растет линейно по времени. Различным является поведение фазы возмущения. В случае  $\rho_1 < \rho_2$  фаза возмущения не меняется, а в случае  $\rho_1 > \rho_2$  росту амплитуды предшествует смена фазы возмущения на обратную. Этот эффект был обнаружен вначале экспериментально в [2], а затем подтвержден теоретически путем численного решения уравнений гидродинамики [3].

Граница раздела сред при прохождении через нее ударной волны получает импульсное ускорение, т. е. время действия ускорения равно нулю, а приращение скорости конечно. Течение, возникающее при постоянном по времени ускорении границы раздела, хорошо изучено. Известно, что в случае  $\rho_1 > \rho_2$  такое течение устойчиво (в отличие от случая  $\rho_1 < \rho_2$ , когда имеет место известная неустойчивость Рэля — Тейлора с экспоненциальным по времени ростом амплитуды возмущения). Движение границы раздела с постоянным по времени ускорением можно приближенно заменить последовательностью импульсных ускорений, следующих одно за другим через небольшой интервал времени, который в пределе стремится к нулю. В случае  $\rho_1 > \rho_2$  это означает возможность получения устойчивого течения из последовательности неустойчивых, что связано с описанной

выше сменой фазы возмущения. Действительно, при смене фазы возмущения амплитуда вначале уменьшается, а последующему ее росту препятствует очередное импульсное ускорение границы, которое вновь приводит к смене фазы.

Возникает вопрос, можно ли ослабить неустойчивость Рихтмайера — Мешкова в случае  $\rho_1 > \rho_2$  с помощью второй ударной волны, идущей в том же направлении, что и первая. Впервые развитие неустойчивости в случае двух последовательных ударных волн, по-видимому, рассмотрено в [9] в рамках потенциального течения несжимаемых жидкостей с импульсным ускорением границы раздела. Ниже предложен нестрогий вывод формулы для скорости роста амплитуды синусоидального возмущения, основанный на физических соображениях и формуле Рихтмайера для случая одной ударной волны:

$$\dot{a} = \frac{2\pi a_0}{\lambda} A v, \quad \frac{2\pi |a_0|}{\lambda} \ll 1, \quad (1)$$

где  $a = a(t)$  — амплитуда возмущения в виде функции времени  $t$ ;  $a_0$  — начальная амплитуда;  $\lambda$  — длина волны возмущения;  $A = (\rho_2 - \rho_1)/(\rho_2 + \rho_1)$  — число Атвуда;  $v$  — изменение скорости границы раздела после прохождения ударной волны; точка обозначает дифференцирование по времени.

Строго говоря, формула (1) соответствует не прохождению ударной волны через границу раздела, а импульсному ускорению границы раздела двух несжимаемых жидкостей. В случае ударной волны в формулу Рихтмайера входят не начальные значения плотностей  $\rho_1, \rho_2$  и амплитуды  $a_0$ , а соответствующие значения этих величин сразу после прохождения ударной волны. Однако для дальнейших рассуждений, которые имеют качественный характер, это уточнение несущественно.

Формула (1) получена Рихтмайером для случая  $\rho_1 < \rho_2$  ( $Av > 0$ ). Однако в дальнейшем стало ясно, что она применима и к случаю  $\rho_1 > \rho_2$  ( $Av < 0$ ), если изменение знака амплитуды  $a(t)$  трактовать как смену фазы возмущения.

После прохождения первой ударной волны

$$\dot{a} = \dot{a}_1 = \frac{2\pi}{\lambda} A a_0 v_1, \quad (2)$$

где  $v_1$  — скорость границы раздела после первой волны. Поскольку здесь рассматривается случай  $A < 0$ ,  $v_1 > 0$ , удобно полагать  $a_0 < 0$ . Тогда  $\dot{a}_1 > 0$ , и после смены фазы первоначального возмущения амплитуда  $a > 0$ .

Пусть после прохождения второй ударной волны граница раздела мгновенно ускорится до скорости  $v_1 + \Delta v$ . Вновь воспользовавшись формулой Рихтмайера, для скорости роста амплитуды после прохождения второй волны получим

$$\dot{a} = \dot{a}_2 = \dot{a}_1 + \beta_m A \Delta v, \quad \beta_m = \frac{2\pi a_m}{\lambda}, \quad (3)$$

где  $a_m$  — амплитуда возмущения в момент  $t_2$  прихода второй ударной волны;  $\beta_m$  — относительная амплитуда. С помощью (2) амплитуду  $a_m$  можно выразить через  $t_2$ :

$$\dot{a}_2 = \dot{a}_1 \left( 1 + \frac{\Delta v}{v_1} + \frac{2\pi}{\lambda} A \Delta v t_2 \right). \quad (4)$$

В случае  $A < 0$  существует такое  $\lambda > 0$ , что  $\dot{a}_2 = 0$ . Этот эффект получил название замораживания. Однако в целом формула (4) дает неблагоприятный прогноз для развития неустойчивости на большие времена. Действительно, при заданных  $\Delta v$ ,  $t_2$  и  $\lambda \rightarrow 0$   $\dot{a}_2/\dot{a}_1 \rightarrow -\infty$ , т. е. вторая ударная волна может неограниченно увеличивать скорость роста коротковолнового возмущения. Однако следует учитывать, что сделанный выше вывод справедлив только в том случае, если к моменту прихода второй ударной волны

неустойчивость границы находится на линейной стадии ( $\beta_m \ll 1$ ), что формально следует из условия применимости формулы Рихтмайера.

В случае нелинейной стадии развития возмущений ( $\beta_m \sim 1$ ) теоретическое изучение влияния дополнительного ускорения границы возможно только путем численного решения уравнений гидродинамики. Например, в [10] при численном исследовании устойчивости кумулятивных струй в конических мишенях обнаружен следующий механизм ослабления неустойчивости Рихтмайера — Мешкова. Головная ударная волна при переходе из алюминия в дейтерий инициировала неустойчивость границы раздела. Помимо нее вдоль границы раздела двигалась еще одна волна сжатия, повышение давления за фронтом которой приводило к дополнительному ускорению границы раздела. Вызванные этим ускорением смена фазы возмущения и соответствующее падение амплитуды происходили даже в случае существенно нелинейной стадии развития неустойчивости.

Существует лишь несколько экспериментальных работ по изучению устойчивости границы раздела для двух последовательных ударных волн. В некоторых экспериментах с ударными трубами помимо первоначальной ударной волны на границу раздела воздействовали вторичные ударные волны, отраженные от стенок трубы (см., например, [11]). Однако в чистом виде последовательность двух ударных волн, идущих в одном направлении, в экспериментах с ударными трубами не изучалась. По крайней мере одна из вторичных волн в этих экспериментах двигалась в противоположном относительно первоначальной волны направлении. Насколько известно автору, единственной экспериментальной работой, где в случае  $A < 0$  возникали две ударные волны в одном направлении, является [8]. Первоначальная ударная волна в эксперименте [8] генерировалась мощным рентгеновским излучением, а вторичная волна возникала после отражения волны разрежения от фронта абляции. Длина волны возмущения границы раздела менялась в широких пределах. Скорость роста амплитуды длинноволнового возмущения, как это следует из формулы (2), сравнительно небольшая. К моменту прихода второй ударной волны амплитуда длинноволнового возмущения была еще настолько мала, что вторая волна практически не влияла на развитие неустойчивости. В случае коротковолнового возмущения ситуация была иной. К моменту прихода второй ударной волны амплитуда возмущения была достаточно большой для того, чтобы эта волна резко затормозила дальнейший рост амплитуды. В результате, как указывается в [8], к моменту измерения амплитуда коротковолнового возмущения оказывалась даже меньше амплитуды длинноволнового.

В настоящей работе численно изучается неустойчивость Рихтмайера — Мешкова для двух последовательных ударных волн в случае  $A < 0$ . В отличие от [9] основное внимание уделяется значениям  $\beta_m \sim 1$ .

**Постановка задачи и численный метод.** Рассматривается развитие неустойчивости свободной границы алюминия после выхода на нее двух ударных волн, следующих одна за другой через некоторый промежуток времени. Первая ударная волна выбирается достаточно сильной, так что можно ограничиться уравнениями гидродинамики. Вязкостью и теплопроводностью пренебрегается. При выбранных параметрах за фронтом первой ударной волны скорость вещества 3 км/с, давление около 75 ГПа, алюминий находится в жидком состоянии. Уравнения состояния алюминия имели вид таблиц значений давления и внутренней энергии от температуры и плотности, выполненных в соответствии с [12].

Уточним постановку задачи. Рассматривается плоское течение, зависящее от двух декартовых координат  $x, y$ , неограниченное по  $x$  (рис. 1). В момент времени  $t = 0$  слой алюминия находится при атмосферном давлении и комнатной температуре. На верхней границе слоя задается скорость вещества

$$u_x = 0, \quad u_y = \begin{cases} -u_1, & 0 \leq t \leq \tau, \\ -(u_1 + \Delta u), & t > \tau, \end{cases}$$

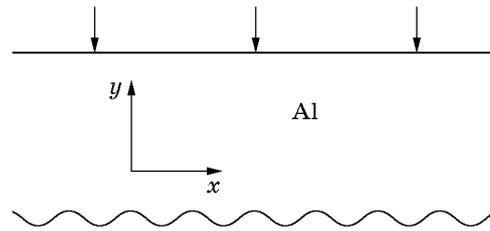


Рис. 1

где  $\tau$  — время задержки выхода второй ударной волны. При  $\Delta u > 0$  это граничное условие инициирует в алюминии две последовательные ударные волны со временем возникновения  $t = 0$  и  $\tau$ . Для заданной толщины слоя  $h$  и скорости  $u_1 > 0$  параметры  $\Delta u$  и  $\tau$  подбираются так, чтобы первая ударная волна выходила на нижнюю границу слоя до того, как ее догонит вторая. На нижней границе задается атмосферное давление. Скорость нижней границы после выхода на нее первой и второй ударных волн находилась путем численного решения соответствующей одномерной задачи на достаточно мелких сетках. Для скорости  $u_1 = 3$  км/с скорость нижней границы  $v_1 \approx 6,2$  км/с, что соответствует правилу удвоения скоростей [13] для несильных ударных волн. Это правило выполняется и для второй ударной волны, выход которой на нижнюю границу увеличивает скорость границы на  $\Delta v \approx 2\Delta u$ . Толщина слоя  $h = 5$  мм выбирается так, чтобы за время расчета возмущение с нижней границы не успевало доходить до верхней. В момент  $t = 0$  верхняя граница имеет координату  $y = h$ , уравнение для нижней границы имеет вид

$$y(x) = \frac{\varepsilon}{2} \cos \frac{2\pi x}{\lambda},$$

где  $\varepsilon$  и  $\lambda$  — амплитуда и длина волны начального возмущения. Решение задачи достаточно найти на интервале  $0 \leq x \leq \lambda/2$ , поставив на его границах условие симметрии, которое при отсутствии диссипации эквивалентно условию на твердой стенке.

Расчеты выполнялись с помощью того же пакета программ, что и в [10]. Все границы области включая свободную выделялись явно в виде некоторых линий регулярной криволинейной сетки. Использовались квазимонотонные схемы второго порядка точности на базе схемы С. К. Годунова. Единственное отличие от [10] заключалось в новом алгоритме расчета криволинейных сеток: вместо метода [14] применялась его модификация [15], позволяющая улучшить качество сетки вблизи свободной границы при сохранении выпуклости всех четырехугольных ячеек сетки.

Вдоль верхней границы области и свободной границы узлы сетки располагались равномерно. Вдоль боковых границ  $x = 0$  и  $x = \lambda/2$  положение узлов было неравномерным, поскольку выбирались значения  $\lambda \ll h$ . Вблизи свободной границы узлы вдоль боковых границ располагались равномерно с шагом порядка шага сетки вдоль свободной границы. Вдали от свободной границы шаг сетки вдоль боковых границ постепенно увеличивался, при этом отношение ближайших шагов сетки не превышало 1,05. Помимо расчетов по двумерной схеме во всей области проводились расчеты с искусственной внутренней границей  $y = y_*(t)$ , выше которой при  $y > y_*$  течение полагалось одномерным и рассчитывалось по одномерной разностной схеме второго порядка точности в переменных Лагранжа. Шаг одномерной лагранжевой сетки вблизи искусственной границы с точностью до нескольких процентов совпадал с шагом двумерной сетки вдоль боковых границ. Двумерная сетка имела 50–100 интервалов вдоль свободной границы. Вдоль боковых границ сетка имела 80–160 интервалов для расчетов с искусственной внутренней границей и 200–300 интервалов для расчетов без нее. Проводились контрольные расчеты на разных сетках при одних

и тех же значениях параметров задачи, которые достаточно хорошо воспроизводили друг друга.

Используемый численный метод требует перестройки структуры сетки в случае нарушения односвязности области течения, что является трудоемкой процедурой. Поэтому, если для выбранных параметров задачи односвязность области в какой-то момент нарушается, то расчет проводится только до этого момента.

**Результаты расчетов.** Далее результаты расчетов будут сравниваться с формулой (3). Для рассматриваемой задачи со свободной границей следует положить  $\rho_2 = 0$  и, следовательно,  $A = -1$ . Изменение скорости свободной границы  $\Delta v$  после прохождения второй ударной волны определяется в соответствии с указанным выше правилом удвоения скоростей  $\Delta v = 2\Delta u$ . Остальные входящие в (3) величины определяются по функции  $\Delta y(t)$  — разности между максимальным и минимальным значениями  $y$ -координаты границы. Разностная производная функции  $\Delta y(t)$  имеет небольшие колебания, которые устранялись осреднением по периоду колебаний. Результат осреднения обозначим через  $\Delta \dot{y}(t)$ .

Для определения момента  $t_2$  времени прихода второй ударной волны функция  $\Delta y(t)$  сравнивается с аналогичной функцией для расчета без второй ударной волны. Момент времени, с которого эти функции начинают различаться, полагается равным  $t_2$ . В результате определяются скорость роста амплитуды до выхода второй волны  $\dot{a}_1 = \Delta \dot{y}(t_2)$  и амплитуда  $a_m = \Delta y(t_2)$ , которая в свою очередь определяет параметр  $\beta_m$  в (3). Далее для скорости роста амплитуды после выхода второй волны полагаем  $|\dot{a}_2| = |\Delta \dot{y}(t'_2)|$  при некотором  $t'_2 > t_2$ . Выбор  $t'_2$  и знака  $\dot{a}_2$  зависит от вида функции  $\Delta y(t)$  в конкретном расчете. Если  $\Delta \dot{y}(t)$  меняет знак при некотором  $t'_2 > t_2$ , то  $\dot{a}_2$  полагается отрицательным, а в качестве  $|\dot{a}_2|$  выбирается максимальное значение  $|\Delta \dot{y}(t)|$  при  $t > t'_2$ . Если  $\Delta \dot{y}(t)$  не меняет знак при  $t > t_2$ , то  $\dot{a}_2$  полагается положительным, а в качестве  $t'_2$  выбирается либо точка перегиба функции  $\Delta y(t)$ , либо максимальное время расчета.

Таким образом, по результатам расчета независимо друг от друга определяются параметр  $\beta_m$  и изменение скорости роста амплитуды  $\Delta \dot{a} = \dot{a}_1 - \dot{a}_2$ , вместо которого удобно ввести параметр  $\beta^*$ :

$$\Delta \dot{a} = -\beta^* A \Delta v. \quad (5)$$

Нетрудно видеть, что (5) совпадает с (3), если  $\beta^* = \beta_m$ .

Сначала рассмотрим результаты, относящиеся к случаю малых значений  $\beta_m$ , когда справедливо уравнение (3). Для фиксированных параметров ударных волн  $u_1 = 3$  км/с,  $\Delta u = 0,5$  км/с,  $\tau = 0,27$  мкс и амплитуды начального возмущения  $\varepsilon = 0,004$  мм выбираются три значения длины волны  $\lambda = 0,2; 0,4; 1,0$  мм. Результаты расчетов представлены в табл. 1 ( $\dot{a}_1^{RBM}$  — скорость роста амплитуды возмущения, полученная по модели [3]). Параметр  $\beta_m$  обратно пропорционален  $\lambda^2$  и быстро уменьшается с ростом  $\lambda$ . Видно, что чем меньше параметр  $\beta_m$ , тем меньше он отличается от  $\beta^*$ . Таким образом, расчеты соответствуют (3) в области применимости этого уравнения.

Сразу после прохождения первой ударной волны начальная амплитуда возмущения несколько уменьшается. Эту уменьшенную амплитуду  $a'_0$  можно приближенно определить,

Таблица 1

$\lambda$	$\beta_m$	$\dot{a}_1$	$-\dot{a}_2$	$\beta^*$	$\dot{a}_1^{RBM}$
0,2	1,8	0,54	0,8	1,34	0,51
0,4	0,46	0,29	0,14	0,43	0,26
1,0	0,075	0,11	-0,035	0,075	0,11

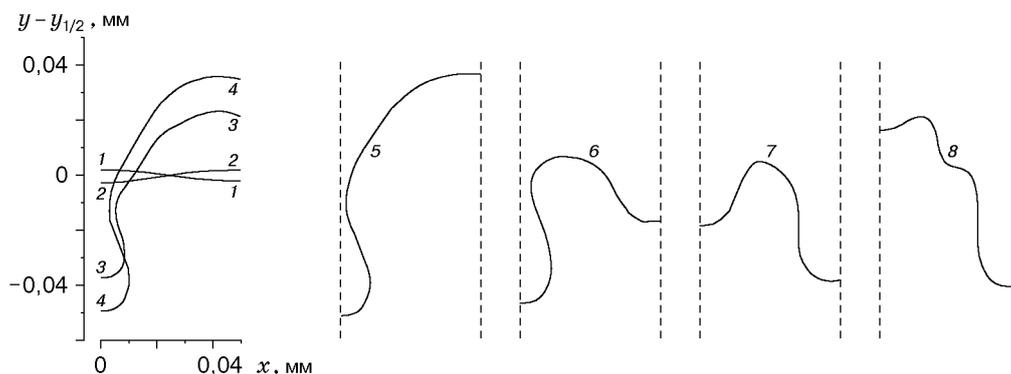


Рис. 2

анализируя результаты расчета. В табл. 1 (стлб. 6) приведены значения производной  $\dot{a}_1$  после прохождения первой ударной волны, вычисленные по формуле (2), где вместо начальной амплитуды  $a_0$  используется величина  $(a_0 + a'_0)/2$ . Такая модель предложена в [3] для случая  $A < 0$  на основании анализа результатов расчета по уравнениям гидродинамики, моделирующим эксперименты с газами в ударных трубах. В [8] отмечается удовлетворительное согласие этой модели с экспериментом, в котором обе среды до прихода ударной волны находились в твердом состоянии. Как следует из табл. 1, полученные значения  $\dot{a}_1$  отличаются от модели [3] не более чем на 10 %.

Проанализируем основные результаты, полученные для больших значений  $\beta_m$ . На рис. 2 представлена форма свободной границы для некоторых последовательных моментов времени  $t = 0; 0,54; 0,61; 0,65; 0,67; 0,75; 0,81; 0,85$  мкс (кривые 1–8). Параметры ударных волн  $u_1$ ,  $\Delta u$  и  $\tau$  имеют те же значения, что и в предыдущих расчетах. Параметры начального возмущения  $\varepsilon = 0,004$  мм,  $\lambda = 0,1$  мм. По оси ординат отложено отклонение  $y$ -координаты границы от некоторого среднего значения  $y_{1/2}$ , которое для каждого положения границы определяется как  $y$ -координата точки, расположенной на середине границы. Начальная форма границы (кривая 1) имеет максимум  $y$ -координаты при  $x = 0$  и минимум при  $x = \lambda/2$ . Последующие кривые отвечают моментам времени после прихода первой ударной волны. Видно, что фаза возмущения сменилась: теперь  $y$ -координата имеет минимум при  $x = 0$  и максимум при  $x = \lambda/2$ .

Кривыми 2–4 (рис. 2) показан процесс образования капли алюминия вблизи  $x = 0$ . В отсутствие второй ударной волны эта капля должна была бы отделиться от основной массы алюминия. Образование первой капли можно считать началом процесса образования пелены из множества капель, аналогичного стадии турбулентного перемешивания на границе раздела двух сред.

В данном случае параметры задачи подобраны так, что к моменту прихода второй ударной волны еще существует небольшая перемычка, отделяющая каплю от основной массы алюминия. Кривыми 5–8 (рис. 2) показана эволюция свободной границы после прохождения второй ударной волны. Уже почти оторвавшаяся капля (см. кривую 5) постепенно поглощается основной массой алюминия. Одновременно формируется и начинает расти «язык» алюминия вблизи противоположной границы  $x = \lambda/2$ . Качественно этот процесс не отличается от процесса смены фазы, вызываемого приходом первой ударной волны.

На рис. 3 представлена зависимость амплитуды колебания границы  $\Delta y = y_{\max} - y_{\min}$  от времени. После прихода первой ударной волны при  $t \approx 0,53$  мкс происходит смена фазы начального возмущения, при которой амплитуда уменьшается почти до нуля (кривая 1;  $\lambda = 0,1$  мм,  $\Delta u = 0,5$  км/с). До прихода второй ударной волны при  $t \approx 0,65$  мкс амплитуда растет, а затем вновь происходит смена фазы, и амплитуда уменьшается. Точки излома

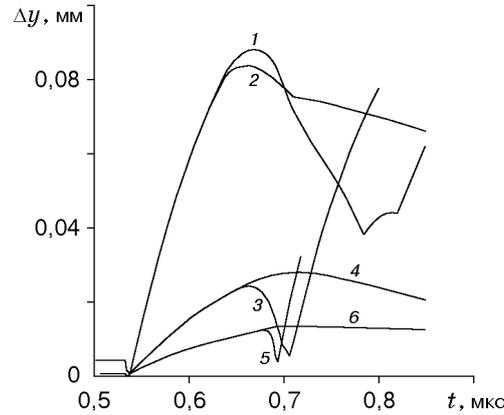


Рис. 3

кривой 1 на рис. 3 отвечают моментам времени, когда точка на границе с экстремальным значением  $y$  мгновенно меняет свое положение. Увеличение амплитуды в конце расчета связано с увеличивающимся «языком» алюминия вблизи границы  $x = \lambda/2$ .

При увеличении  $\tau$  увеличивается время прихода второй ударной волны. Начиная с некоторого  $\tau_0$  капля алюминия будет полностью отрываться от основной массы, нарушив односвязность области течения. Как сказано выше, для выполнения такого расчета в рамках используемого численного метода требуется трудоемкая процедура изменения структуры сетки. Такие расчеты не проводились. Однако следует учитывать, что качественных изменений зависимости амплитуды от времени при небольшом увеличении  $\tau$  не произойдет. Дополнительное ускорение основной массы алюминия, вызванное приходом второй ударной волны, приведет к быстрому присоединению оторвавшейся капли к основной массе.

Результаты основной серии расчетов при больших значениях  $\beta_m$  приведены в табл. 2. В отличие от табл. 1 в табл. 2 представлены результаты расчетов с более коротковолновыми возмущениями  $\lambda = 0,10; 0,05; 0,02$  мм при  $u_1 = 3$  км/с,  $\Delta u = 0,5$  км/с. Начальная амплитуда  $\varepsilon$  для каждого  $\lambda$  выбиралась так, чтобы в случае прохождения только первой ударной волны относительная амплитуда  $\beta = 2\pi\Delta y/\lambda$  достигала достаточно больших значений примерно в один и тот же для всех случаев момент времени. Для возмущений с  $\lambda = 0,10; 0,05$  мм выполнялись расчеты с разными значениями времени задержки второй ударной волны  $\tau$ . При увеличении  $\tau$  увеличивается относительная амплитуда в момент прихода второй волны  $\beta_m$ .

Таблица 2

$\lambda$	$\varepsilon$	$\tau$	$\beta_m$	$\dot{a}_1$	$-\dot{a}_2$	$\beta^*$
0,1	$4 \cdot 10^{-3}$	0,19	1,0	1,0	0	1,0
0,1	$4 \cdot 10^{-3}$	0,20	2,0	1,0	0,5	1,5
0,1	$4 \cdot 10^{-3}$	0,22	3,5	0,76	0,62	1,38
0,1	$4 \cdot 10^{-3}$	0,27	5,5	0,65	0,60	1,25
0,05	$5 \cdot 10^{-4}$	0,19	0,57	0,25	0,28	0,53
0,05	$5 \cdot 10^{-4}$	0,20	0,94	0,25	0,55	0,80
0,05	$5 \cdot 10^{-4}$	0,22	1,7	0,22	0,92	1,14
0,05	$5 \cdot 10^{-4}$	0,27	3,0	0,145	1,05	1,2
0,05	$5 \cdot 10^{-4}$	0,32	4,0	0,1	0,97	1,07
0,02	$8 \cdot 10^{-5}$	0,27	3,9	0,07	1,35	1,4

При увеличении  $\beta_m$  параметр  $\beta^*$  в формуле (5) вначале увеличивается, а затем уменьшается. Это означает, что на нелинейной стадии развития неустойчивости к моменту прихода второй ударной волны изменение скорости роста амплитуды  $\Delta\dot{a}$  перестает существенно зависеть от относительной амплитуды  $\beta_m$ . Сравнение значений  $\beta^*$ , полученных при разных значениях  $\lambda$ , позволяет сделать еще один важный вывод: на нелинейной стадии развития неустойчивости величина  $\Delta\dot{a}$  слабо зависит от длины волны возмущения. Таким образом, выбрав некоторое среднее значение  $\beta^*$  в формуле (5), можно выбирать изменение скорости границы после прохождения второй ударной волны  $\Delta v$ , если известна только скорость роста амплитуды  $\dot{a}_1$ . В частности, в (5) можно положить  $\dot{a}_2 = 0$ , вызывая режим замораживания. В граничном условии согласно правилу удвоения скоростей параметр второй ударной волны  $\Delta u = \Delta v/2$ . Для сильных ударных волн  $\Delta u$  можно определить, проведя серию одномерных расчетов. Для подтверждения этого подхода проведены следующие контрольные расчеты. Значения параметра  $\beta^*$  для длин волн  $\lambda = 0,10; 0,05; 0,02$  мм и максимальных значений  $\tau$  в табл. 2 равны соответственно 1,25; 1,07; 1,40. Во всех контрольных расчетах использовано среднее значение  $\beta^* = 1,25$ . Далее, для значений длины волны из табл. 2 берутся значения  $\dot{a}_1$ , и из формулы (5) определяются значения

$$\Delta v = -\frac{\dot{a}_1}{A\beta^*}, \quad \Delta u = \frac{\Delta v}{2}. \quad (6)$$

На рис. 3 представлены зависимости амплитуды возмущения от времени при  $\Delta u = 0,5$  км/с (кривые 1, 3, 5) и  $\Delta u$ , полученном по формулам (6) (кривые 2, 4, 6), для  $\lambda = 0,10; 0,05; 0,02$  мм (кривые 1, 2; 3, 4; 5, 6 соответственно). При  $\lambda = 0,1$  мм параметр  $\tau$  был несколько уменьшен, чтобы избежать отрыва капли. Видно, что для трех рассмотренных значений  $\lambda$  нужный эффект достигнут.

Приведем результаты расчета для случая, когда начальное возмущение не является синусоидальным с некоторой длиной волны. Задача вновь решается на интервале  $0 \leq x \leq \lambda/2$  с условиями симметрии на границах интервала, а начальное возмущение берется в виде ломаной из трех звеньев

$$y(x) = \frac{\varepsilon}{2} \begin{cases} 1 - 2x/(0,2\lambda), & 0 \leq x \leq 0,2\lambda, \\ -1 + 2(x - 0,2\lambda)/(0,1\lambda), & 0,2\lambda \leq x \leq 0,3\lambda, \\ 1 - 2(x - 0,3\lambda)/(0,2\lambda), & 0,3\lambda \leq x \leq 0,5\lambda, \end{cases}$$

где центральное звено в два раза меньше двух крайних. На рис. 4 показана эволюция развития такого возмущения при  $\lambda = 0,2$  мм и  $\varepsilon = 0,002$  мм после выхода на свободную поверхность ударной волны с  $u_1 = 3$  км/с для  $t = 0; 0,55; 0,60; 0,66$  мкс (кривые 1–4). Видно, что происходит смена фазы, граница быстро приобретает сложную форму с образованием капли в окрестности точки одного из экстремумов начального возмущения  $x = 0,3\lambda = 0,06$  мм.

Для определения параметров второй ударной волны используется описанный выше способ. По результатам расчета находится  $\dot{a}_1$  в некоторый момент времени. По формулам (6), где  $\beta^* = 1,25$ , вычисляется параметр  $\Delta u$ . Далее проводится серия одномерных расчетов, позволяющих определить задержку второй ударной волны  $\tau$ , которая обеспечивает ее выход на границу в нужный момент времени. На рис. 5 показан результат этого расчета (кривая 2), а также результат расчета без второй ударной волны (кривая 1). Видно, что эффект замораживания достигнут.

**Заключение.** Применительно к ударным волнам в алюминии при давлении за фронтом ударной волны около 75 ГПа получен следующий результат. Если к моменту выхода второй ударной волны на свободную границу развитие возмущений находится

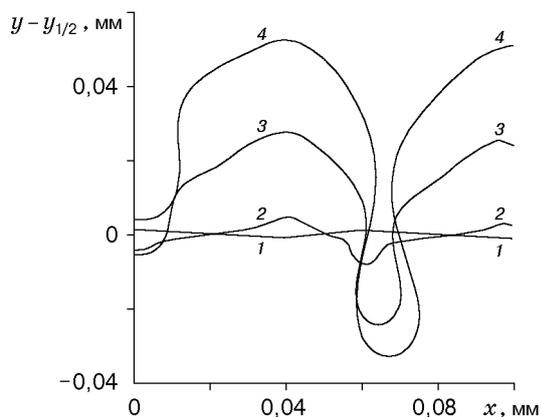


Рис. 4

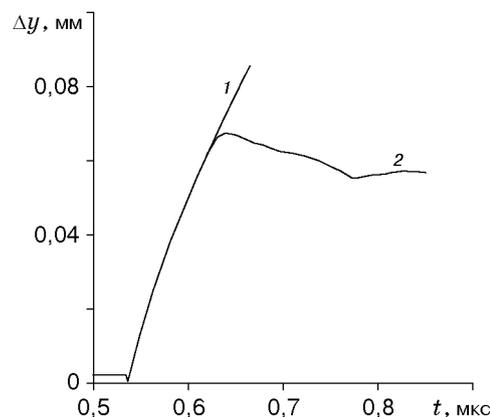


Рис. 5

на нелинейной стадии, то в отличие от линейной стадии изменение скорости роста амплитуды слабо зависит от длины волны начального возмущения. Это дает возможность определять параметры второй ударной волны, обеспечивающие эффект замораживания неустойчивости, по значению скорости роста амплитуды возмущения, взятой, например, из эксперимента.

Предлагаемый способ определения параметров второй ударной волны основан на формуле (5), в которой сохранена структура формулы Рихтмайера. Таким образом, указанный способ, вероятно, можно использовать и для других параметров ударной волны и других сред включая течение с границей раздела двух сред. Возможно, предложенное значение параметра  $\beta^* = 1,25$  не будет нуждаться в существенной коррекции.

Остается открытым важный вопрос о выборе параметров второй ударной волны, если к моменту ее выхода на границу развитие возмущений находится на стадии турбулентного перемешивания. Например, в экспериментах по исследованию неустойчивости Рэля — Тейлора [16, 17] ускорение вначале направлено из легкого вещества в тяжелое, что приводит к быстрой турбулизации границы раздела. Затем ускорение меняет направление. В результате наблюдается явление сепарации, т. е. ширина области турбулентного перемешивания уменьшается. Представляет интерес выполнение соответствующих экспериментов с ударными волнами. Не исключено, что и на стадии турбулентного перемешивания воздействие второй ударной волны приближенно описывается формулой (5) при выборе соответствующего значения параметра  $\beta^*$ .

Автор выражает благодарность И. В. Ломоносову и К. В. Хищенко за предоставленные таблицы уравнений состояния алюминия.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Richtmyer R. D.** Taylor instability in shock acceleration of compressible fluids // *Comm. Pure Appl. Math.* 1960. V. 13, N 2. P. 297–319.
2. **Мешков Е. Е.** Неустойчивость границы раздела двух газов, ускоряемой ударной волной // *Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа.* 1969. № 5. С. 151–157.
3. **Meyer K. A., Blewett P. J.** Numerical investigation of the stability of a shock-accelerated interface between two fluids // *Phys. Fluids.* 1972. V. 15, N 5. P. 753–759.
4. **Анучина Н. Н., Бахрах С. М., Забродин А. В. и др.** Исследования по гидродинамической неустойчивости границы раздела двух сред // *Исследование гидродинамической устойчивости с помощью ЭВМ.* М.: Ин-т прикл. математики АН СССР, 1981. С. 108–162.

5. **Алешин А. Н., Лазарева В. Е., Зайцев С. Г. и др.** Исследование линейной, нелинейной и переходной стадий развития неустойчивости Рихтмайера — Мешкова // Докл. АН СССР. 1990. Т. 310, № 5. С. 1105–1108.
6. **Неуважаев В. Е.** Развитие турбулентного перемешивания, вызванное неустойчивостью Рихтмайера — Мешкова // Мат. моделирование. 1991. Т. 3, № 7. С. 10–28.
7. **Лебо И. Г., Никишин В. В., Розанов В. Б., Тишкин В. Ф.** О влиянии условий на границах на развитие неустойчивости на контактной поверхности при прохождении ударной волны // Крат. сообщ. по физике. 1997. № 1/2. С. 48–57.
8. **Dimonte G., Frerking C. E., Schneider M., Remington B.** Richtmyer — Meshkov instability with strong radiatively driven shocks // Phys. Plasmas. 1996. V. 3, N 2. P. 614–630.
9. **Mikaelian K. O.** Richtmyer — Meshkov instabilities in stratified fluids // Phys. Rev. A. 1985. V. 31, N 1. P. 410–419.
10. **Чарахчян А. А.** Об устойчивости кумулятивных струй, возникающих при импульсном воздействии на конические мишени // ПМТФ. 1997. Т. 38, № 3. С. 10–13.
11. **Мешков В. Е.** Некоторые результаты экспериментальных исследований гравитационной неустойчивости границ раздела сред разной плотности // Исследование гидродинамической устойчивости с помощью ЭВМ. М.: Ин-т прикл. математики АН СССР, 1981. С. 162–190.
12. **Бушман А. В., Канель Г. И., Ни А. Л., Фортов В. Е.** Теплофизика и динамика интенсивных импульсных воздействий. Черногоровка: Ин-т хим. физики АН СССР, 1988.
13. **Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П.** Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966.
14. **Иваненко С. А., Чарахчян А. А.** Криволинейные сетки из выпуклых четырехугольников // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1988. Т. 28, № 4. С. 503–514.
15. **Чарахчян А. А.** Эллиптический сеточный генератор на базе квазиодномерных сеток // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1999. Т. 39, № 5. С. 832–837.
16. **Youngs D. L.** Modeling turbulent mixing by Rayleigh — Taylor instabilities // Physica D. 1989. V. 37, N 1/3. P. 270–287.
17. **Кучеренко Ю. А., Неуважаев В. Е., Пылаев А. П.** Поведение области гравитационного перемешивания в условиях, приводящих к сепарации // Докл. РАН. 1994. Т. 334, № 4. С. 445–448.

*Поступила в редакцию 30/IX 1998 г.*

---