

## ЛИТЕРАТУРА

1. G. Birkhoff. Note Taulor instability. — «Quart. Appl. Math.», 1954, vol. 12, p. 306.
2. G. Birkhoff. Stability of spherical bubbles. — «Quart. Appl. Math.», 1956, vol. 13, p. 451.
3. J. H. Hunt. Instability in a spherical fluid sheel. — «Scient. Rec.», 1961, SA 10, N 1, p. 59—77.
4. Кузнецов В. М., Шер Е. Н. Об устойчивости течения идеальной несжимаемой жидкости в полосе и кольце. — ПМТФ, 1964, № 2.
5. Овсянников Л. В. Общие уравнения и примеры. — В кн.: Задача о неустановившемся движении жидкости со свободной границей. Новосибирск, «Наука», 1967.
6. Пухначев В. В. Малые возмущения плоского неустановившегося движения идеальной несжимаемой жидкости со свободной границей, имеющей форму эллипса. — ПМТФ, 1971, № 4.
7. Андреев В. К. Об устойчивости нестационарной круглой струи идеальной несжимаемой жидкости. — ПМТФ, 1972, № 4.
8. Андреев В. К. Об устойчивости неустановившегося движения идеальной несжимаемой жидкости со свободной границей, имеющей форму эллипсоида вращения. — В кн.: Динамика сплошной среды. Новосибирск, изд. Ин-та гидродинамики СССР, вып. 12, 1972.
9. Андреев В. К. Корректность задачи о малых возмущениях движения жидкости со свободной границей. — В кн.: Динамика сплошной среды. Новосибирск, изд. Ин-та гидродинамики, вып. 15, 1973.
10. Плонс Ж.—Л., Маджене Э. Неоднородные граничные задачи и их приложения. М., «Мир», 1971.
11. Ламб Г. Гидродинамика. М.—Л., Гостехиздат, 1947.

УДК 534.222.2+532.528

**ДИНАМИКА ЗОНЫ КАВИТАЦИИ  
ПРИ ПОДВОДНОМ ВЗРЫВЕ  
ВБЛИЗИ СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ**

*В. К. Кедринский*

(Новосибирск)

В рамках модели двухфазной среды, представляющей из себя жидкость с равномерно распределенными в ней кавитационными зародышами свободного газа, для осесимметричной постановки рассмотрена задача о развитии зоны кавитации и профиле волны разрежения в области регулярного отражения сферической ударной волны подводного взрыва от свободной поверхности.

Дан пример расчета профиля волны разрежения и зоны видимой кавитации в различные моменты времени для случая взрыва однограммового заряда на глубинах 3 и 5,3 см для исходных объемной концентрации газа  $10^{-11}$  и радиуса кавитационного зародыша  $5 \cdot 10^{-5}$  см. Результаты расчета сравниваются с экспериментом.

**Введение.** Вопрос о возникновении кавитации и особенностях структуры волновой картины вблизи свободной поверхности жидкости при отражении от нее ударной волны подводного взрыва рассматривался в работах [1—6].

Экспериментально исследованы параметры ударной волны и проведен анализ развития зоны кавитации при взрыве зарядов весом 1 г и 100 кг на глубинах 1—8 относительно радиусов зарядов [1]. В акустическом приближении на ЭВМ проведен расчет зон отрицательных давлений

вблизи свободной поверхности при подводном взрыве зарядов в 50, 100 и 5000 г на глубинах 1—12 м [4]. Определена зона нелинейного взаимодействия ударной волны подводного взрыва со свободной поверхностью [2,3]. Снизу зона ограничена траекторией «тройной» точки, в которой сходятся фронт ослабленной ударной волны, невозмущенный фронт падающей волны и волны разрежения. «Плавное» снижение давления за фронтом возмущенной волны, характерное для нелинейной зоны, дает основание предположить, что в этой зоне видимых кавитационных разрывов не возникает. Следовательно, развитие кавитации может наблюдаться лишь в области регулярного отражения, для которой справедливо акустическое приближение [2,6], использующее принцип наложения поля давления от взрыва мнимого заряда. Однако в рамках однофазной жидкости использование этого принципа приводит к завышению (иногда на несколько порядков) абсолютных величин отрицательных давлений по сравнению с их реальными значениями [6]. В связи с этим в некоторых работах [5,6] используются результаты исследования прочностных характеристик жидкости [7], предполагая, что жидкости не выдерживают больших растягивающих усилий, предельная величина которых должна иметь порядок давления насыщенного пара, т. е. быть близкой к нулю.

Известно [8], что реальные жидкости, в том числе и дистиллированная вода, содержат свободный газ, объемная концентрация которого и размер кавитационных зародышей определяются состоянием жидкости. В связи с этим вполне естественно в моделях развития кавитационной зоны учитывать уже имеющиеся пузырьки газа и определять их влияние на последующий процесс, не обращаясь к задаче об образовании ядер кавитации. В этом смысле наиболее близки к рассматриваемой задаче работы [9,10], в которых исследуются условия начала роста одиночного сферического газового пузырька в вязкой несжимаемой жидкости под действием резкого падения давления. Согласно [10], кавитация характеризуется прежде всего неограниченным ростом пузырей (при постоянном отрицательном давлении), и в этом случае решающую роль играет количество газа в пузырьках, а не вязкость и термодинамическое состояние. Эта постановка представляет интерес и в комбинации с акустическим методом определения отрицательного давления может быть использована для некоторых оценок развития зоны кавитации.

Подход, аналогичный [9,10], не может описать реальный процесс, так как не учитывает взаимодействия газовых полостей при их расширении и влияния их динамики на величину растягивающих напряжений в зоне кавитации. В связи с этим основное внимание в данной работе будет уделено новой постановке: развитию кавитации вблизи свободной поверхности жидкости, содержащей пузырьки свободного газа, при наложении отрицательного давления. Подход к задаче во многом аналогичен [11].

**1. Оценка области кавитации по динамике одиночного газового пузырька.** Следуя [9, 10], рассмотрим задачу о поведении кавитационного зародыша в волне разрежения в случае мгновенного приложения отрицательного давления (жидкость идеальная, несжимаемая).

Введем безразмерные переменные и параметры

$$R = R_0 y; \quad t = R_0 \sqrt{\rho_0/p_0} \tau; \quad p = p_0 P; \quad W = \frac{2\sigma}{R_0 p_0},$$

где  $R_0$ ,  $p_0$  — начальные радиус пузырька и давление газа в нем;  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения;  $\rho_0$  — плотность жидкости. Уравнение пульсации пузырька имеет вид

$$(1.1) \quad y\ddot{y} + 3/2\dot{y}^2 = y^{-3\gamma} - \frac{W}{y} - P.$$

При  $\tau=0$ ,  $y=1$ ,  $\dot{y}=0$ ,

$$P = \begin{cases} -\pi^0 & 0 \leq \tau \leq \sqrt{p_0/\rho_0} T/R_0, \\ p_\infty/p_0 & \tau > \sqrt{p_0/\rho_0} T/R_0, \end{cases}$$

где  $p_\infty$  — невозмущенное давление на бесконечности. Величина  $p_0$  определяется из условия равновесия пузырька при  $\tau < 0$  ( $p = p_\infty$ )

$$p_0 = p_\infty + 2\sigma/R_0.$$

Уравнение (1.1) можно представить в виде

$$(1.2) \quad \frac{d}{dy} y^3 \dot{y}^2 = 2y^{2-3\gamma} - 2yW - 2y^2P.$$

Первый интеграл уравнения (1.2) при  $P = -\pi^0 = \text{const}$  имеет вид

$$\dot{y}^2 = \frac{2}{3} y^{-3} \left[ (y^{3-3\gamma} - 1) - \frac{3}{2} W (y^2 - 1) + \pi^0 (y^3 - 1) \right].$$

Можно заметить, что при  $\pi^0 \gg \dot{y}$  быстро достигает асимптотического значения  $\left(\frac{2}{3} \pi^0\right)^{1/2}$ . При этом текущее значение радиуса кавитационного зародыша с достаточной степенью точности определится выражением

$$(1.3) \quad y \simeq \left(\frac{2}{3} \pi^0\right)^{1/2} \tau.$$

Если при  $t=T$  давление вновь становится равным атмосферному ( $p_\infty$ ), то следующая стадия расширения пузырька до его максимального размера определится инерционным движением при  $t \gg T$

$$\frac{d}{dy} (y^3 \dot{y}^2) \simeq -2y^2 p_\infty/p_0$$

с начальными значениями

$$\dot{y}_1 = \left(\frac{2}{3} \pi^0\right)^{1/2}, \quad y_1 = \left(\frac{2}{3} \pi^0 p_0/\rho_0\right)^{1/2} T/R_0,$$

откуда максимальный радиус пузырька определится выражением

$$(1.4) \quad y_{\max} = y_1 \left(1 + \frac{3}{2} \dot{y}_1^2 p_0/p_\infty\right)^{1/3}$$

или

$$y_{\max} \simeq 0,815 (\pi^0 p_0)^{5/6} T R_0^{-1} \rho_0^{-1/2} p_\infty^{-1/3}.$$

Выражения (1.4) или (1.3) позволяют определить максимальный радиус расширившегося в волне разрежения кавитационного пузырька. И если он достигает видимого размера ( $10^{-2}$ — $10^{-1}$  см) [9], считаем, что кавитация возникла. При этом условие возникновения кавитации существенным образом зависит от правильности выбора  $\pi^0 p_0$  (максимального по абсолютной величине давления в волне разрежения) и  $T$ . Значение  $R_0$  можно брать из известных экспериментальных данных [8].

В рамках акустической модели оценим величину давления вблизи свободной поверхности в области регулярного отражения при неглубоких подводных взрывах ( $H \leq 10a_0$  — глубина погружения заряда радиуса  $a_0$ ). При использовании принципа суперпозиции величина отрицательного давления в конкретной точке рассматриваемой области будет определяться временем, которое прошло с момента прохождения этой точки фронтом ударной волны (ФУВ) до прихода волны разрежения, и характером спада давления за фронтом ударной волны. Следовательно, при неглубоких

взрывах для области  $r_1 \leq H$  время задержки должно учитывать скорость фронта ударной волны до момента ее отражения от свободной поверхности. Окончательно в безразмерном виде давление определится выражением

$$(1.5) \quad p = A(r_1) r_1^{-\alpha(r_1)} \begin{cases} e^{-\beta} & (\beta \leq 1) \\ 0,368\beta^{-1} & (\beta > 1) \end{cases} - A(r) r^{-\alpha(r)},$$

где

$$(1.6) \quad \beta = \frac{\int_{r_1}^H U^{-1} dx + D(r-H)/c_0}{5,88 \cdot 10^{-6} D m r_1^{0,22}}, \quad r_1 \leq H;$$

$$\beta = \frac{r - r_1}{5,88 \cdot 10^{-6} c_0 m r_1^{0,22}}, \quad r_1 > H;$$

$m = \left(\frac{4}{3} \pi \rho_{bb}\right)^{0,26}$ ;  $c_0$  — скорость звука в невозмущенной жидкости;  $D$  — скорость детонации ВВ;  $U$  — скорость фронта ударной волны относительно  $D$ , все линейные величины отнесены к  $a_0$ , индекс 1 присвоен координате точки в системе, связанной с реальным зарядом. В формуле (1.6) использованы выражения для

$$\theta_1^0(r) = 97,6 G^{1/3} (G^{1/3} r^{-1})^{-0,22},$$

$$G^{1/3} = 0,1 a_0^3 \sqrt{\frac{4}{3} \pi \rho_{bb}},$$

где  $\theta_1^0(r)$  — постоянная спада за фронтом ударной волны, мкс;  $G$  — вес заряда, кг;  $r$  — в м;  $\rho_{bb}$  — плотность ВВ, г/см<sup>3</sup>;  $a_0$  — в см. Константы  $A$  и  $\alpha$  определяются, например, из следующих данных [6, 12]:

$$r = 1 \div 1,13; 1,13 \div 2,31; 2,31 \div 4,0; 4,0 \div 12; > 12;$$

$$A, \text{ атм} = 1,82 \cdot 10^5; 1,325 \cdot 10^5; 9 \cdot 10^4; 3,7 \cdot 10^4; 1,47 \cdot 10^4;$$

$$\alpha = 5,4; 2,6; 2,13; 1,5; 1,13.$$

Согласно проведенным оценкам, для расширения кавитационного пузырька до видимых размеров за промежуток времени  $T$  необходимо, чтобы амплитуда отрицательной волны была не ниже определяемой по зависимости (1.3). Назовем эту величину давления критической  $\pi_*$  и оценим по ней верхнюю границу кавитационной зоны. Вблизи свободной поверхности имеем  $\pi_* \simeq -A(r) r^{-\alpha(r)} \beta$  и после несложных преобразований для координат границы получим выражение

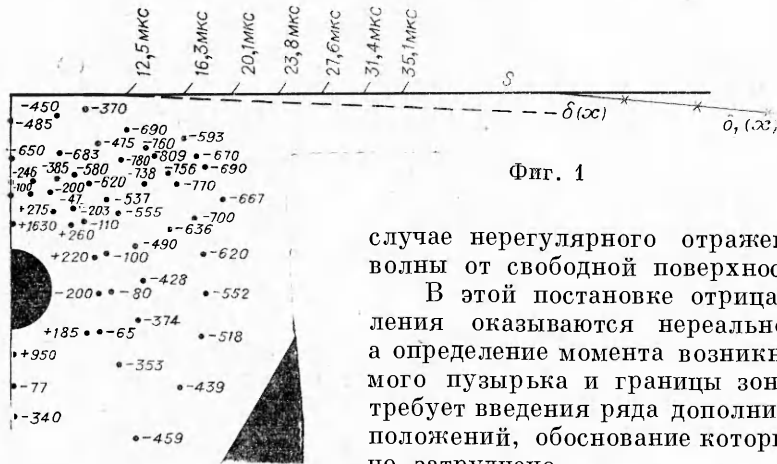
$$(1.7) \quad y \simeq \frac{1,78 \pi_* (x^2 + H^2)^{0,61 + \alpha/2}}{m c_0 H A},$$

где все линейные величины выражены относительно  $a_0$ ,  $A = A(\sqrt{x^2 + H^2})$ . Для случая  $a_0 = 0,53$  см,  $\rho_{bb} = 1,6$  г/см<sup>3</sup>,  $H = 3$  см,  $R_0 = 10^{-6}$  см критическое давление  $\pi_* = 100$ , а  $x$  и  $y$  имеют следующие значения:

$$y_{\text{мм}} = 0,3; 0,5; 0,8; 1,3; 1,9; 2,6; 3,5;$$

$$x_{\text{мм}} = 16,9; 28,2; 39,5; 50,8; 62; 73,3; 84,6.$$

На фиг. 1 представлена рассчитанная по (1.5) область давлений вокруг взрывной полости при указанных выше условиях и отмечено положение фронта волны разрежения (ФВР) в различные моменты времени;  $\delta(x)$  (штрих) — верхняя граница зоны кавитации по (1.7);  $\delta_1(x)$  (крестики) — верхняя граница зоны кавитации, полученная в результате аппроксимации известных решений для траектории «тройной» точки в



Фиг. 1

случае нерегулярного отражения ударной волны от свободной поверхности  $S$ .

В этой постановке отрицательные давления оказываются нереально большими, а определение момента возникновения видимого пузырька и границы зоны кавитации требует введения ряда дополнительных предположений, обоснование которых значительно затруднено.

**2. Двухфазная модель развития зоны кавитации.** Рассмотрим задачу об образовании зоны кавитации в рамках модели двухфазной среды, представляющей из себя жидкость, содержащую кавитационные зародыши, сохранив тот же принцип наложения поля давления от мнимого заряда. Однако, если для однофазной среды  $p(t)$  известно [6, 12], то в случае двухфазной среды давление будет зависеть от объемной концентрации  $k(t)$  свободного газа в жидкости и связь  $p(k(t))$  предстоит найти. Движение двухфазной среды описывается системой уравнений гидродинамики, особенностью которой является сложная форма записи уравнения состояния среды, включающая нелинейное уравнение 2-го порядка для пульсирующего кавитационного пузырька [11, 13–15].

Запишем систему в линеаризованном виде

$$(2.1) \quad \rho_t + u_x + v_y = 0, \quad u_t + p_x/3 = 0, \quad v_t + p_y/3 = 0, \\ \rho = (1 + k_0 k)^{-1}, \quad k_{tt} = -k^{1/3}(p - k^{-\nu}),$$

где  $\rho$ ,  $u$ ,  $v$ ,  $p$  — осредненные плотность, компоненты скорости и давление в среде;  $R_0$  — начальный радиус кавитационного пузырька;  $k$  — объемная концентрация газа в среде;  $u = \sqrt{\rho_0/3p_0} u'$ ;

$$v = \sqrt{\rho_0/3p_0} v'; \quad t = \sqrt{3p_0/\rho_0 R_0^5} t'; \quad x = x'/R_0; \\ y = y'/R_0; \quad k = k'/k_0; \quad p = p'/p_0; \quad \rho = \rho'/\rho_0; \\ k' = (R')^3.$$

Штрихи присвоены размерным величинам. При этом предполагаем:

1) характерный размер среднего движения  $L$ , среднее расстояние между пузырьками  $l$  и радиус пузырьков  $R$  удовлетворяют неравенствам  $L \gg l \gg R$ ;

2) несферичностью пузырьков, массой газа в них и их движением относительно жидкости можно пренебречь;

3) пузырьки одного размера и размещены в жидкости равномерно;

4) жидкая компонента среды несжимаема.

Из (2.1) можно получить

$$(2.2) \quad p_{xx} + p_{yy} + 3k_0 k_{tt} = 0; \\ k_{tt} = -k^{1/3}(p - k^{-\nu}).$$

Введем новые переменные  $x_0 = \sqrt{3k_0 k^{1/3}} x$ ,  $y_0 = \sqrt{3k_0 k^{1/3}} y$  и новую иско- мую функцию  $\zeta = p - k^{-\nu}$ . С учетом дополнительных предположений о малости членов типа  $\gamma k^{-\nu-1} k_{xxx}$  и  $x k_x / 6$  по сравнению соответственно с  $\zeta_{xx}$  и  $k$  из (2.2) имеем (2.3)  $\Delta \zeta = \zeta$ .

Оценка сверху погрешности, вносимой дополнительными предполо- жениями, может быть проведена на основании выражения (1.3) для оди- ночного пузырька.

В случае взрыва сферического заряда вблизи свободной поверхности задачу можно рассматривать в осесимметричной постановке, тогда в полярных координатах  $r_0, \theta$  (2.3) имеет вид

$$(2.4) \quad r_0^{-2} \frac{\partial}{\partial r_0} r_0^2 \frac{\partial \zeta}{\partial r_0} + r_0^{-2} \sin^{-1} \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial \zeta}{\partial \theta} = \zeta.$$

Решение ищется в виде  $\zeta = R^0 \Theta$ . Для  $R^0$  и  $\Theta$  из (2.4) получим следующие уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dr_0} \left( r_0^2 \frac{dR^0}{dr_0} \right) - [r_0^2 + \nu(\nu+1)] R^0 &= 0; \\ \sin^{-1} \theta \frac{d}{d\theta} \sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} + \nu(\nu+1) \Theta &= 0, \end{aligned}$$

где через  $\nu(\nu+1)$  обозначена константа разделения переменных. Решением этих уравнений являются сферические функции Лежандра

$$\Theta = A P_\nu(\cos \theta) + B Q_\nu(\cos \theta)$$

и модифицированные функции Бесселя

$$R^0 = r_0^{-1/2} (C I_{\nu+1/2}(r_0) + D K_{\nu+1/2}(r_0)).$$

В силу ограниченности решения в рассматриваемой области, опреде- ляемой интервалами изменения  $0 \leq \theta \leq \pi$  и  $r_0 > 0$ , коэффициенты  $B$  и  $C$  необходимо положить равными нулю ( $I(r_0) \rightarrow \infty$  при  $r_0 \rightarrow \infty$ ,  $Q(\cos \theta) \rightarrow \infty$  при  $\cos \theta \rightarrow 1$ ). Окончательно решение (2.4) при  $\nu = n$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) запишем в виде

$$(2.5) \quad \zeta = r^{-1/2} \sum_{n=0}^{\infty} A_n K_{n+1/2}(r) P_n(\cos \theta).$$

Здесь и в дальнейшем индекс нуль у  $r$  опущен.

С учетом вышесказанного задача о развитии кавитационной области формулируется следующим образом.

Пусть в безграничной жидкости, содержащей кавитационные зароды- ши радиуса  $R_0$  с объемной концентрацией газа  $k_0$ , имеются две полости радиуса  $a_0$  с продуктами детонации, расположенные в точках  $O$  и  $O_1$  на расстоянии  $h$  друг от друга. Обе полости могут расширяться по адиабатическому закону, начальное давление в них известно и равно  $p(0)$ , значе- ние  $a(t)$  и показатель адиабаты продуктов детонации  $\gamma_1$  также известны. Полагаем в точке  $O$   $p(0) = p_{\text{Im}} = p_\alpha^0 < 0$ , в точке  $O_1$   $p(0) = p_{\text{Re}} = p_{\alpha 1}^0 > 0$  и сдвигаем по фазе множителем  $\sigma_0 \left( t - \frac{r - r_1}{c_0} \right)$  время наложения поля давле- ния от взрыва мнимого заряда, моделируя таким образом задержку прихо- да волны разрежения в данную точку. В таком случае давление в любой точке среды определится суперпозицией решений типа (2.5)

$$\zeta = r^{-1/2} \sigma_0 \sum_{n=0}^{\infty} A_n K_{n+1/2}(r) P_n(\cos \theta) + r_1^{-1/2} \sum_{n=0}^{\infty} B_n K_{n+1/2}(r_1) P_n(\cos \theta_1),$$

где

$\sigma_0 = \begin{cases} 0 & t < (r - r_1)/c_0, \\ 1 & t \geq (r - r_1)/c_0; \end{cases}$   $r$  и  $r_1$  — координаты рассматриваемой точки в системах с центром в  $O$  и  $O_1$  соответственно;  $c_0$  — безразмерная скорость звука в невозмущенной жидкости; коэффициенты  $A_n$  и  $B_n$  найдутся из условий на границах полостей с продуктами детонации

$$\zeta = p_\alpha(t) < 0, r = \alpha a(t),$$

$$\zeta = p_{\alpha_1}(t) > 0, r_1 = \alpha a_1(t).$$

Здесь  $\alpha = \sqrt{3k_0 k^{1/3} a_0 / R_0}$  а  $p_\alpha$  и  $p_{\alpha_1}$  — известные в любой момент времени величины давлений. Опуская громоздкие выражения для коэффициентов  $A_n$  и  $B_n$  и полагая  $\alpha a_1 \ll h$ , получим окончательно, что

$$\zeta \simeq \frac{a}{r} p_\alpha \sigma_0 e^{-\alpha(r-a)} + \frac{a_1}{r_1} p_{\alpha_1} e^{-\alpha(r_1-a_1)}.$$

Здесь и далее все линейные величины выражены относительно  $a_0$ :  $r = r'/a_0$ ,  $r_1 = r'_1/a_0$ ,  $a = a'/a_0$ . Это выражение в первом приближении определяет искомую связь  $p(k)$ .

Таким образом, задача о развитии кавитации вблизи свободной поверхности сводится к решению системы уравнений относительно  $p$  и  $k$

$$(2.6) \quad (p - k^{-\gamma})/p_{\alpha_1}^0 = \frac{a_1^{-3\gamma_1+1}}{r_1} e^{-\sqrt{3k_0 k^{1/3} \frac{a_0}{R_0}} (r_1 - a_1)} - \\ - \frac{a^{-3\gamma_1+1} \sigma_0}{\sqrt{r_1^2 + h^2 - 2hr_1 \cos \theta_1}} e^{-\sqrt{3k_0 k^{1/3} \frac{a_0}{R_0}} \left( \sqrt{r_1^2 + h^2 - 2hr_1 \cos \theta_1} - a \right)}; \\ \frac{d^2 k}{dt^2} = -k^{1/3} (p - k^{-\gamma}) + \left( \frac{dk}{dt} \right)^2 / 6k,$$

при

$$t=0 \quad k=1, \quad \dot{k}=0, \quad a=1,$$

$a_1$  определяется эмпирическими зависимостями для малых зарядов ВВ

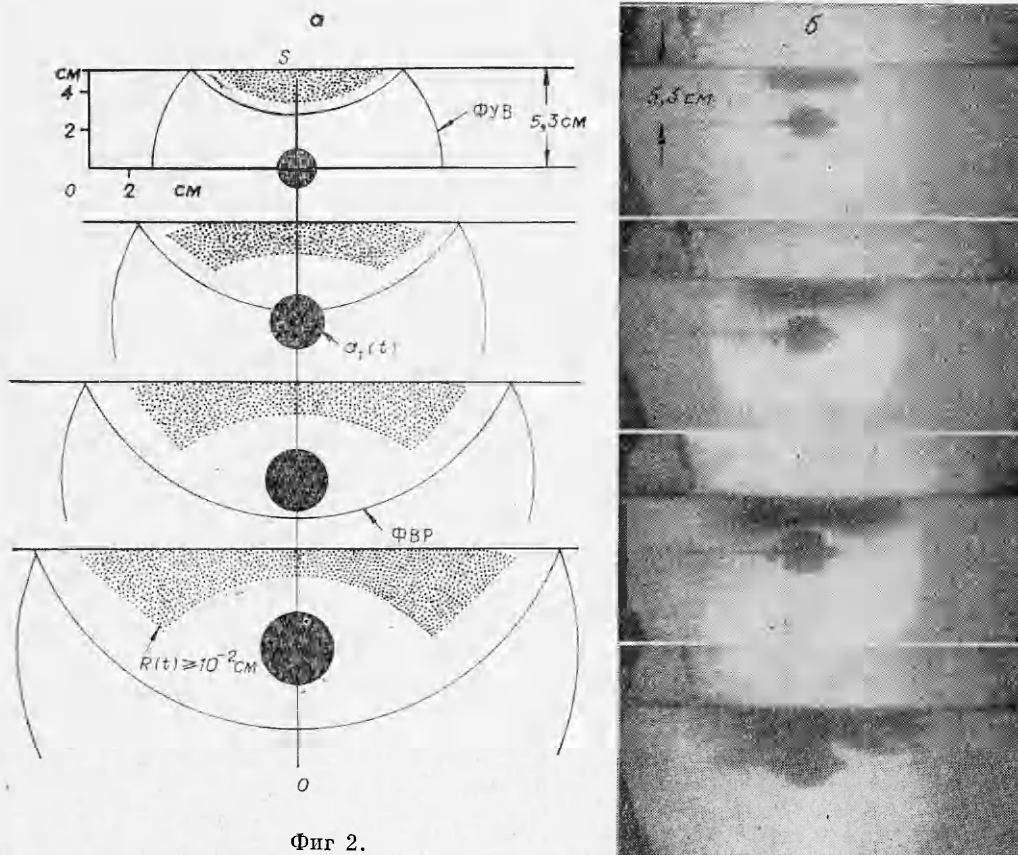
$$a_1 \simeq 1 + 0,022 \cdot 10^6 \tau / a_0, \quad \tau < 10^{-4} \text{ с},$$

$$a_1 \simeq 158,5 (\tau / a_0)^{0,4}, \quad \tau \geq 10^{-4} \text{ с},$$

где  $\tau = t + (r - r_1)/c_0$  (последнее выражение для  $a_1$  взято из [16]).

Как показал расчет, кавитационные зародыши достигают видимых размеров ( $10^{-2} - 10^{-1}$  см) за короткий промежуток времени, поэтому  $a(t)$  во многих случаях можно положить равным 1. Ранее отмечалось, что в [8] содержится обобщенная на основе многочисленных экспериментов информация о состоянии свободного газа в жидкостях, которая может быть использована для выбора надлежащих  $k_0$  и  $R_0$ . Например, для отстоявшейся воды  $k_0 = 10^{-12} - 10^{-10}$  и  $R_0 = 5 \cdot 10^{-5}$  см, для относительно свежей —  $k_0 = 10^{-9} - 10^{-8}$  и  $R_0 = 5 \cdot 10^{-3}$  см.

Для различных  $R_0$ ,  $k_0$ ,  $a_0$  и  $h$  проведены расчеты развития зоны кавитации. На фиг. 2, а представлены результаты расчета видимой зоны кавитации (затемненная область) для  $t = 16, 32, 48$  и  $64$  мкс при  $h'/2 = 5,3$  см,  $k_0 = 10^{-11}$ ,  $R_0 = 5 \cdot 10^{-5}$  см,  $a_0 = 0,53$  см (1 г ВВ),  $p(0) = 4 \cdot 10^4$  атм,  $\gamma_1 = 3$ . Размеры кавитационных зародышей в ней к указанным моментам времени достигли величины  $\geq 10^{-2}$  см. На фиг. 2, б для сравнения показаны кадры высокоскоростной фотографии развития зоны кавитации при взрыве однограммового заряда на глубине 5,3 см для тех же моментов времени, что и на фиг. 2, а. При решении системы (2.6) динамика пузырьков в силу чрез-

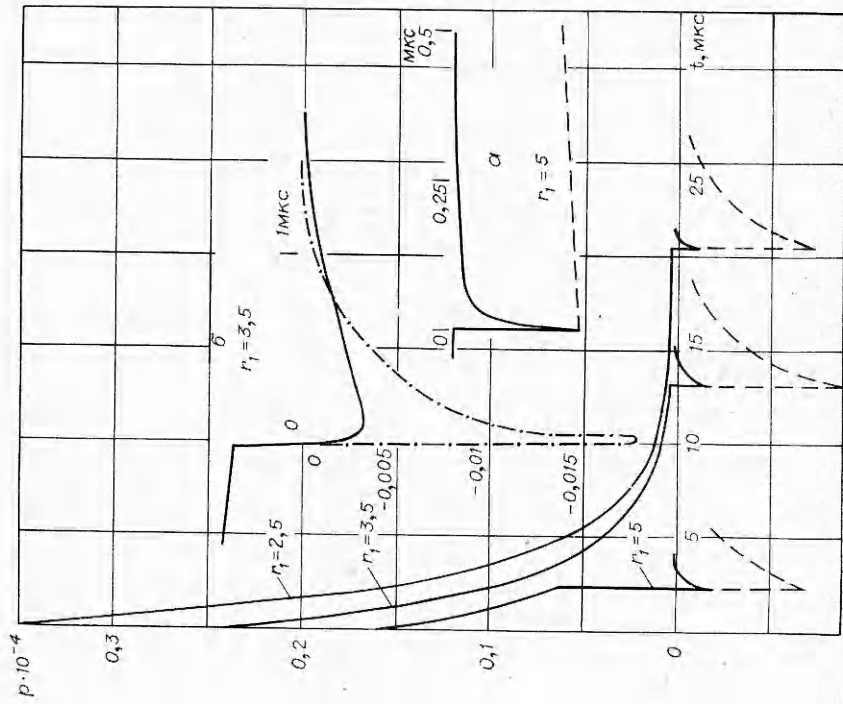


Фиг 2.

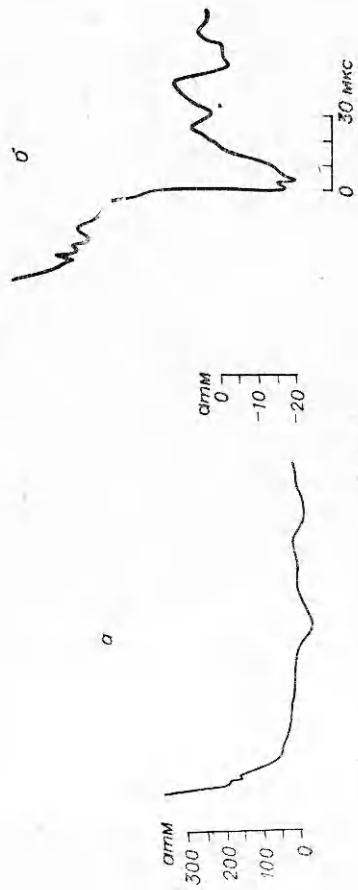
вычайной малости  $k_0$  и  $R_0$  учитывалась только в фазе отрицательного давления.

Система (2.6) также позволяет определить профиль волны разрежения в зоне кавитации. Как показал расчет,  $p(k(t))$  существенно зависит от времени нарастания фронта волны разрежения, которое регулируется множителем  $\sigma_0$  в первом уравнении (2.6). Значение  $\sigma_0$  может быть принято за единицу в момент  $t = 0$  (случай мгновенного приложения максимального отрицательного давления) или представлено в виде временной функции, определяющей закон нарастания давления во фронте волны разрежения — «завал» фронта. Последний определяется или экспериментально, или, например, численно на основании данных работ [2,6] по разнице времен прихода в рассматриваемую точку характеристик волны разрежения с нулевой и максимальной амплитудами. На фиг. 3 представлены рассчитанные по (2.6) при  $k_0 = 10^{-11}$ ,  $R_0 = 5 \cdot 10^{-5}$  см,  $h'/2 = 3$  см,  $p(0) = 4 \cdot 10$  атм профили  $p(t)$  для трех относительных расстояний от центра заряда на оси симметрии. Штрихом показаны профили волны разрежения в случае однофазной жидкости, сплошной линией — рассчитанные по двухфазной модели для времени нарастания фронта волны разрежения 0,1 мкс. В центре фиг. 3 для двух случаев показаны профили волны разрежения при различных «завалах» его фронта: фиг. 3, а —  $r_1 = 5$ , отрицательное давление приложено мгновенно, штрих — профиль в однофазной жидкости, сплошная линия — в двухфазной; видно, что в зоне кавитации большие отрицатель-

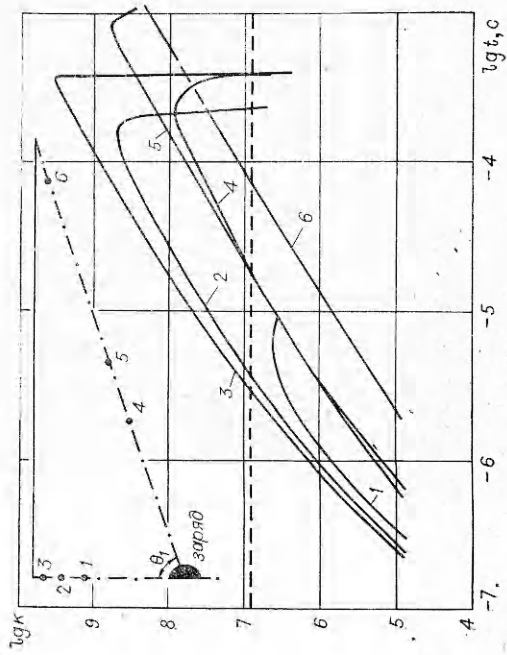




Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

ные давления сохраняются порядка 0,05—0,1 мкс (расчет совпадает с известными экспериментальными данными); фиг. 3, б —  $r_1=3,5$ ; «завал» фронта 0,1 мкс — штрихпунктир (соответствует сплошной линии на основном чертеже для того же  $r_1$ ), максимальная амплитуда уменьшилась более чем в 5 раз по сравнению с однофазной жидкостью; «завал» фронта 1 мкс — сплошная линия, здесь максимальная амплитуда уже в 30 раз меньше, чем в однофазной жидкости.

На фиг. 3, а отрицательное давление практически полностью снимается за время  $\sim 0,1$  мкс, а кавитационный пузырек при этом не достигает даже своего видимого размера; на фиг. 3, б давление исчезает, когда пузырек расширился примерно до половины своего максимального радиуса.

Для качественного сравнения на фиг. 4 представлены осциллограммы давления, снятые на расстоянии 14 см от однограммового заряда в «глубокой» воде (фиг. 4, а) и на расстоянии 4,5 см под свободной поверхностью над зарядом (фиг. 4, б). Амплитуда максимального давления в ударной волне (фиг. 4, а) около 380 атм, масштаб усиления для измерения давления в волне разрежения (фиг. 4, б) увеличен в 10 раз; экспериментальное значение максимальной амплитуды волны разрежения составляет 20 атм, а рассчитанное по схеме мнимого источника для однофазной жидкости — 217 атм.

На фиг. 5 показаны зависимости  $k(t)$  при  $a_0=0,53$  см,  $h'/2=5,3$  см,  $k_0=10^{-11}$ ,  $R_0=5 \cdot 10^{-5}$  см,  $p(0)=4 \cdot 10^4$  атм для точек 1—3 на оси симметрии и точек 4—6 на луче под углом  $\theta_1=70^\circ$  относительно оси: для всех построенных кривых момент  $t=0$  соответствует моменту прихода фронта волны разрежения в данную точку. На фиг. 5 для наглядности показаны положение заряда и точек 1—6 относительно свободной поверхности. Значение концентрации газа, соответствующее видимому размеру кавитационного пузырька, отмечено штриховой линией. Интервал времени между двумя моментами пересечения штриховой линии кривой  $k(t)$  определяет «время жизни» видимого пузырька в данной точке: примерно к 400 мкс видимая кавитация исчезает на оси и в в точке 4 на луче.

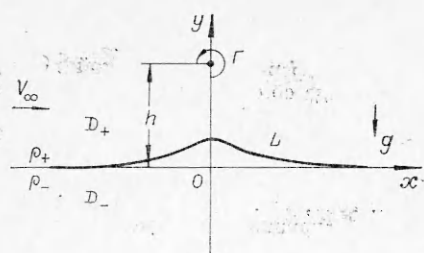
Заметим, что в фиксированный момент времени концентрация газа по сечению кавитационной зоны может меняться на порядок и более, что соответствует различной интенсивности затемнения зоны.

Приведенные результаты расчета дают основание считать, что предлагаемая двухфазная модель развития зоны кавитации удовлетворительно описывает процесс развития зоны и дает возможность построить профиль волны разрежения, близкий к реальному.

Поступила 28 IV 1975

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Христофоров Б. Д. Взаимодействие ударной волны в воде со свободной поверхностью.—ПМТФ, 1961, № 1.
2. Гриб А. А., Рябинин А. Г., Христианович С. А. Об отражении плоской ударной волны в воде от свободной поверхности.—ПММ, 1956, т. 20, вып. 4.
3. Заславский Б. И. О нелинейном взаимодействии сферической ударной волны, возникшей в результате взрыва заглубленного заряда со свободной поверхностью.—ПМТФ, 1964, № 4.
4. Dubesset M., Laverge M. Calcul de la cavitation due aux explosions sous-marines à faible profondeur.—«Acustica», 1968, vol. 20, N 5.
5. Wentzell R. A., Scott H. D., Chapman R. P. Cavitation due to shock pulses reflected from the sea surface.—«Acoust. Soc. of Amer.», 1969, vol. 46, N 3 (pt. 2).
6. Замышляев Б. В., Яковлев Ю. С. Динамические нагрузки при подводном взрыве. Л., «Судостроение», 1967.



Фиг.