

УДК 519.6

О СМЕНЕ РЕЖИМОВ ВЕТРОВЫХ ТЕЧЕНИЙ В СТРАТИФИЦИРОВАННЫХ ОЗЕРАХ

В. М. Белоліпецкий^{*,**}, П. В. Белоліпецкий^{*,***}

* Институт вычислительного моделирования СО РАН, 660036 Красноярск, Россия

** Сибирский федеральный университет, 660041 Красноярск, Россия

*** Институт биофизики СО РАН, 660036 Красноярск, Россия

E-mails: belolip@icm.krasn.ru, pbel@icm.krasn.ru

Исследованы ветровые течения в соленых меромиктических озерах, в которых в течение как минимум одного года толща воды не перемешивается до дна. При этом формируются верхний и глубинный слои, в которых градиенты плотности малы, между ними располагается слой воды с большим градиентом плотности. Показано, что в зависимости от плотностной стратификации и скорости ветра возможны ветровые течения (в вертикальной плоскости) двух типов: с одной или двумя циркуляционными зонами. Для двухслойной модели озера предложен критерий смены режимов ветровых течений.

Ключевые слова: стратифицированные озера, ветровые течения, критерий смены режимов течений.

DOI: 10.15372/PMTF20160102

Введение. Многие соленые озера являются меромиктическими, в которых в течение как минимум одного года толща воды не перемешивается до дна. В стратифицированном озере выделяются верхний и глубинный слои, в которых градиенты плотности малы, между ними располагается слой воды с большим градиентом плотности. В придонном слое накапливается сероводород и отсутствует кислород. В случае перемешивания верхнего и глубинного слоев может произойти экологическая катастрофа: токсичные газы могут убить все живое. Например, в сентябре 2012 г. в Калифорнии (США) в результате сильного ветра озеро Солтон-Си перемешалось, что привело к выходу сероводорода на поверхность и массовой гибели рыбы. В непроточном водоеме под действием ветра образуются ветровые течения. В зависимости от плотностной стратификации и скорости ветра возможны ветровые течения (в вертикальной плоскости) двух типов: с одной или двумя циркуляционными зонами. В рамках двумерной в вертикальной плоскости математической модели для случая двухслойной стратификации получен критерий, определяющий условие смены режима ветровых течений в озерах.

1. Численная модель ветровых течений. Для исследования ветровых течений в замкнутых водоемах используется численный алгоритм, основанный на уравнениях движения стратифицированной жидкости в приближениях Буссинеска, гидростатики, “твердой крышки”, а также на уравнениях конвекции и диффузии для температуры и солености.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 14-01-00296).

© Белоліпецкий В. М., Белоліпецкий П. В., 2016

Рассматриваются ветровые двумерные (в вертикальной плоскости) течения стратифицированной жидкости в замкнутых водоемах в предположении, что плотность воды определяется формулой $\rho = \rho_0(1 + \rho_1(T, C))$ (ρ_0 — характерное значение плотности воды). Задача сводится к решению уравнений [1]

$$\frac{dU}{dt} = K_x \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial z} K_z \frac{\partial U}{\partial z} + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - g \int_0^z \frac{\partial \rho_1}{\partial x} dz; \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0; \quad (2)$$

$$\frac{dT}{dt} = K_{xT} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial z} K_{zT} \frac{\partial T}{\partial z}; \quad (3)$$

$$\frac{dC}{dt} = K_{xC} \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial z} K_{zC} \frac{\partial C}{\partial z}, \quad (4)$$

где U, W — составляющие скорости течения воды в направлениях x, z соответственно; t — время; g — ускорение свободного падения; T — температура воды; C — соленость воды; $K_x, K_z, K_{xT}, K_{zT}, K_{xC}, K_{zC}$ — коэффициенты турбулентного обмена; $d/dt = \partial/\partial t + U \partial/\partial x + W \partial/\partial z$ — субстанциональная производная; $z = \zeta(t, x)$ — уравнение свободной поверхности водоема.

Уравнения (1)–(4) дополняются начальными условиями

$$U = 0, \quad W = 0, \quad T = T_0(z), \quad C = C_0(z). \quad (5)$$

Граничные условия имеют следующий вид:

— на водной поверхности $z = 0$ (ось z направлена вниз)

$$\begin{aligned} K_z \frac{\partial U}{\partial z} &= -\frac{\tau}{\rho_0}, & W &= 0, \\ K_{zT} \frac{\partial T}{\partial z} &= -\frac{F_n}{c_p \rho_0}, & K_{zC} \frac{\partial C}{\partial z} &= -F_C; \end{aligned} \quad (6)$$

— на твердой поверхности дна $z = H(x)$

$$\begin{aligned} U &= 0, & W &= 0, \\ \cos(n, x) K_{xT} \frac{\partial T}{\partial x} + \cos(n, z) K_{zT} \frac{\partial T}{\partial z} &= \frac{F_{bt}}{c_p \rho_0}, \\ \cos(n, x) K_{xC} \frac{\partial C}{\partial x} + \cos(n, z) K_{zC} \frac{\partial C}{\partial z} &= F_{btC}; \end{aligned} \quad (7)$$

— на вертикальной боковой границе водоема

$$U = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial C}{\partial x} = 0. \quad (8)$$

В (5)–(8) τ — напряжение трения ветра; F_n — полный поток тепла через свободную поверхность; F_{bt} — теплообмен с поверхностью дна водоема; F_C — поток соли через свободную поверхность; F_{btC} — массообмен с поверхностью дна водоема; n — внешняя нормаль к твердой поверхности дна; $T_0(z), C_0(z)$ — заданные функции.

Обычно коэффициенты турбулентного обмена K_x, K_{xT}, K_{xC} считаются постоянными. Коэффициент вертикального турбулентного обмена вычисляется по формуле Прандтля — Обухова [2]

$$K_z = \begin{cases} (0,05h)^2 \sqrt{B} + K_{\min}, & B \geq 0, \\ K_{\min}, & B \leq 0, \end{cases} \quad (9)$$

где $B = (\partial U / \partial z)^2 - (g / \rho_0) \partial \rho / \partial z$; h — толщина квазиоднородного слоя, определяемая по координате первой от поверхности расчетной точки, в которой выполняется условие

$$(0,05h)^2 \sqrt{B|_{z=z_h}} \leq K_{\min},$$

K_{\min} — фоновое значение коэффициента вертикального турбулентного обмена.

Для озера Шира (Хакасия) уравнение состояния соленой воды (в приближении Буссинеска) имеет вид

$$\rho = \rho_0 \left(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 \frac{T}{T_0} + \varepsilon_3 \frac{C}{C_0} \right), \quad (10)$$

где $\rho_0 = 1,0254 \text{ г/см}^3$, $\varepsilon_1 = 0,98452$; $\varepsilon_2 = -0,007125$; $\varepsilon_3 = 0,04112$; $T_0 = 17,5 \text{ }^\circ\text{C}$; $C_0 = 35$.

Напряжение трения на водной поверхности определяется по формуле Саймонса

$$\tau = 1,25 \cdot 10^{-6} w^2, \quad (11)$$

где w — скорость ветра, см/с; τ — напряжение трения ветра, г/(см · с²).

Численный алгоритм решения задачи (1)–(8) с учетом (9)–(11) основан на методе расщепления, неявной схеме и методе прогонки [1].

2. Критерий смены режима ветровых течений в стратифицированном водоеме. Для получения качественной оценки картины ветровых течений используем двухслойную модель озера. Предположим, что перемешивание толщи воды до дна реализуется в том случае, если характерная скорость течения воды в верхнем слое превышает скорость распространения внутренних волн. Такое предположение использовалось в работе [3] для определения условия селективного отбора воды из стратифицированного водоема.

Скорость распространения бароклинной моды в двухслойной жидкости определяется по формуле [4]

$$c = \sqrt{\frac{g \Delta \rho}{\rho_0} \frac{d_1 d_2}{d_1 + d_2}},$$

где $\Delta \rho = \rho_2 - \rho_1$ — разность плотностей воды; d_1 — толщина верхнего слоя; d_2 — толщина нижнего слоя.

Характерную скорость дрейфа воды в верхнем слое найдем по двумерной стационарной гидростатической модели для водоема прямоугольной формы в приближении медленных течений. Коэффициент вертикального турбулентного обмена считается постоянным и определяется по формуле Прандтля — Обухова

$$K_z = (0,05h)^2 \left| \frac{\partial U}{\partial z} \right|. \quad (12)$$

Для вычисления горизонтальной скорости течения $U(z)$ в верхнем слое получаем уравнения

$$\begin{aligned} K_z \frac{d^2 U}{dz^2} + g \frac{d\zeta}{dx} &= 0, \\ K_z \frac{dU}{dz} &= -\frac{\tau}{\rho_0}, \quad z = 0, \\ \frac{dU}{dz} &= 0, \quad z = d_1, \\ \int_0^{d_1} U dz &= 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Наклон водной поверхности определяется по формуле $d\zeta/dx = \text{const}$.

Учитывая граничное условие на водной поверхности, для вычисления K_z из (12) имеем формулу

$$K_z = 0,05h\sqrt{\tau/\rho_0}. \quad (14)$$

Решение задачи (13) с учетом формулы (14) принимает вид

$$U = \frac{20d_1}{h} \left[0,5 \left(\frac{z}{d_1} \right)^2 - \frac{z}{d_1} + \frac{1}{3} \right] \sqrt{\frac{\tau}{\rho_0}}.$$

Из этого решения определяется характерная скорость дрейфа в верхнем слое

$$U_* = U|_{z=0} = \frac{20d_1}{3h} \sqrt{\frac{\tau}{\rho_0}}. \quad (15)$$

Из условия $U|_{z=h} = 0$ находим h :

$$\frac{h}{d_1} = 1 - \frac{1}{\sqrt{3}}. \quad (16)$$

Из соотношений (15), (16), (11) и условия $U_* = c$ вычисляется критическая скорость ветра w_* , при превышении которой происходит перемешивание верхнего и нижнего слоев стратифицированного водоема:

$$w_* = \frac{10^2 c}{1,932}, \quad (17)$$

(величины c , w_* измеряются в сантиметрах в секунду).

3. Примеры расчетов. С использованием численной модели (1)–(9) проведены расчеты ветровых течений для соленого водоема. Возможны циркуляционные течения двух типов (рис. 1, 2). Если картина течения соответствует профилю скорости, представленному на рис. 1, то верхний и нижний слои не перемешиваются. Если картина течения соответствует профилю скорости, приведенному на рис. 2, то происходит перемешивание верхнего и придонного слоев.

В таблице приведены критические значения скорости ветра, при которых происходит потеря меромиктии соленого озера. Эти значения вычислялись по двумерной численной модели для водоема прямоугольной формы длиной $L = 6000$ м и по формуле (17) для осеннего периода, когда температура воды незначительно изменяется по глубине и плотностная стратификация зависит только от солености.

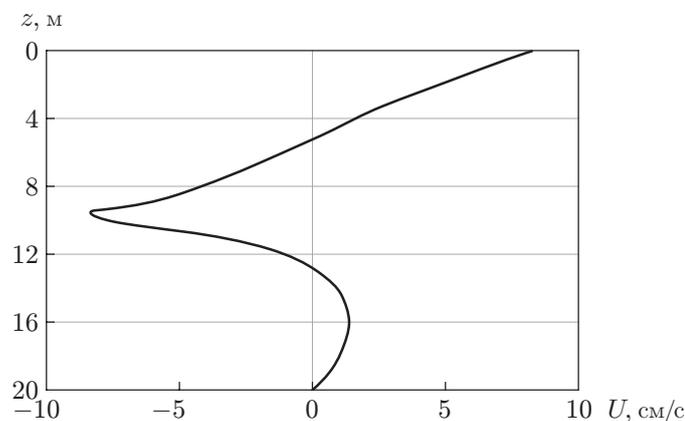


Рис. 1. Вертикальный профиль горизонтальной составляющей скорости течения для меромиктического водоема

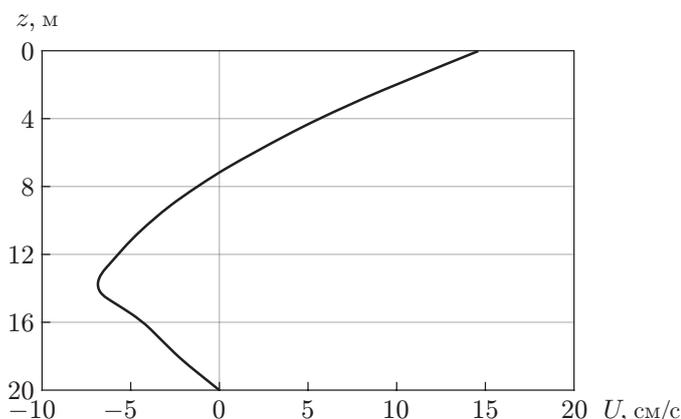


Рис. 2. Вертикальный профиль горизонтальной составляющей скорости течения для водоема в случае перемешивания до дна

Критические значения скорости ветра, при которых реализуется перемешивание до дна для модельного водоема прямоугольной формы ($d_1 = 900$ см, $d_2 = 1100$ см)

$\frac{\Delta\rho}{\rho_0} \cdot 10^3$	c , см/с	$w_* \cdot 10^{-2}$, см/с	
		Расчет по двумерной модели	Расчет по формуле (17)
0,850	20,32	10,00 ÷ 10,50	10,50
1,275	24,88	12,30 ÷ 13,20	12,88
1,700	28,73	14,15 ÷ 14,60	14,87
2,130	32,12	15,50 ÷ 16,00	16,63
2,550	35,19	17,35 ÷ 18,26	18,21

На результаты расчетов критических значений скорости ветра оказывают влияние горизонтальные размеры водоема. При $\Delta\rho/\rho_0 = 2,13 \cdot 10^{-3}$ и $L = 3000, 6000, 8000, 10\ 000$ м критические значения силы ветра, найденные по численной модели, соответственно равны $16,00 \div 16,40; 15,50 \div 16,00; 14,60 \div 15,10; 13,25 \div 13,70$ м/с. Установлено, что критические значения скорости ветра, рассчитанные по численной модели и по предложенному критерию, удовлетворительно согласуются.

Таким образом, моделируя стратифицированный водоем двухслойной жидкостью, с помощью простой формулы можно определить условия смены режима перемешивания вследствие воздействия ветровых нагрузок.

ЛИТЕРАТУРА

1. Белоліпецкий В. М., Белоліпецкий П. В. Численное моделирование ветровых течений в стратифицированных водоемах методом расщепления. Гидростатическое приближение // Вычисл. технологии. 2006. Т. 11, № 5. С. 21–31.
2. Belolipetskii V. M., Genova S. N. Numerical modelling of hydrothermal processes in well-drained basins // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling. 1997. N 4. P. 319–334.
3. Pao H. P., Kao T. W. Dynamics of establishment of selective withdrawal from a line sink. Pt 1 // J. Fluid Mech. 1974. V. 65. P. 657–688.
4. Гилл А. Динамика атмосферы и океана: В 2 т. М.: Мир, 1986. Т. 1.

Поступила в редакцию 25/VI 2014 г.,
в окончательном варианте — 1/IX 2014 г.