

СМЕШАННЫЕ МОДЕЛИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОВТОРЯЕМОСТИ СЕЙСМИЧЕСКИХ СОБЫТИЙ

М. Эрисоглу, Н. Калис, Т. Сэрви*, У. Эрисоглу, М. Топаксу**

Department of Statistics, Science and Letters Faculty, Cukurova University Turkey

** Elementary Mathematics, Education, Education Faculty, Adiyaman University Turkey*

*** Department of Physics, Science and Literature Faculty, Adiyaman University Turkey*

Расчет средних промежутков времени между землетрясениями в районах повышенной сейсмичности является важным элементом оценки сейсмоопасности. Для этой цели используется ряд статистических методов. В современной практике статистика повторяемости сейсмических событий чаще всего описывается экспоненциальным и гамма-распределениями, а также распределением Вейбулла.

В настоящей работе для статистического анализа повторяемости землетрясений, произошедших в зоне Северо-Анатолийского разлома (САРЗ), на территории с координатами 39—42° с.ш. и 30—40° в.д. в период 1960—2008 гг. предлагается использовать смешанные модели. Такие модели включают либо два из трех видов (экспоненциальное и гамма-распределения, и распределение Вейбулла), либо несколько компонентов одного и того же распределения. Выявлено, что смешанные модели последнего типа точнее описывают повторяемость более слабых толчков с магнитудами 3 и выше, в то время как в случае сильных толчков с магнитудами свыше 5 предпочтительными являются смешанные модели с сочетаниями распределений Вейбулл—гамма и Вейбулл—экспоненциальное.

Повторяемость землетрясений, смешанные модели, Вейбулл—гамма, экспоненциальное—гамма и Вейбулл—экспоненциальное смешанные распределения, Северо-Анатолийский разлом.

THE MIXTURE DISTRIBUTION MODELS FOR INTEROCCURRENCE TIMES OF EARTHQUAKES

M. Erisoglu, N. Calis, T. Servi, U. Erisoglu, and M. Topaksu

Risk analyses made in the area of seismic activity are going to be of great importance in determining the earthquake interoccurrence times. Several statistical methods have been developed for this purpose. Recently, Exponential, Gamma and Weibull distributions are the frequently used methods in this regard. In this study, we investigate the interoccurrence time statistics of earthquakes which occurred in the area coordinated 39°–42°N and 30°–40°E in the North Anatolian Fault Zone (NAFZ) between the years 1960–2008, with a mixture of two different distributions of Exponential, Gamma, and Weibull and a mixture of the same kind of distribution. We found that the mixture distributions are more suitable than the other examined distribution models for small magnitudes ($m_c \geq 3$). Also, Weibull-Gamma and Weibull-Exponential distributions are agreeable for large magnitudes ($m_c \geq 5$).

Interoccurrence time, mixture distributions, Weibull—Gamma, Exponential—Gamma, Weibull—Exponential, NAFZ

ВВЕДЕНИЕ

Землетрясения происходят вследствие сложных нелинейных процессов с пороговой динамикой в хрупкой части земной коры [Shcherbakov et al., 2005]. Для понимания долговременных закономерностей повторяемости землетрясений и основанных на этом прогноза и оценки сейсмической опасности необходимо получить статистически-вероятностную оценку продолжительности промежутков между отдельными сейсмическими событиями.

Все землетрясения с магнитудой свыше некоторой заданной величины, произошедшие за некоторый период времени в пределах данной области, рассматриваются как точечные события. Ранее, основываясь на сейсмологических данных по Южной Калифорнии за определенный период времени, для статистических распределений повторяемости событий был получен универсальный коэффициент подобия [Bak et al., 2002]. Впоследствии проведены другие аналогичные исследования [Corral, 2003, 2004a,b, 2005a,b, 2007; Davidsen, Goltz, 2004; Carbone et al., 2005; Lindman et al., 2005; Livina et al., 2005a,b].

Статистическое распределение повторяемости сейсмических толчков, генерируемых одним разломом, имеет большое значение для вероятностных оценок сейсмоопасности. Наблюдаемая повторяемость землетрясений описывалась с помощью различных статистических закономерностей, в частности, рас-



Рис. 1. Территория Турции, для которой проводились исследования на базе каталога землетрясений KOERI.

предела Вейбулла [Hagiwara, 1974; Skyes, Nishenko, 1984; Utsu, 1984; Rikitake, 1991; Parvez, Ram, 1997; Newman et al., 2005; Yakovlev et al., 2006; Turcotte et al., 2007; Zoller, Hainzl, 2007], а также гамма- [Udias, Rice, 1975; Utsu, 1984] и логарифмически-нормальных распределений [Nishenko, Bulland, 1987; Goes, 1996; Shimazaki, 2002].

Цель этой работы — исследовать возможности смешанных моделей повторяемости сейсмических событий, включающих одновременно несколько характеристик одного и того же распределения или распределения трех видов (Вейбулла, гамма- и экспоненциальное) в разных парных сочетаниях. В работе были использованы данные каталога землетрясений, составленного в обсерватории и Институте исследования землетрясений Кандилли (KOERI) университета Богазичи (Стамбул, Турция) [<http://www.koeri.boun.edu.tr/sismo/mudim/katalog.asp>]. В каталоге содержатся сведения (время возникновения толчков и координаты гипоцентра) об очагах землетрясений с магнитудой M_c выше 3.0 в пределах области 39—42° с.ш., 30—40° в.д. (рис. 1). Для анализа предлагаемых моделей были взяты события за период с 1 января 1960 г. по 31 декабря 2008 г.

МАТЕРИАЛЫ И СТАТИСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

Промежуток времени (i) между сейсмическими событиями рассчитывается как

$$\tau_i = t_i - t_{i-1}, i = 1, 2, \dots, \quad (1)$$

где t_i и t_{i-1} — время возникновения соответственно i -го и $(i - 1)$ -го событий, генерируемых всеми разломами данной области, с магнитудами, превышающими некоторую заданную величину. С учетом затухания афтершоковой активности во времени по закону Омори, в настоящей работе была выбрана определенная последовательность шагов [Hasumi et al., 2009]:

- 1) изучаемая область была разделена в пространстве на прямоугольные ячейки размером L_1 градусов по долготе и L_2 градусов по широте;
- 2) для каждой ячейки рассматривались события с магнитудой M выше некоторого порогового значения M_c ;
- 3) промежутки времени между событиями были проанализированы и представлены во временной области для $\tau > h$; при этом h принималось равным одним, трем и двум суткам.

Как показано на рис. 1, статистика повторяемости землетрясений исследовалась для пяти ячеек. Исходя из ранее полученных данных [Corral, 2004; Shcherbakov, 2005], афтершоковые события можно было исключить из рассмотрения.

Главной задачей в этой работе было определить функцию распределения повторяемости толчков. Для этой цели были использованы несколько известных видов распределения, а именно экспоненциальное и гамма-распределения, и распределение Вейбулла, они описываются следующими выражениями:

$$f_{\text{exp}}(t) = \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{t}{\lambda}}, \quad (2)$$

$$f_{\text{gamma}}(t) = t^{\alpha_1 - 1} \frac{e^{-t/\beta_1}}{\beta_1^{\alpha_1} \Gamma(\alpha_1)}, \quad (3)$$

$$f_{\text{wbl}}(t) = \frac{\beta_2}{\alpha_2} \left(\frac{t}{\alpha_2} \right)^{\beta_2 - 1} e^{-\left(\frac{t}{\alpha_2} \right)^{\beta_2}}, \quad (4)$$

где t — промежуток времени между событиями или повторяемость ($t > 0$), λ , α_i и β_i — параметры распределений ($\lambda, \alpha_i, \beta_i > 0$).

Для описания статистического распределения повторяемости предлагается использовать смешанные модели, включающие два из трех указанных видов распределения в различных комбинациях:

$$f_{\text{exp-gamma}}(t) = p_1 f_{\text{exp}}(t) + (1 - p_1) f_{\text{gamma}}(t), \quad (5)$$

$$f_{\text{wbl-exp}}(t) = p_2 f_{\text{wbl}}(t) + (1 - p_2) f_{\text{exp}}(t), \quad (6)$$

$$f_{\text{wbl-gamma}}(t) = p_3 f_{\text{wbl}}(t) + (1 - p_3) f_{\text{gamma}}(t), \quad (7)$$

где p_i — вес компонентов смешивания. Параметры максимального правдоподобия в этих смешанных распределениях оцениваются с помощью алгоритма максимизации ожидания [Demptser et al., 1977].

Кроме того, предлагается смешанная модель другого типа, содержащая различные параметры одного из тех же трех видов распределения, в количестве

$$f_{\text{exp}(k)}(t) = \sum_{r=1}^k \pi_r f_{\text{exp}}(t, \lambda_r), \quad (8)$$

$$f_{\text{gamma}(k)}(t) = \sum_{r=1}^k \pi_r f_{\text{gamma}}(t, \alpha_{1r}, \beta_{1r}), \quad (9)$$

$$f_{\text{wbl}(k)}(t) = \sum_{r=1}^k \pi_r f_{\text{wbl}}(t, \alpha_{2r}, \beta_{2r}), \quad (10)$$

где k — оптимальное число компонентов в смешанной модели; для каждой такой модели $\sum_{r=1}^k \pi_r = 1$, $0 < \pi_r < 1$. Оценка числа компонентов является самой важной задачей представления данных в смешанной модели [McLachlan, Peel, 2001]. Это число можно найти с помощью информационного критерия. Самым известным является информационный критерий Акаике (AIC), который имеет вид [Akaike, 1974]

$$\text{AIC} = -2 \ln L + 2d, \quad (11)$$

где $\ln L$ — логарифмически правдоподобное значение, а d — число свободных параметров в смешанной модели.

Предпочтительность различных моделей распределения повторяемости сейсмических событий оценивалась на основе критерия согласия Колмогорова—Смирнова (КС) и среднеквадратичного отклонения (СКО) с помощью двух соответствующих тестов.

В первом тесте значение СКО определялось по формуле

$$\text{СКО} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n'} [S(t_i) - F(t_i)]^2}{n' - k}}, \quad (12)$$

где $S(t)$ — эмпирическое распределение, а $F(t)$ — кумулятивная функция распределения, которую предлагается использовать для моделирования повторяемости сейсмических событий. Как известно, наилучшей считается модель, соответствующая эмпирическому распределению с наименьшим среднеквадратичным отклонением.

Критерий Колмогорова—Смирнова (КС) выражается формулой

$$\text{КС} = \max |S(t) - F(t)|, \quad (13)$$

где $S(t)$ — эмпирическое распределение, а $F(t)$ — кумулятивная функция распределения, которую предлагается использовать для моделирования повторяемости землетрясений. Как и в предыдущем случае, наилучшим считается модельное распределение, в котором значение КС наименьшее.

РЕЗУЛЬТАТЫ. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Зона Северо-Анатолийского разлома (САРЗ) является одним из наиболее активных сейсмичных районов мира уже около 12 млн лет. Только в XX в. в ее пределах произошло 13 сильных землетрясений с магнитудами 6.5 и выше, которые унесли жизни тысяч людей и разрушили огромное количество зданий и сооружений. Северо-Анатолийская разломная зона протягивается на 1600 км от северного края Анатолийской плиты до Евразийской плиты на севере Турции. В своей восточной части САРЗ представляет собой структуру оперения с разветвлением на несколько разломных зон (Кириккале-Эрба, Альмус и Ташова-Текке). Всего за период с 1960 по 2008 г. в области САРЗ, расположенной в пределах 39—42° с.ш., 30—40° в.д., произошло 6181 событие с магнитудами $M_c \geq 3$.

В предлагаемых моделях повторяемости землетрясений предельные значения магнитуд (M_c) для групп толчков разной силы взяты равными 3, 4 и 5.

Из общего числа (6181) событий с $M_c \geq 3$, которым соответствует 1809 точек, 470 событий с $M_c \geq 4$ представлены 291 точкой и 49 самых сильных событий с $M_c \geq 5$ представлены 38 точками.

Вначале моделирование проводилось для стандартных распределений (экспоненциальное и гамма-распределение и распределение Вейбулла), и соответствие полученных моделей эмпирическим распределениям оценивалось на основе критериев КС и СКО (см. результаты в табл. 1 и на рис. 2).

По результатам обоих тестов повторяемость более слабых землетрясений ($M_c \geq 3$ и ≥ 4 соответственно) лучше всего описывается распределением Вейбулла (см. рис. 2, табл. 1). При этом соответствие гамма-распределения получается наилучшим для более сильных событий с $M_c \geq 5$.

Затем были построены смешанные модели повторяемости, объединяющие два вида распределения в комбинациях экспоненциальное—гамма, Вейбулл—экспоненциальное и Вейбулл—гамма. Результаты также оценивались на основе критерия согласия КС и СКО (табл. 2). Сравнение этих моделей с эмпирическими распределениями показано на рис. 3. Наилучшее соответствие эмпирическим данным о

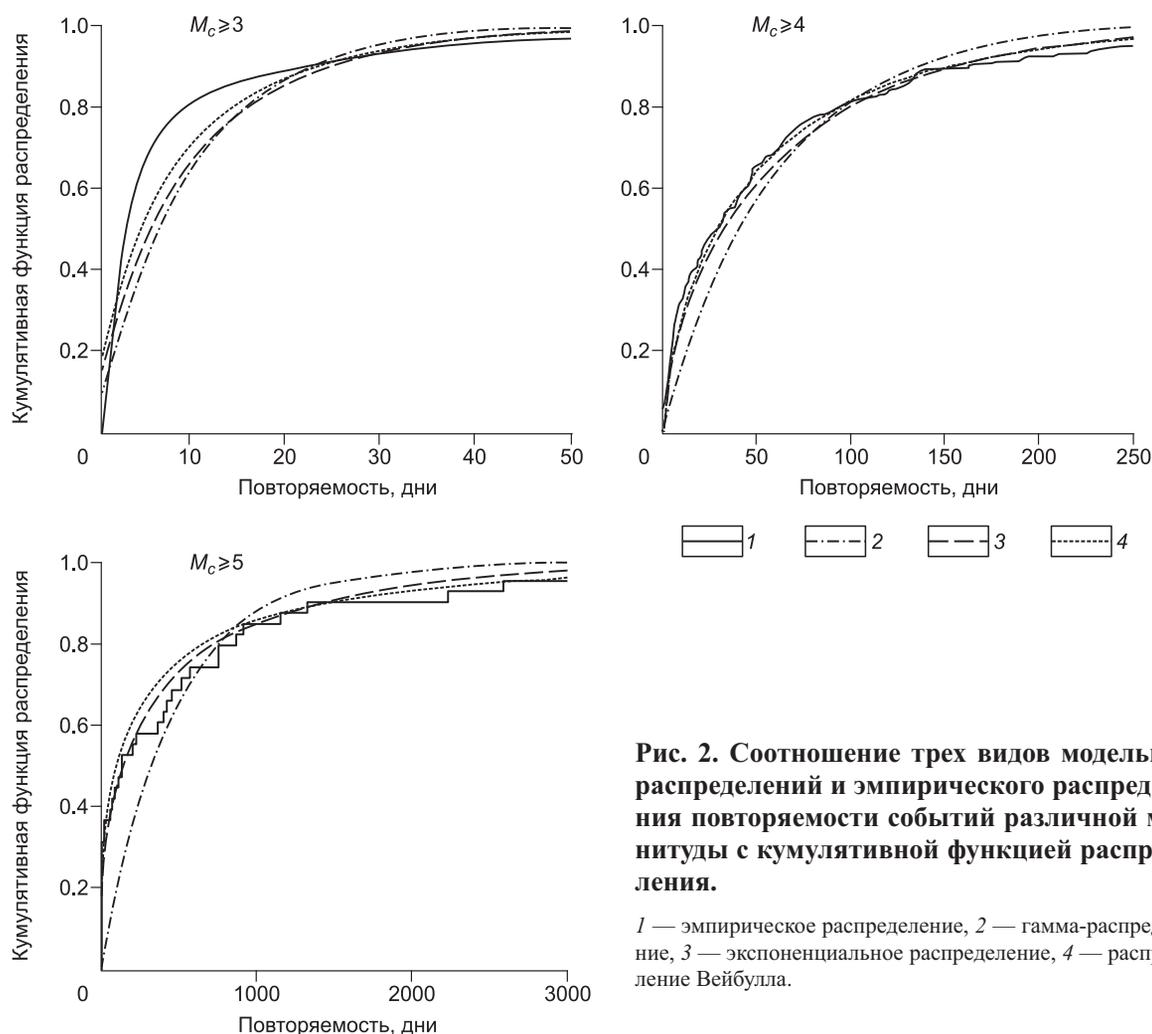


Рис. 2. Соотношение трех видов модельных распределений и эмпирического распределения повторяемости событий различной магнитуды с кумулятивной функцией распределения.

1 — эмпирическое распределение, 2 — гамма-распределение, 3 — экспоненциальное распределение, 4 — распределение Вейбулла.

Таблица 1. **Критерий согласия КС и СКО для трех видов модельных распределений повторяемости событий различной магнитуды**

Распределение	$M_c \geq 3$			$M_c \geq 4$			$M_c \geq 5$		
	Оценка параметров	КС	СКО	Оценка параметров	КС	СКО	Оценка параметров	КС	СКО
Экспоненциальное	$\lambda = 9.8850$	0.2516	0.1500	$\lambda = 61.4589$	0.1838	0.1041	$\lambda = 473.0051$	0.3211	0.1780
Гамма	$\alpha_1 = 0.7469$ $\beta_1 = 13.2340$	0.2037	0.1199	$\alpha_1 = 0.6300$ $\beta_1 = 97.5524$	0.0799	0.0403	$\alpha_1 = 0.3327$ $\beta_1 = 1421.7$	0.1192	0.0428
Вейбулл	$\alpha_2 = 7.9030$ $\beta_2 = 0.7703$	0.1841	0.0982	$\alpha_2 = 49.4412$ $\beta_2 = 0.7250$	0.0675	0.0285	$\alpha_2 = 230.2016$ $\beta_2 = 0.4564$	0.1258	0.0541

Таблица 2. **Критерий согласия КС и СКО для смешанных моделей, включающих два вида распределений повторяемости событий различной магнитуды**

Распределение	$M_c \geq 3$			$M_c \geq 4$			$M_c \geq 5$		
	Оценка параметров	КС	СКО	Оценка параметров	КС	СКО	Оценка параметров	КС	СКО
Экспоненциальное—гамма	$p_1 = 0.8402$ $\lambda = 4.4424$ $\alpha_1 = 0.9440$ $\beta_1 = 40.7847$	0.1743	0.0692	$p_1 = 0.3099$ $\lambda = 7.6154$ $\alpha_1 = 0.9290$ $\beta_1 = 92.1846$	0.0501	0.0203	$p_1 = 0.1536$ $\lambda = 1148.8$ $\alpha_1 = 0.3146$ $\beta_1 = 1113.8$	0.1177	0.0431
Вейбулл—экспоненциальное	$p_2 = 0.1783$ $\lambda = 4.3839$ $\alpha_2 = 32.6750$ $\beta_2 = 0.8752$	0.1759	0.0699	$p_2 = 0.7272$ $\lambda = 6.9944$ $\alpha_2 = 77.6971$ $\beta_2 = 0.9013$	0.0521	0.0187	$p_2 = 0.3504$ $\lambda = 725.2298$ $\alpha_2 = 4.8746$ $\beta_2 = 0.8021$	0.0648	0.0296
Вейбулл—гамма	$p_3 = 0.3011$ $\alpha_1 = 23.5795$ $\beta_1 = 0.8848$ $\alpha_2 = 3.4312$ $\beta_2 = 0.9338$	0.0549	0.0207	$p_3 = 0.2229$ $\alpha_1 = 4.6025$ $\beta_1 = 2.0022$ $\alpha_2 = 0.8784$ $\beta_2 = 88.7046$	0.0528	0.0217	$p_3 = 0.1975$ $\alpha_1 = 4.8369$ $\beta_1 = 2.6260$ $\alpha_2 = 0.4157$ $\beta_2 = 1415.3$	0.0708	0.0294

Таблица 3. **Критерий согласия КС и СКО для смешанных моделей, включающих разное число компонентов одного из трех видов распределений повторяемости событий различной магнитуды**

M_c	Число параметров	Смеш. экспоненциальное		Смеш. гамма			Смеш. Вейбулл		
		λ_r	π_r	α_{1r}	β_{1r}	π_r	α_{2r}	β_{2r}	π_r
≥ 3	1	23.7814	0.1797	63.1770	0.0199	0.0949	48.5354	1.5291	0.0544
	2	4.1946	0.7997	1.2828	66.2205	0.0414	2.0829	3.5389	0.3073
	3	109.6770	0.0206	5.3600	0.8457	0.3975	4.6359	2.4229	0.4164
	4	—	—	2.1486	8.8864	0.2032	16.7585	1.5201	0.2071
	5	—	—	13.1914	0.1632	0.2630	155.7276	1.3716	0.0148
		КС СКО	0.1773 0.0707		0.0128 0.0049			0.0350 0.0102	
≥ 4	1	42.3118	0.4100	1876.3500	0.0713	0.0357	35.5028	0.8109	0.8940
	2	5.9419	0.2420	1.6663	27.4297	0.5730	273.4675	2.0977	0.1060
	3	122.6399	0.3479	2.9236	1.4302	0.2776	—	—	—
	4	—	—	5.8541	44.0864	0.1136	—	—	—
		КС СКО	0.0514 0.0164		0.0241 0.0080			0.0712 0.0287	
≥ 5	1	714.0252	0.6602	67.7546	39.1200	0.0640	2799.6800	9.4484	0.0598
	2	4.7685	0.3398	0.3508	923.8486	0.9360	174.5895	0.4726	0.9402
		КС СКО	0.0719 0.0301		0.1209 0.0484			0.1248 0.0577	

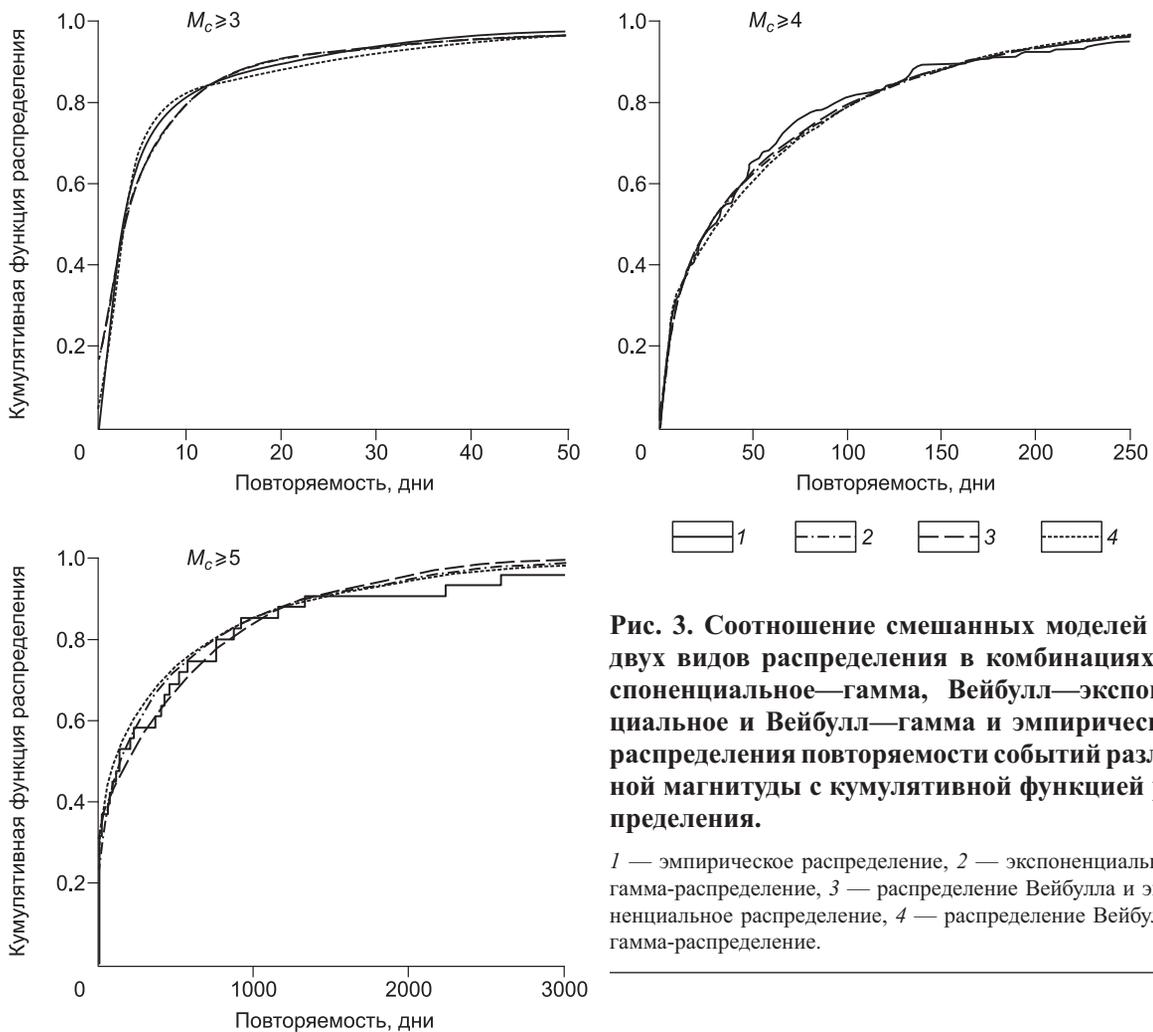


Рис. 3. Соотношение смешанных моделей для двух видов распределения в комбинациях экспоненциальное—гамма, Вейбулл—экспоненциальное и Вейбулл—гамма и эмпирического распределения повторяемости событий различной магнитуды с кумулятивной функцией распределения.

1 — эмпирическое распределение, 2 — экспоненциальное и гамма-распределение, 3 — распределение Вейбулла и экспоненциальное распределение, 4 — распределение Вейбулла и гамма-распределение.

повторяемости толчков с магнитудами больше 3 было получено для смешанного распределения Вейбулл—гамма. Для более сильных событий с магнитудами от $M_c \geq 4$ результаты тестов показали разные оценки: пары распределений экспоненциальное—гамма и Вейбулл—экспоненциальное оказались предпочтительными по критерию КС и СКО соответственно.

Разные наименьшие значения критерия КС и СКО были также получены для повторяемости самых сильных землетрясений ($M_c \geq 5$), но на этот раз более точными оказались модели с сочетаниями соответственно Вейбулл—экспоненциальное и Вейбулл—гамма. Проведенное сравнение стандартных и смешанных бинарных моделей (см. табл. 1 и 2) показывает, что последние дают лучшее приближение распределения повторяемости землетрясений.

Наконец, были проанализированы смешанные модели, включающие разное число параметров одного и того же вида распределения. Для этого прежде всего нужно было определить число таких параметров (r) в модели. Оптимальное число компонентов (k) оценивалось на основе информационного критерия Акаике (AIC). Значения этого критерия приведены на рис. 4 для разного количества параметров смешанных моделей. Вначале k было найдено по минимальному критерию Акаике для $r \geq 2$. Для описания повторяемости событий с магнитудами, начиная от самых слабых ($M_c \geq 3$), оптимальным числом компонентов оказались 3, 5 и 5 соответственно в трех смешанных моделях: экспоненциального, гамма-распределения и распределения Вейбулла. Для той же последовательности модельных распределений такими числами были соответственно 3, 4 и 5 в случае событий средней силы ($M_c \geq 4$) и 2, 2 и 2 для повторяемости самых сильных толчков с магнитудой свыше 5.

Значения критерия согласия КС и СКО и оценки количества параметров в смешанных моделях представлены в табл. 3. Сравнение на основе значений КС и СКО в обоих тестах показало, что смешанная модель с различными параметрами гамма-распределения дает лучшие результаты для повторяемости толчков с магнитудами, превышающими 3 и 4, а смешанная модель на основе экспоненциального распределения лучше подходит для наиболее сильных событий ($M_c \geq 5$).

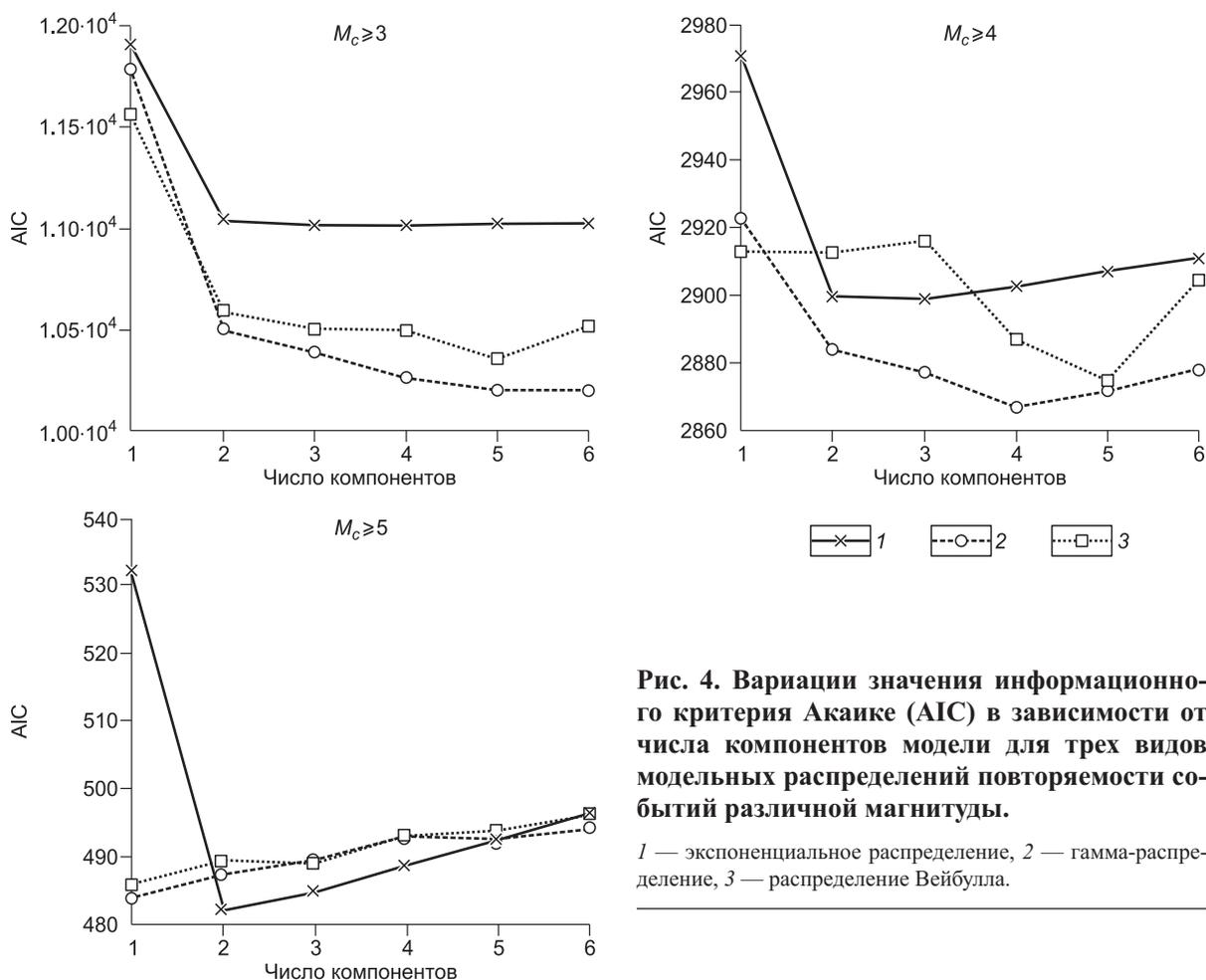


Рис. 4. Вариации значения информационного критерия Акаике (AIC) в зависимости от числа компонентов модели для трех видов модельных распределений повторяемости событий различной магнитуды.

1 — экспоненциальное распределение, 2 — гамма-распределение, 3 — распределение Вейбулла.

Графическое представление соответствия модельных распределений эмпирическим данным дано на рис. 5. Из сравнения смешанных моделей, включающих два вида распределения, с моделями, основанными на одном распределении, но с различными его компонентами (см. табл. 2 и 3), видно, что вторые предпочтительны для описания повторяемости более слабых землетрясений ($M_c \geq 3$ и ≥ 4).

Результаты обоих тестов (значения КС и СКО) для всех распределений графически представлены на рис. 6. Нетрудно видеть, что значения критерия КС и СКО закономерно уменьшаются от стандартных распределений к смешанным. По результатам обоих тестов, повторяемость более слабых событий с магнитудами свыше 3 и 4 лучше всего описывается смешанной моделью с несколькими параметрами гамма-распределения. При этом для сильных толчков с $M_c \geq 5$ по разным критериям наилучшими оказываются модели с разными парными распределениями: наименьшее СКО получено для сочетания Вейбулла—гамма, а по критерию согласия КС предпочтительным оказывается сочетание распределения Вейбулла и экспоненциального.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Неоднородные ряды повторяемости сейсмических событий часто бывает невозможно адекватно описать с помощью какого-то одного из принятых стандартных статистических распределений. Таким образом, для решения этой задачи требуются смешанные модели. Смешанная модель периодов повторяемости землетрясений, построенная на основе двух различных видов распределений, была предложена Т. Хашуми с соавторами [Hasumi et al., 2009]. В отличие от этой работы, в нашем исследовании проведено сравнение смешанных моделей, представляющих собой сочетания пар стандартных распределений (гамма, экспоненциальное и Вейбулла) и различного количества компонентов одного из трех видов распределения. Для трех видов статистического распределения мы наблюдали, как меняются значения критерия согласия Колмогорова—Смирнова (КС) и среднеквадратичного отклонения (СКО) от стандартных моделей к смешанным моделям разных типов. В результате обнаружено, что повторяемость более

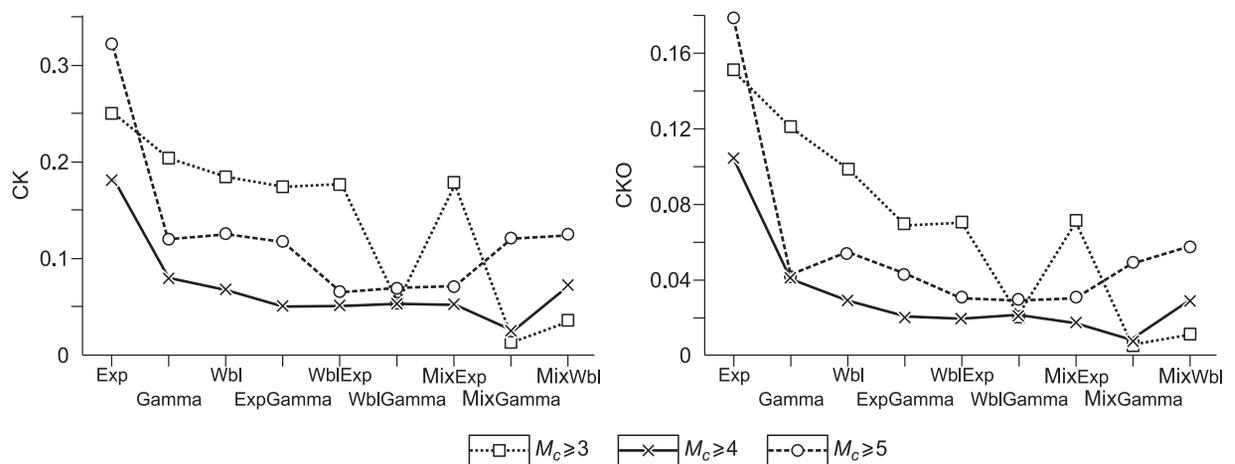
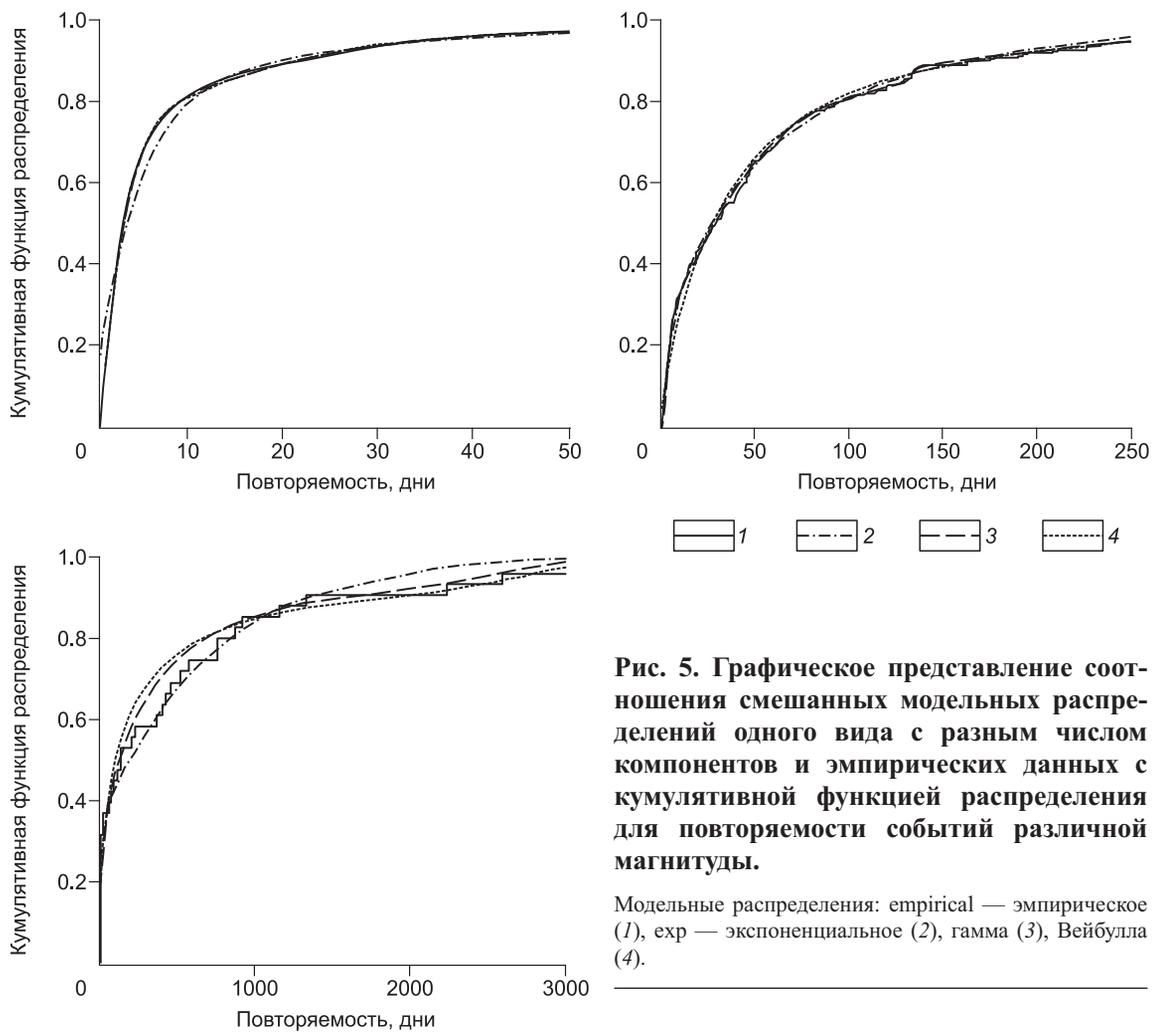


Рис. 6. Вариации критерия согласия КС и SKO для разных смешанных моделей распределений повторяемости событий различной магнитуды.

слабых толчков лучше всего описывается смешанными моделями с несколькими параметрами одного вида распределения, в то время как для сильных толчков лучше подходят пары распределений Вейбулл—гамма и Вейбулл—экспоненциальное.

ЛИТЕРАТУРА

- Akaike H.** A new look at the statistical model identification // I.E.E.E. Transactions on Automatic Control., 1974, v. AC 19, p. 716—723.
- Bak P., Christensen K., Danon L., Scanlon T.** Unified scaling law for earthquakes // Phys. Rev. Lett., 2002, v. 88, p. 178-501.
- <http://www.koeri.boun.edu.tr/sismo/mudim/katalog.asp> Bogazici University, Kandilli Observatory and Earthquake Research Institute.
- Carbone V., Sorriso-Valvo L., Harabaglia P., Guerra I.** Unified scaling law for waiting times between seismic events // Europhys. Lett., 2005, v. 71, № 6, p. 1036—1042.
- Corral A.** Local distributions and rate fluctuations in a unified scaling law for earthquakes // Phys. Rev., 2003, v. E 68, № 3, p. 035102(R).
- Corral A.** Long-term clustering, scaling, and universality in the temporal occurrence of earthquakes // Phys. Rev. Lett., 2004a, v. 92, № 10, p. 108501.
- Corral A.** Universal local versus unified global scaling laws in the statistics of seismicity // Physica A, 2004b, v. 340, № 4, p. 590—597.
- Corral A.** Mixing of rescaled data and Bayesian inference for earthquake recurrence times // Nonlinear Proc. Geophys., 2005a, v. 12, № 1, p. 89—100.
- Corral A.** Time-decreasing hazard and increasing time until the next earthquake // Phys. Rev., 2005b, v. E 71, № 1, p. 017101.
- Corral A.** Statistical features of earthquake temporal occurrence // Lect. Notes Phys., 2007, v. 705, p. 191—221.
- Davidson J., Goltz C.** Are seismic waiting time distributions universal? // Geophys. Res. Lett., 2004, v. 31, № 21, p. L21612.
- Dempster A.P., Laird N.M., Rubin D.B.** Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm (with discussion) // J. Roy. Stat. Soc., 1977, v. B 39, p. 1—38.
- Goes S.D.B.** Irregular recurrence of large earthquakes: an analysis of historic and paleoseismic catalogs // J. Geophys. Res., 1996, v. 101, p. 5739—5749.
- Hagiwara Y.** Probability of earthquake occurrence as obtained from a Weibull distribution analysis of crustal strain // Tectonophys., 1974, v. 23, p. 323—318.
- Hasumi T., Akimoto T., Aizawa Y.** The Weibull_log Weibull distribution for interoccurrence times of earthquakes // Physica A, 2009, v. 388, p. 491—498.
- Lindman M., Jonsdottir K., Roberts R., Lund B., Bodvarsson R.** Earthquakes descaled: on waiting time distributions and scaling laws // Phys. Rev. Lett., 2005, v. 94, № 10, p. 108501.
- Livina V., Havlin S., Bunde A.** Memory in the occurrence of earthquakes // Phys. Rev. Lett., 2005a, v. 95, № 20, p. 208501.
- Livina V., Tuzov S., Havlin S., Bunde A.** Recurrence intervals between earthquakes strongly depend on history // Physica A, 2005b, v. 348, p. 591—595.
- McLachlan G.J., Peel D.** Finite mixture models. New York, Wiley, 2001.
- Newman W., Turcotte D.L., Shcherbakov R., Rundle J.B.** Why Weibull? // Abstracts of the American Geophysical Union fall meeting, San Francisco, California, 5—9 December 2005. San Francisco, 2005.
- Nishenko S.P., Bulland R.** A generic recurrence interval distribution for earthquake forecasting // Bull. Seismol. Soc. Amer., 1987, v. 77, p. 1382—1399.
- Parvez I.A., Ram A.** Probabilistic assessment of earthquake hazards in the northeast Indian peninsula and Hindukush regions // Pure Appl. Geophys., 1997, v. 149, p. 731—746.
- Rikitake T.** Assessment of earthquake hazard in the Tokyo area, Japan // Tectonophys., 1991, v. 199, p. 121—131.
- Shcherbakov R., Yakovlev G., Turcotte D.L., Rundle J.B.** Model for the distribution of aftershock interoccurrence times // Phys. Rev. Lett., 2005, v. 95, p. 218501.
- Shepherd B.E., Schaalje G.B., Smith M.J., Murray B.K., O'Neill K.L.** Statistical analysis of the comet assay using a mixture of gamma distributions // Quant. Microbiol., 2000, v. 2, p. 69—79.

Shimazaki K. Long-term probabilistic forecast in Japan and time-predictable behavior of earthquake recurrence // Seismotectonics in Convergent Plate Boundary. TERRAPUB, 2002, p. 37—43.

Sykes L.R., Nishenko S.P. Probabilities of occurrence of large plate rupturing earthquakes for the San Andreas, San Jacinto, and Imperial faults, California // J. Geophys. Res., 1984, v. 89, p. 5905—5927.

Turcotte D.L., Abaimov S.G., Shcherbakov R., Rundle J.B. Nonlinear dynamics of natural Hazards / Eds. A.A. Tsonis, J.B. Elsner // Nonlinear dynamics in geosciences. New York, Springer, 2007, p. 557—580.

Udias A., Rice J. Statistical analysis of microearthquake activity near San Andreas geophysical observatory, Hollister, California // Bull. Seismol. Soc. Amer., 1975, v. 65, p. 809—827.

Utsu T. Estimation of parameters for recurrence models of earthquakes // Bull. Earthquake Res., Inst. Univ. Tokyo, 1984, v. 59, p. 53—66.

Yakovlev G., Turcotte D.L., Rundle J.B., Rundle P.B. Simulation-based distributions of earthquake recurrence times on the San Andreas fault system // Bull. Seismol. Soc. Amer., 2006, v. 96, № 6, p. 1995—2007.

Zoller G., Hainzl S. Recurrence time distributions of large earthquakes in a stochastic model for coupled fault systems: the role of fault interaction // Bull. Seismol. Soc. Amer., 2007, v. 97, № 5, p. 1679—1687.

*Рекомендована к печати 9 ноября 2010 г.
В.С. Селезевым*

*Поступила в редакцию
15 апреля 2010 г.*