

УДК 536.4

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В СМЕШАННО-КОНВЕКЦИОННОМ ПОТОКЕ В КВАДРАТНОЙ ЯЧЕЙКЕ, ЗАПОЛНЕННОЙ НАНОЖИДКОСТЬЮ ВОДА — ЧАСТИЦЫ ОКСИДА АЛЮМИНИЯ

А. Гафури, М. Салари, А. Ф. Джозаи

Исламский университет Азад, Ахваз, Иран

E-mails: a.ghafouri@iauahvaz.ac.ir, mehdi_salari@iauahvaz.ac.ir, falavand@iauahvaz.ac.ir

Проведено численное моделирование переменной теплопроводности в смешанно-конвекционном потоке в заполненной наножидкостью вода — частицы оксида алюминия двумерной квадратной ячейке с подвижными верхней и нижней стенками. Верхняя и нижняя горизонтальные стенки ячейки теплоизолированы, в то время как на каждой боковой стенке поддерживается собственная постоянная температура. Использованы пять моделей теплопроводности, получены оценки влияния объемной температуры, размера и объемной доли наночастиц, броуновского движения, толщины межфазного слоя и других параметров на теплоперенос. С использованием конечно-разностной схемы второго порядка с центральным узлом решаются основные уравнения завихренности потока совместно с уравнениями сохранения массы и энергии. Показано, что увеличение интенсивности теплопереноса происходит в том случае, когда учитываются размеры наночастиц и объемная температура наножидкости.

Ключевые слова: наножидкость, интенсификация теплообмена, квадратная ячейка, уравнение теплопроводности.

DOI: 10.15372/PMTF20170112

Введение. Интерес к исследованию наножидкостей обусловлен появлением работ [1, 2], в которых обнаружено увеличение интенсивности теплообмена в традиционных жидких теплоносителях при добавлении в них небольшого количества металлических или других наночастиц. Наножидкости используются в солнечных батареях, теплообменниках, системах охлаждения электронной техники, при обработке материалов, выращивании кристаллов, изготовлении термополированного стекла, покрытии и закалке металлов, охлаждении ядерных реакторов [3–5]. Вследствие сложного поведения наножидкостей существует ряд экспериментальных зависимостей и теоретических моделей для оценки теплофизических свойств наножидкости. В этих моделях используются такие параметры, как размер наночастиц, объемная доля наночастиц в наножидкости, температура наножидкости, а также учитываются броуновское движение, форма наночастиц и их взаимодействие с жидкостью [6–8].

В последнее десятилетие проведено большое количество исследований смешанной и естественной конвекции в потоке и поведения жидкости в квадратных ячейках с подвижной крышкой. В работе [9] численно изучено изменение теплообмена в заполненной нано-

жидкостью камере с подвижной крышкой. Обнаружено, что наличие в основной жидкости наночастиц приводит к увеличению скорости теплообмена в ней. В [10] с помощью метода конечных элементов исследован процесс теплообмена, обусловленный наличием сил плавлучести, в двумерной камере с различным соотношением размеров стенок, заполненной наножидкостью с частицами различного типа, при числах Рэлея $Ra = 10^3 \div 5 \cdot 10^5$. Установлено, что наличие наночастиц приводит к интенсификации теплообмена и увеличению среднего числа Нуссельта во всем указанном диапазоне чисел Рэлея. В работе [11] с помощью двух вязкостных моделей проведено исследование смешанной конвекции в устойчивом ламинарном потоке в открытой и закрытой камерах, заполненных наножидкостью вода — частицы алюминия. Показано, что при использовании этих моделей значительная интенсификация теплообмена может быть достигнута путем увеличения объемной доли наночастиц при умеренных и больших значениях числа Ричардсона. В [12] проведено численное исследование характеристик теплообмена наножидкостей в двумерных прямоугольных ячейках. Обнаружено, что увеличение объемной доли наночастиц в жидкости приводит к значительному увеличению среднего значения скорости теплообмена. Кроме того, в [12] показано, что при использовании указанных выше вязкостных моделей зависимость среднего значения числа Нуссельта от объемной доли наночастиц является линейной. В [13] исследовалась естественная конвекция в устойчивом ламинарном потоке через наклонную квадратную ячейку, заполненную наножидкостью с частицами CuO . Установлено, что при добавлении наночастиц скорость теплообмена в ячейке увеличивается, причем в ячейках с малым числом Рэлея она больше. В работе [14] с использованием восьми вязкостных моделей численно исследована смешанная конвекция в ламинарном течении в заполненной наножидкостью с частицами CuO квадратной ячейке с подвижной крышкой. Обнаружено, что при уменьшении числа Ричардсона и увеличении объемной доли твердых частиц скорость теплообмена незначительно увеличивается.

Во всех указанных выше работах использовалась модель теплопроводности Максвелла-Гарнетта [15] для наножидкости, в которой не учитываются броуновское движение, размер наночастиц и зависимость теплопроводности от температуры. В ряде работ проведено сравнение моделей с переменной теплопроводностью для различных наножидкостей. В [16] исследовано влияние теплопроводности наножидкости Al_2O_3 — вода на интенсивность теплообмена в потоке с естественной конвекцией. Проведено сравнение двух моделей теплообмена [15, 17] и показано, что при $Ra \geq 10^4$ различие значений числа Нуссельта, вычисленных по моделям [15, 17], является несущественным. Однако при $Ra = 10^3$ обнаружено различие чисел Нуссельта, которое становилось более значительным при увеличении объемной доли наночастиц. Модели [15, 17] были использованы в работе [18] при моделировании смешанно-конвекционного потока в камере. Холодные вертикальные боковые стенки камеры двигались вниз, а источник тепла находился на нижней стенке. В [18] сделан вывод, что общее количество переданного тепла, вычисленное по двум разным формулам, существенно различается, причем это различие увеличивается при увеличении объемной доли наночастиц в жидкости. Аналогичные исследования проведены в работах [19–24].

В данной работе проводится сравнение моделей теплопроводности наножидкости вода — частицы оксида алюминия в условиях естественной, смешанной и вынужденной конвекции в потоке в квадратной ячейке. Для оценки полученных результатов используются экспериментальные данные [25].

1. Описание модели и исходные уравнения. На рис. 1 приведена схема квадратной двумерной ячейки со сторонами длиной L , заполненной взвесью частиц оксида алюминия в воде. Верхняя стенка движется вправо с постоянной скоростью U_m , нижняя — влево с той же скоростью. На левой стенке поддерживается постоянная температура T_h , превышающая температуру на правой холодной стенке T_c , при этом горизонтальные стенки

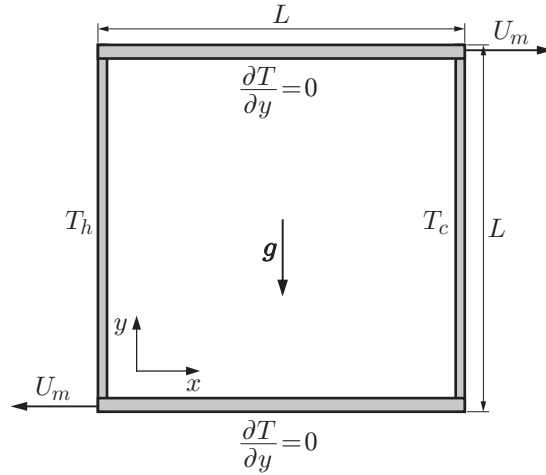


Рис. 1. Схема задачи

Таблица 1

Физические свойства основной жидкости и наночастиц [16]

Компонент наножи́дкости	c_p , Дж/(кг · К)	ρ , кг/м ³	k , Вт/(м · К)	$\beta \cdot 10^{-5}$, К ⁻¹
Вода	4179	997,1	0,613	21,00
Частицы Al ₂ O ₃	765	3970,0	25,000	0,85

Примечание. c_p — теплоемкость при постоянном давлении, ρ — плотность, k — теплопроводность, β — коэффициент теплового расширения.

теплоизолированы. Наножи́дкость в ячейке является несжимаемой ньютоновской, а течение — ламинарным. Физические свойства чистой воды и наночастиц при температуре, равной 25 °С, полагаются постоянными (табл. 1) [16], при этом изменение плотности с учетом силы плавучести определяется из уравнения Буссинеска.

Стационарные уравнения сохранения массы, импульса и энергии записываются в безразмерном виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} &= 0, \\ U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} &= -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}\nu_f} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right), \\ U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} &= -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}\nu_f} \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \frac{(\rho\beta)_{nf}}{\rho_{nf}\beta_f} \text{Ri} \theta, \\ U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} &= \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \frac{1}{\text{Re Pr}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right), \end{aligned}$$

где μ — динамическая вязкость; ν — кинематическая вязкость; α — тепловая диффузия жидкости; индекс nf соответствует наножи́дкости, f — жидкости,

$$X = \frac{x}{L}, \quad Y = \frac{y}{L}, \quad U = \frac{u}{U_m}, \quad V = \frac{v}{U_m}, \quad P = \frac{p}{\rho_{nf}U_m^2}, \quad \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c}.$$

Числа Рейнольдса Re , Прандтля Pr , Ричардсона Ri , Рэлея Ra определяются следующим образом:

$$\text{Re} = \frac{U_m L}{\nu_f}, \quad \text{Pr} = \frac{\nu_f}{\alpha_f}, \quad \text{Ri} = \frac{\text{Ra}}{\text{Pr Re}^2}, \quad \text{Ra} = \frac{g\beta_f(T_h - T_c)L^3}{\alpha_f\nu_f}.$$

В переменных функция тока Ψ — завихренность Ω исходная система уравнений записывается в виде

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -\Omega; \quad (1)$$

$$U \frac{\partial \Omega}{\partial X} + V \frac{\partial \Omega}{\partial Y} = \frac{\mu_{nf}/\mu_f}{1 - \varphi + \varphi \rho_s/\rho_f} \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial Y^2} \right) + \left(1 - \varphi + \varphi \frac{\beta_s}{\beta_f} \right) \frac{\text{Ra}}{\text{Pr Re}^2} \frac{\partial \theta}{\partial X}; \quad (2)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{k_{nf}/k_f}{1 - \varphi + \varphi(\rho c_p)_s/(\rho c_p)_f} \frac{1}{\text{Re Pr}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right), \quad (3)$$

где φ — объемная доля наночастиц,

$$\Psi = \frac{\psi}{U_m L}, \quad \Omega = \frac{\omega L}{U_m}, \quad U = \frac{\partial \Psi}{\partial Y}, \quad V = -\frac{\partial \Psi}{\partial X}.$$

Соответствующие граничные условия в безразмерных переменных записываются в следующем виде:

— на левой стенке

$$U = V = \Psi = 0, \quad \theta = 1, \quad \Omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2}; \quad (4)$$

— на правой стенке

$$U = V = \Psi = 0, \quad \theta = 0, \quad \Omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2}; \quad (5)$$

— на верхней стенке

$$V = \Psi = 0, \quad U = 1, \quad \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0, \quad \Omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2}; \quad (6)$$

— на нижней стенке

$$U = 0, \quad V = \Psi = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0, \quad \Omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2}. \quad (7)$$

2. Модель наножидкости. Существует несколько способов описания теплофизических свойств наножидкости. В уравнениях (2), (3) эффективная плотность, теплоемкость, тепловая диффузия и коэффициент теплового расширения наножидкости взяты из работы [26]:

$$\begin{aligned} \rho_{nf} &= (1 - \varphi)\rho_f + \varphi\rho_s, & (\rho c_p)_{nf} &= (1 - \varphi)(\rho c_p)_f + \varphi(\rho c_p)_s, \\ \alpha_{nf} &= k_{nf}/(\rho c_p)_{nf}, & (\rho\beta)_{nf} &= (1 - \varphi)(\rho\beta)_f + \varphi(\rho\beta)_s. \end{aligned}$$

Эффективная динамическая вязкость наножидкости частицы Al_2O_3 — вода оценивается выражением, полученным в работе [19] на основе экспериментальных данных [27]:

$$\mu_{\text{Al}_2\text{O}_3} = \exp(3,003 - 0,042\,03 T - 0,5445\varphi + 0,000\,255\,3 T^2 + 0,0524\varphi^2 - 1,622\varphi^{-1}).$$

Здесь вязкость измеряется в сантипуазах, температура — в градусах Цельсия. Предполагается, что зависимость вязкости основной жидкости (воды) от температуры имеет вид

$$\mu_f = 2,414 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{247,8/(T-140)}.$$

Эффективная теплопроводность k_{nf} определяется формулой Максвелла-Гарнетта

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + 2k_f - 2\varphi(k_f - k_s)}{k_s + 2k_f + \varphi(k_f - k_s)}, \quad (8)$$

из которой следует, что эффективная теплопроводность наножидкостей зависит от теплопроводности сферических включений, основной жидкости и от объемной доли твердых частиц.

В модели, предложенной в работе [28], учитывались размер и объемная доля частиц, зависимость теплопроводности от температуры, свойства основной жидкости и броуновское движение частиц. Выражение для эффективной теплопроводности имеет вид

$$k_{nf} = k_{st} + 5 \cdot 10^4 \beta \varphi \rho_s c_p \sqrt{k_B T / (\rho_s d_s)} f(T, \varphi),$$

где $\beta = 0,0017(100\varphi)^{-0,0841}$; $f(T, \varphi) = (-6,04\varphi + 0,4705)T + 1722,3\varphi - 134,63$; d_s — диаметр твердой частицы; k_B — постоянная Больцмана; k_{st} вычисляется по формуле (8). Это уравнение справедливо в диапазонах температур $300 \text{ K} < T < 325 \text{ K}$ и объемной доли твердых частиц $\varphi = 0,01 \div 0,04$.

В [29] сделано предположение о существовании межфазного нанослоя с линейно распределенной теплопроводностью и предложен метод моделирования теплопроводности наножидкости с учетом толщины нанослоя, размера и объемной доли наночастиц, теплопроводности основной жидкости, наночастиц и нанослоя. В данной работе предполагается, что толщина нанослоя равна 1 нм. В этом случае формула для определения эффективной теплопроводности имеет вид

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = 1 + 3\Theta\varphi_T + \frac{3\Theta^2\varphi_T^2}{1 - \Theta\varphi_T},$$

где

$$\Theta = \frac{B_{lf}[(1 + \gamma)^3 - B_{sl}/B_{fl}]}{(1 + \gamma)^3 + 2B_{sl}B_{lf}}, \quad B_{sl} = \frac{k_s - k_l}{k_s + 2k_l}, \quad B_{fl} = \frac{k_f - k_l}{k_f + 2k_l}, \quad B_{lf} = \frac{k_l - k_f}{k_l + 2k_f},$$

$$k_l = \frac{k_f M^2}{(M - \gamma) \ln(1 + M) + \gamma M}, \quad \varphi_T = \varphi(1 + \gamma)^3, \quad \gamma = \frac{2\delta}{d_s}, \quad M = \frac{k_s}{k_f}(1 + \gamma) - 1.$$

В работе [17] на основе экспериментальных данных построена эмпирическая модель с использованием пи-теоремы и метода линейной регрессии с показателем $R^2 = 95 \%$. В этом случае формула для определения эффективной теплопроводности имеет вид

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = 1 + 64,7\varphi^{0,7640} \left(\frac{d_f}{d_s}\right)^{0,3690} \left(\frac{k_s}{k_f}\right)^{0,7476} \text{Pr}_T^{0,9955} \text{Re}_T^{1,2321},$$

где

$$\text{Pr}_T = \frac{\mu_f}{\rho_f \alpha_f}, \quad \text{Re}_T = \frac{\rho_f k_B T}{3\pi \mu_f^2 l_f}, \quad l_f = \frac{1}{\sqrt{2m} \pi d_f^2},$$

$k_B = 1,3807 \cdot 10^{-23}$ Дж/К; d_f — размер молекулы жидкости (для воды $d_f = 2 \text{ \AA}$); $l_f = 0,17 \text{ нм}$ — среднее расстояние, пройденное молекулами основной жидкости [17]. В данной модели учитывается влияние размера и температуры наночастиц на теплопроводность в диапазоне $T_s = 21 \div 70 \text{ }^\circ\text{C}$. Точность расчетов по данной модели подтверждена экспериментально [30].

В работе [31] предложено следующее выражение для эффективной теплопроводности наножидкости:

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = 1 + \frac{k_s A_s}{k_f A_f} + c k_s \text{Pe} \frac{A_s}{k_f A_f}.$$

Здесь число Пекле Pe , скорость броуновского движения наночастицы u_s и отношение A_s/A_f определяются следующим образом:

$$Pe = \frac{u_s d_s}{\alpha_f}, \quad u_s = \frac{2k_B T}{\pi \mu_f d_s^2}, \quad \frac{A_s}{A_f} = \frac{d_f}{d_s} \frac{\varphi}{1 - \varphi},$$

c — экспериментальная константа, которая в настоящей работе полагается равной 25 000 [31]. Согласно данной модели увеличение удельной площади поверхности и броуновское движение являются основными факторами, вызывающими увеличение скорости теплообмена.

В работе [25] с использованием метода колебания температуры экспериментально исследовано влияние температуры и размера наночастиц на интенсивность теплообмена для наножидкостей, содержащих частицы Al_2O_3 размером 38,4 нм, при температуре $T = 21 \div 51$ °С. Показано, что увеличение отношения теплопроводностей k_{nf}/k_f на 11 ÷ 24 % может иметь место в том случае, если объемная доля наночастиц увеличивается с 1 до 4 % [24] при $T = 51$ °С. В данной работе сравниваются пять моделей, предложенных в [15, 17, 28, 29, 31], путем сравнения вычисленных значений скорости теплообмена в квадратной ячейке в случае смешанной конвекции с экспериментальными данными, полученными в [25].

3. Численный метод. Классическая теория однофазных жидкостей применима в том случае, если физические характеристики наножидкости могут быть представлены в виде функций характеристик обоих компонентов и их концентрации. При проведении численного моделирования исходные уравнения для двумерного поля скоростей и температуры (1)–(3) с учетом соответствующих граничных условий (4)–(7) аппроксимируются разностной схемой второго порядка с центральным узлом. Критерий сходимости решения определяется следующим образом:

$$\varepsilon = \frac{\sum_{j=1}^{j=M} \sum_{i=1}^{i=N} |\zeta^{n+1} - \zeta^n|}{\sum_{j=1}^{j=M} \sum_{i=1}^{i=N} |\zeta^{n+1}|} \leq 10^{-6}.$$

Здесь M, N — число узлов сетки в направлениях X и Y соответственно; величине ζ соответствуют значения функций Ψ, Ω или θ . Локальная и средняя скорости теплообмена в ячейке могут быть определены с помощью локального и среднего чисел Нуссельта. Локальное число Нуссельта Nu вычисляется вдоль левой нагретой стенки, а среднее число Нуссельта Nu_{avg} определяется путем интегрирования значения локального числа Нуссельта вдоль нагретой стенки:

$$Nu(X) = \frac{k_{nf}}{k_f} \frac{\partial \theta}{\partial X} \Big|_{X=0}, \quad Nu_{avg} = \int_0^1 Nu(X) dY.$$

Приведенное значение числа Нуссельта определяется как отношение числа Нуссельта при любой объемной доле наночастиц к числу Нуссельта для чистой воды [32]:

$$Nu_{avg}^*(\varphi) = \frac{Nu_{avg}(\varphi)}{Nu_{avg}|_{\varphi=0}}.$$

4. Сеточная сходимость метода и тестовые расчеты. Сеточная сходимость решения исследовалась с использованием шести однородных сеток размером $21 \times 21, 41 \times 41, 61 \times 61, 81 \times 81, 101 \times 101, 121 \times 121$. На рис. 2 видно, что при использовании сетки размером 81×81 решение не зависит от ее масштаба. Поэтому данная сетка используется в дальнейших вычислениях.

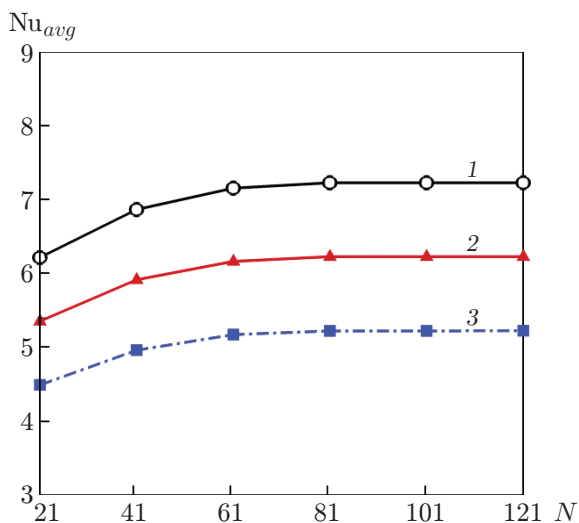


Рис. 2

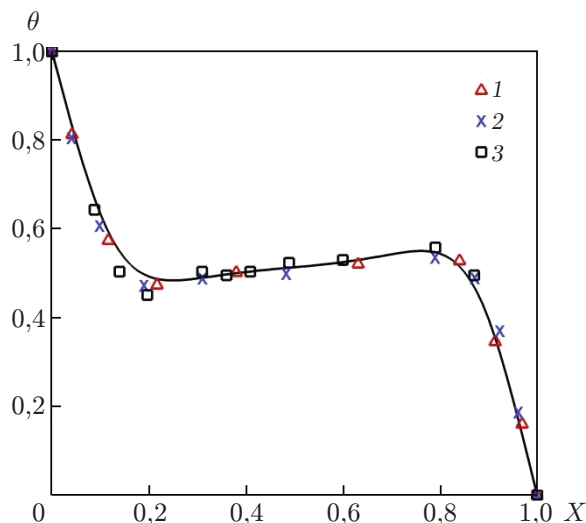


Рис. 3

Рис. 2. Зависимость среднего числа Нуссельта от числа узлов сетки при различных значениях числа Ричардсона:
 1 — $Ri = 0,1$, 2 — $Ri = 1$, 3 — $Ri = 10$

Рис. 3. Распределение температуры на левой стенке ($Ra = 10^5$, $Pr = 0,7$):
 сплошная линия — данные настоящей работы, 1 — данные [10], 2 — данные [26],
 3 — данные [33]

Таблица 2
 Средние значения числа Нуссельта на нагретой стенке

Источник	Nu_{avg}			
	$Ra = 10^3$	$Ra = 10^4$	$Ra = 10^5$	$Ra = 10^6$
Данная работа	1,123	2,246	4,521	8,984
[21]	1,120	2,242	4,514	8,790
[26]	1,118	2,245	4,522	8,826
[34]	1,052	2,302	4,646	9,012
[35]	1,108	2,201	4,430	8,754
[36]	1,118	2,243	4,519	8,799

Проведено тестирование полученного численного решения путем сравнения распределения температуры при $Ra = 10^5$, $Pr = 0,7$ с экспериментальными данными [33] и результатами численного моделирования [10, 26]. Из рис. 3 следует, что результаты расчетов, выполненных в данной работе, хорошо согласуются с результатами других работ. Исходные уравнения были решены также для случая естественной конвекции в потоке чистой жидкости в квадратной ячейке. Проведено сравнение полученных результатов с данными работ [21, 26, 34–36], показавшее, что эти результаты хорошо согласуются (табл. 2).

5. Результаты исследования и их обсуждение. Проведено численное исследование двумерной смешанной конвекции в потоке наножидкости вода — частицы Al_2O_3 в квадратной ячейке. Расчеты выполнены при $Ri = 0,1; 1,0; 10,0$, $Re = 50, 100, 150$, $\varphi = 0,01; 0,02; 0,03; 0,04$.

На рис. 4 представлены построенные с использованием моделей [15, 17] изотермы в квадратной ячейке с подвижными верхней и нижней стенками, заполненной чистой водой ($\varphi = 0$) и наножидкостью частицы Al_2O_3 — вода с объемной долей твердых ча-

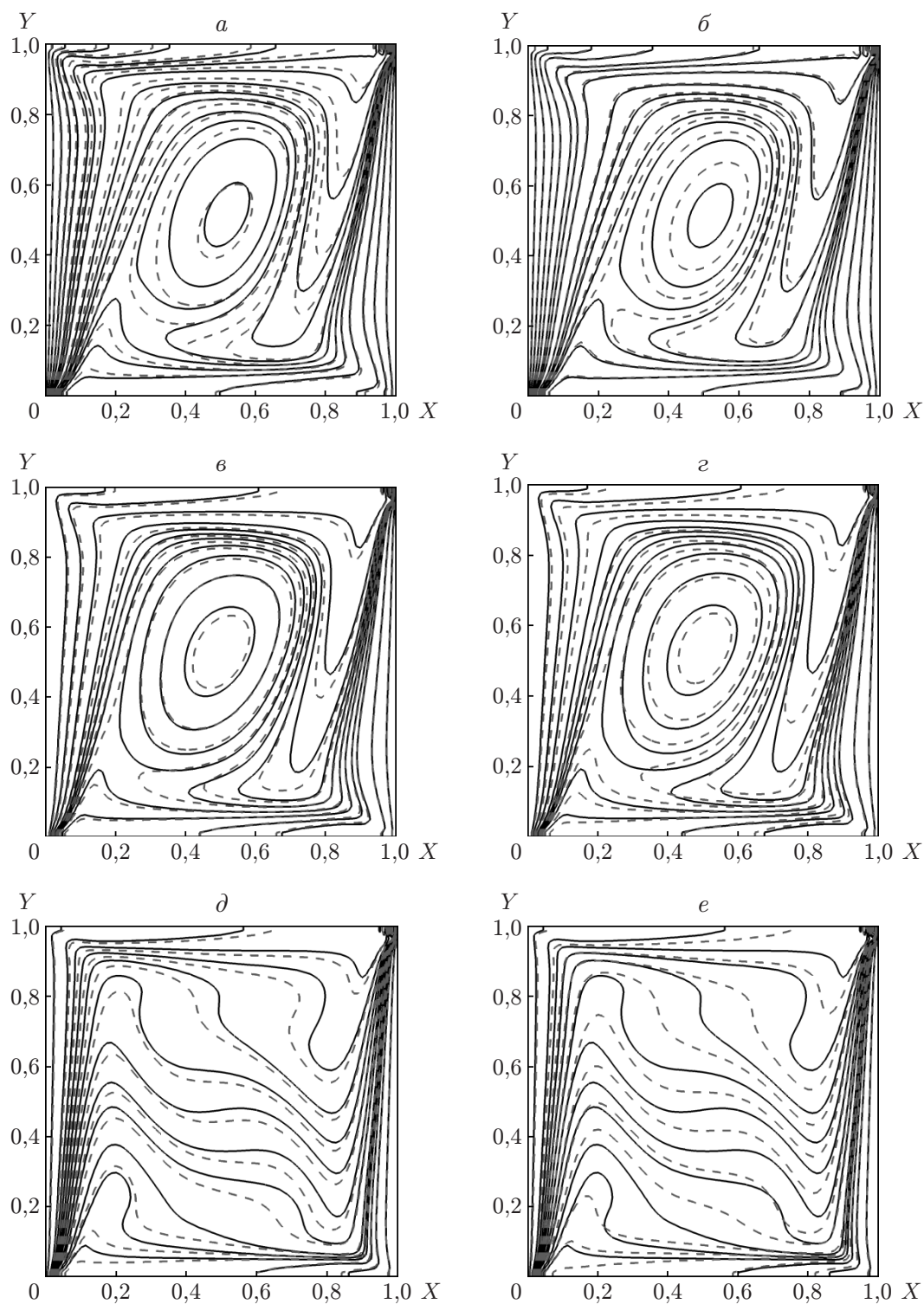


Рис. 4. Изотермы, построенные с использованием модели [15] (*a*, *в*, *д*) и модели [17] (*б*, *г*, *е*):

a, *б* — $Ri = 0,1$, *в*, *г* — $Ri = 1$, *д*, *е* — $Ri = 10$; сплошные линии — $\varphi = 0$, штриховые — $\varphi = 4\%$

стиц $\varphi = 4\%$, при различных значениях числа Ричардсона. При малых значениях числа Ричардсона ($Ri = 0,1$, режим вынужденной конвекции) влияние сил плавучести подавляется механическим и сдвиговым воздействием на жидкость движущихся верхней и нижней стенок (см. рис. 4, *a, б*). Изотермы сгруппированы вдоль вертикальных стенок ячейки, т. е. нагретая жидкость движется горизонтально по направлению к правой стенке. В данном случае в центре ячейки наблюдаются изотермы овальной формы. При умеренных значениях числа Ричардсона ($Ri = 1$, режим смешанной конвекции) влияние сил плавучести сравнимо с механическим и сдвиговым воздействием на жидкость движущихся верхней и нижней стенок (см. рис. 4, *в, г*), однако картина изотерм при этом не меняется. При больших значениях числа Ричардсона ($Ri = 10$, режим естественной конвекции) наличие твердых частиц приводит к увеличению скорости теплопереноса. В этом случае изотермы распределены по всей ячейке более равномерно (см. рис. 4, *д, е*).

Следует отметить, что в случае расчета методом [15] при $Ri = 0,1$ и $\varphi_{Al_2O_3} = 4\%$ форма изотерм меняется незначительно, в то время как в случае расчета по модели [17] их форма существенно меняется, а градиент температуры на правой стенке увеличивается. Аналогичная ситуация имеет место в случае $Ri = 1$. Очевидно, что при больших значениях числа Ричардсона ($Ri = 10$) наличие твердых частиц оказывает более существенное влияние на форму изотерм и приводит к увеличению градиента температуры на правой стенке, причем при использовании модели [17] это увеличение более значительное, чем при использовании модели [15].

На рис. 5 показаны зависимости среднего и приведенного значений числа Нуссельта от объемной доли наночастиц при $Re = 100$. Из рис. 5 следует, что среднее значение числа Нуссельта увеличивается при увеличении объемной доли наночастиц от значения $\varphi = 0$ до значения $\varphi = 4\%$. При $\varphi = 2\%$ результат, полученный с использованием модели [17], лучше согласуется с экспериментальными данными [25]. При $\varphi = 3\%$ значения числа Нуссельта, полученные в результате расчетов по модели [17], больше экспериментальных значений [25].

При $\varphi = 4\%$, $Ri = 0,1$ наибольшее и наименьшее экспериментальные значения числа Нуссельта отличаются от соответствующих значений, полученных с использованием моделей [17, 15], на 12 и 5% соответственно (см. рис. 5, *a, б*). Наибольшее среднее значение числа Нуссельта ($Nu_{avg} = 8,1$) имеет место в случае вынужденной конвекции при использовании модели теплопроводности [17], в которой учитываются броуновское движение, температура и размер наночастиц. На рис. 5, *в, г* видно, что при $Ri = 1$ наибольшее и наименьшее экспериментальные значения числа Нуссельта отличаются от соответствующих значений, полученных с использованием моделей [17, 15], на 13 и 5% соответственно. На рис. 5, *д, е* видно, что наибольшее и наименьшее экспериментальные значения числа Нуссельта отличаются от полученных с использованием моделей [17, 15], на 26 и 18% соответственно. В данном случае экспериментальные данные [25] и результаты расчетов по модели [28] согласуются с данными [17]. При использовании модели [31] число Нуссельта увеличивается на 23%.

Проведено сравнение средних значений числа Нуссельта на левой стенке квадратной ячейки, полученных с использованием пяти моделей теплопроводности, с экспериментальными данными [37] для течения с естественной конвекцией, при этом число Рэлея изменялось в диапазоне $Ra = 7,55 \cdot 10^5 \div 9,70 \cdot 10^8$ (табл. 3). Сравнение данных, приведенных в табл. 3, показывает, что результаты расчетов с использованием моделей [17, 28] лучше согласуются с экспериментальными данными [37], поскольку в этих моделях учитываются размер наночастиц и объемная температура наножидкости.

На рис. 6, *a, б* показаны зависимости среднего и приведенного значений числа Нуссельта от числа Ричардсона, полученные с использованием различных моделей теплопровод-

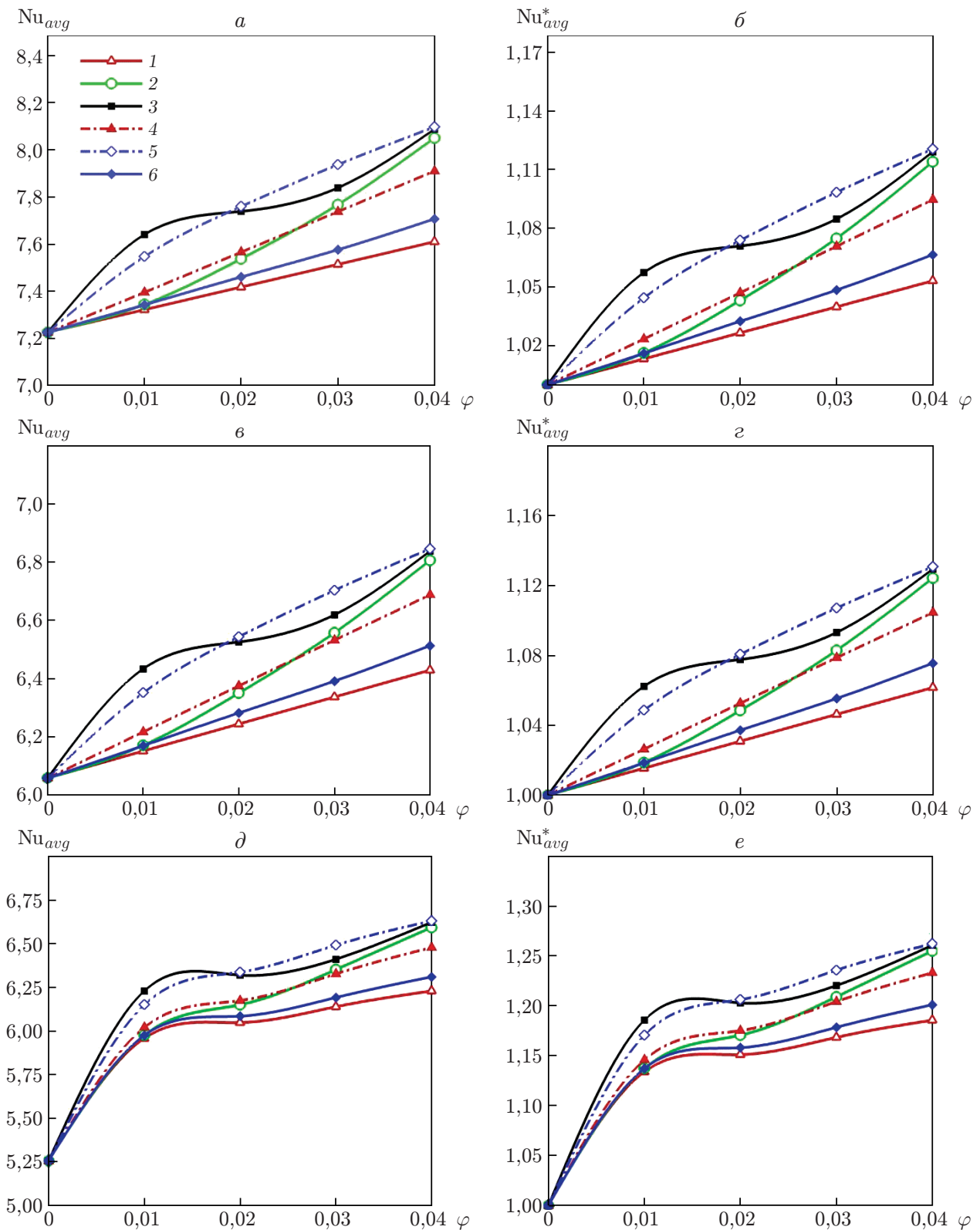


Рис. 5. Зависимости среднего (*a*, *в*, *д*) и приведенного (*б*, *г*, *е*) значений числа Нуссельта от объемной доли наночастиц:

1 — расчет по модели [15], 2 — расчет по модели [28], 3 — экспериментальные данные [25], 4 — расчет по модели [31], 5 — расчет по модели [17], 6 — расчет по модели [29]

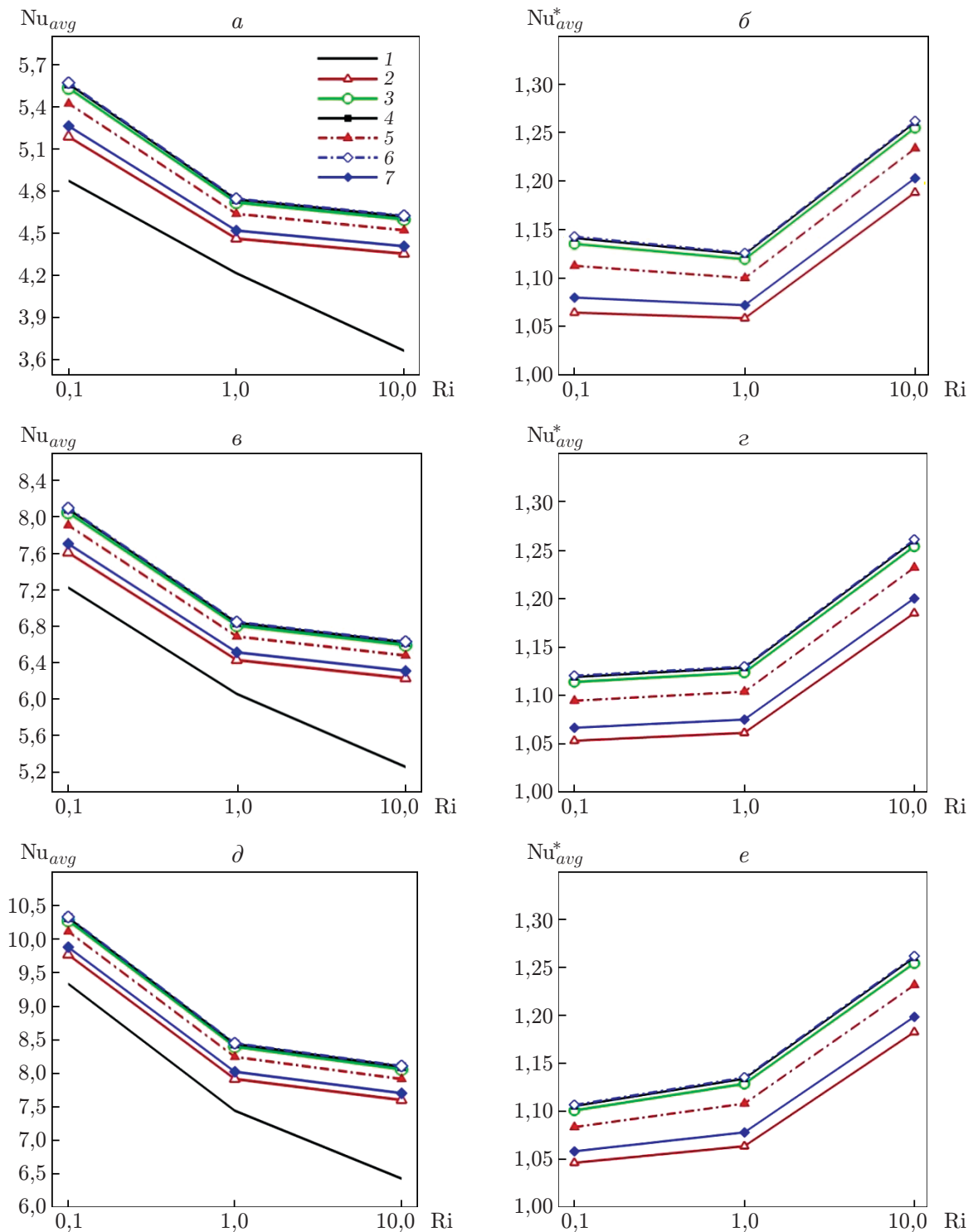


Рис. 6. Зависимости среднего (*a*, *б*, *д*) и приведенного (*б*, *з*, *е*) значений числа Нуссельта от числа Ричардсона при $Re = 100$:

1 — расчет, выполненный в данной работе для чистой жидкости, 2 — расчет по модели [15], 3 — расчет по модели [28], 4 — экспериментальные данные [25], 5 — расчет по модели [31], 6 — расчет по модели [17], 7 — расчет по модели [29]

Таблица 3

Средние значения числа Нуссельта, полученные по различным моделям и в экспериментах [37], при $\varphi = 0,1 \%$

Эксперимент и расчетная модель	Nu _{avg}			δ _{ave} , %
	Ra = 7,55 · 10 ⁵	Ra = 1,05 · 10 ⁷	Ra = 9,7 · 10 ⁸	
Эксперимент [37]	7,6587	14,8723	29,9072	—
Модель [15]	7,3296	14,2410	28,1299	5,22
Модель [28]	7,4534	14,7344	29,7715	0,91
Модель [29]	7,3739	14,3631	28,4961	4,20
Модель [17]	7,6803	15,0611	29,9447	0,47
Модель [31]	7,3739	14,3631	28,4961	1,07

Примечание. δ_{avg} — средняя погрешность.

ности наножидкости, при Re = 50. Видно, что при данном режиме течения с увеличением числа Ричардсона среднее значение числа Нуссельта уменьшается, в то время как приведенное значение числа Нуссельта Nu_{avg}^{*} сначала уменьшается, а затем увеличивается, достигая максимума. При Ri = 0,1 наибольшее и наименьшее экспериментальные значения числа Нуссельта отличаются от соответствующих значений, полученных с использованием модели [17], на 5,6 и 5,2 % соответственно. При Re = 50 в случае естественной конвекции наблюдается наиболее существенное увеличение (на 26 %) отношения среднего значения числа Нуссельта к полученному по модели [17].

На рис. 6, в-е показаны зависимости среднего и приведенного значений числа Нуссельта от числа Ричардсона, полученные с использованием различных моделей теплопроводности наножидкости, при Re = 100, 150. Видно, что при увеличении Ri среднее значение числа Нуссельта уменьшается, а приведенное увеличивается. Этот результат показывает, что средние и приведенные значения числа Нуссельта, полученные с использованием модели [17], значительно больше соответствующих значений, полученных по другим моделям и в эксперименте.

На рис. 7 представлена зависимость приведенного значения числа Нуссельта от числа Ричардсона при различных значениях числа Рейнольдса. Следует отметить, что при Ri = 10 приведенное значение числа Нуссельта слабо зависит от числа Рейнольдса, а при Ri = 0,1 — существенно зависит от него.

6. Выводы. В работе численно изучен теплоперенос в случае смешанной конвекции в ламинарном потоке в двумерной квадратной ячейке, заполненной наножидкостью частицы Al₂O₃ — вода. Проведенное исследование позволяет сделать следующие выводы.

Число Нуссельта и, следовательно, поток тепла от левой стенки увеличиваются при увеличении объемной доли наночастиц.

При уменьшении числа Ричардсона и постоянных значениях других параметров скорость теплообмена в квадратной ячейке увеличивается.

При малых числах Ричардсона приведенное число Нуссельта более существенно зависит от числа Рейнольдса и модели теплопроводности.

Увеличение скорости теплопереноса является наименьшим при использовании модели Максвелла-Гарнетта [15]. Следовательно, этот метод неадекватно описывает теплопроводность наножидкости.

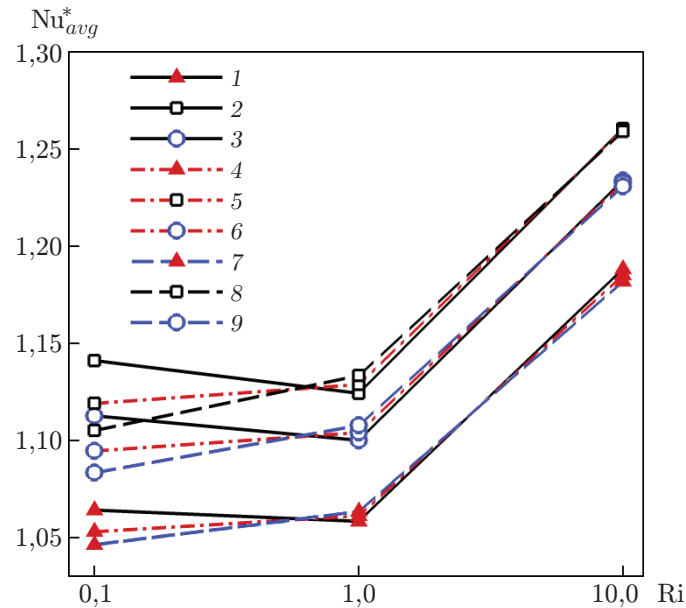


Рис. 7. Зависимость приведенного числа Нуссельта от числа Ричардсона при различных значениях числа Рейнольдса:

сплошные линии — $Re = 50$, штрихпунктирные — $Re = 100$, штриховые — $Re = 150$;
 1, 4, 7 — расчет по модели [15], 2, 5, 8 — экспериментальные данные [25], 3, 6, 9 — расчет по модели [31]

Результаты расчетов с использованием моделей теплопроводности [17, 28] лучше согласуются с экспериментальными данными [25, 37] по сравнению с результатами расчетов, полученными по другим моделям.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Choi S. U. S.** Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles // Developments and applied of non-Newtonian flows. N. Y.: ASME, 1995. V. 231. P. 99–105.
2. **Eastman J. A., Choi S. U. S., Li S., et al.** Anomalous increased effective thermal conductivities of ethylene glycol-based nanofluids containing copper nanoparticles // Appl. Phys. Lett. 2001. V. 78, iss. 6. P. 718–720.
3. **Kakac S., Pramuanjaroenkij A.** Review of convective heat transfer enhancement with nanofluids // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2009. V. 52. P. 3187–3196.
4. **Saidur R., Leong K. Y., Mohammad H. A.** A review on applications and challenges of nanofluids // Renewable Sustainable Energy Rev. 2011. V. 15. P. 1646–1668.
5. **Khanafar K., Vafai K.** A critical synthesis of thermophysical characteristics of nanofluids // Intern. J. Heat Technol. 2011. V. 54. P. 4410–4428.
6. **Terekhov V. I., Kalinina S. V., Lemanov V. V.** The mechanism of heat transfer in nanofluids: state of the art (review). 1. Synthesis and properties of nanofluids // Thermophys. Aeromech. 2010. V. 17, N 1. P. 1–14.
7. **Mahbubul I. M., Saidur R., Amalina M. A.** Latest developments on the viscosity of nanofluids // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2012. V. 55. P. 874–885.
8. **Mukesh Kumar P. C., Kumar J., Suresh S.** Review on nanofluid theoretical viscosity models // Intern. J. Engng Innovat. Res. 2012. V. 1, N 2. P. 128–134.

9. **Tiwari R. K., Das M. K.** Heat transfer augmentation in a two-sided lid-driven differentially heated square cavity utilizing nanofluids // *Intern. J. Heat Mass Transfer*. 2007. V. 50. P. 2002–2018.
10. **Oztop H. F., Abu-Nada E.** Numerical study of natural convection in partially heated rectangular enclosures filled with nanofluids // *Intern. J. Heat Fluid Flow*. 2008. V. 29. P. 1326–1336.
11. **Chamkha A. J., Abu-Nada E.** Mixed convection flow in single and double-lid driven square cavities filled with water — Al_2O_3 nanofluid: effect of viscosity models // *Eur. J. Mech. B. Fluids*. 2012. V. 36. P. 82–96.
12. **Sheikhzadeh G. A., Hajjaligol N., Ebrahim Qomi M., Fattahi A.** Laminar mixed convection of Cu — water nano-fluid in twosided lid-driven enclosures // *J. Nanostructure*. 2012. V. 1. P. 44–53.
13. **Oztop H. F., Mobedi M., Abu-Nada E., Pop I.** A heatline analysis of natural convection in a square inclined enclosure filled with a CuO nanofluid under non-uniform wall heating condition // *Intern. J. Heat Mass Transfer*. 2012. V. 55. P. 5076–5086.
14. **Ghafouri A., Salari M.** Numerical investigation of the heat transfer enhancement using various viscosity models in chamber filled with water — CuO nanofluid // *J. Brazilian Soc. Mech. Sci. Engng*. 2014. V. 36, iss. 4. P. 825–836. DOI: 10.1007/s40430-013-0091-1.
15. **Maxwell-Garnett J. C.** Colours in metal glasses and in metallic films // *Philos. Trans. Roy. Soc. London. Ser. A*. 1904. V. 203. P. 385–420.
16. **Abu-Nada E.** Effects of variable viscosity and thermal conductivity of Al_2O_3 — water nanofluid on heat transfer enhancement in natural convection // *Intern. J. Heat Fluid Flow*. 2009. V. 30. P. 679–690.
17. **Chon C. H., Kihm K. D., Lee S. P., Choi S. U. S.** Empirical correlation finding the role of temperature and particle size for nanofluid (Al_2O_3) thermal conductivity enhancement // *Appl. Phys. Lett*. 2005. V. 87, iss. 15. 153107.
18. **Sebdani S. M., Mahmoodi M., Hashemi S. M.** Effect of nanofluid variable properties on mixed convection in a square cavity // *Intern. J. Thermal Sci*. 2012. V. 52. P. 112–126.
19. **Abu-Nada E., Masoud Z., Oztop H. F., Campo A.** Effect of nanofluid variable properties on natural convection in enclosures // *Intern. J. Thermal Sci*. 2010. V. 49. P. 479–491.
20. **Terekhov V. I., Kalinina S. V., Lemanov V. V.** The mechanism of heat transfer in nanofluids: state of the art (review). 2. Convective heat transfer // *Thermophys. Aeromech*. 2010. V. 17, N 2. P. 157–171.
21. **Sheikhzadeh G. A., Ebrahim Qomi M., Hajjaligol N., Fattahi A.** Numerical study of mixed convection flows in a lid-driven enclosure filled with nanofluid using variable properties // *Results Phys*. 2012. V. 2. P. 5–13.
22. **Parvin S., Nasrin R., Alim M. A., et al.** Thermal conductivity variation on natural convection flow of water — alumina nanofluid in an annulus // *Intern. J. Heat Mass Transfer*. 2012. V. 55. P. 5268–5274.
23. **Pourmahmoud N., Ghafouri A., Mirzaee I.** Numerical study of mixed convection heat transfer in lid-driven cavity using nanofluid; effect of type and model of nanofluid // *J. Thermal Sci*. 2015. V. 19, N 5. P. 1575–1590.
24. **Pourmahmoud N., Ghafouri A., Mirzaee I.** Numerical comparison of viscosity models on mixed convection in double lid-driven cavity utilized CuO — water nanofluid // *J. Thermal Sci*. 2016. V. 20, N 1. P. 347–358.
25. **Das S. K., Putra N., Thiesen P., Roetzel W.** Temperature dependence of thermal conductivity enhancement for nanofluids // *J. Heat Transfer*. 2003. V. 125. P. 567–574.

26. **Khanafar K., Vafai K., Lightstone M.** Buoyancy-driven heat transfer enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluids // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2003. V. 46. P. 3639–3653.
27. **Nguyen C. T., Desgranges F., Roy G., et al.** Temperature and particle-size dependent viscosity data for water based nanofluids-hysteresis phenomenon // Intern. J. Heat Fluid Flow. 2007. V. 28. P. 1492–1506.
28. **Koo J., Kleinstreuer C.** A new thermal conductivity model for nanofluids // J. Nanoparticle Res. 2004. V. 6. P. 577–588.
29. **Xie H., Fujii M., Zhang X.** Effect of interfacial nanolayer on the effective thermal conductivity of nanoparticle-fluid mixture // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2005. V. 48. P. 2926–2932.
30. **Angue Minsta H., Roy G., Nguyen C. T., Doucet D.** New temperature and conductivity data for water-based nanofluids // Intern. J. Thermal Sci. 2008. V. 48, N 2. P. 363–373.
31. **Patel H. E., Pradeep T., Sundararajan T., et al.** A micro-convection model for thermal conductivity of nanofluid // Pramana J. Phys. 2005. V. 65. P. 863–869.
32. **Abu-Nada E.** Effects of variable viscosity and thermal conductivity of CuO — water nanofluid on heat transfer enhancement in natural convection: mathematical model and simulation // J. Heat Transfer. 2010. V. 132. 052401.
33. **Krane R. J., Jessee J.** Some detailed field measurements for a natural convection flow in a vertical square enclosure // Proc. of the 1st ASME-JSME thermal engineering joint conf. Honolulu: S. n., 1983. V. 1. P. 323–329.
34. **Fusegi T., Hyun J. M., Kuwahara K., Farouk B.** A numerical study of three dimensional natural convection in a differentially heated cubical enclosure // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1991. V. 34. P. 1543–1557.
35. **Markatos N. C., Pericleous K. A.** Laminar and turbulent natural convection in an enclosed cavity // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1984. V. 27. P. 772–775.
36. **De Vahl Davis G.** Natural convection of air in a square cavity, a benchmark numerical solution // Intern. J. Numer. Methods Fluids. 1983. V. 3. P. 249–264.
37. **Ho C. J., Liu W. K., Chang Y. S., Lin C. C.** Natural convection heat transfer of alumina — water nanofluid in vertical square enclosures: An experimental study // Intern. J. Thermal Sci. 2010. V. 49. P. 1345–1353.

*Поступила в редакцию 5/V 2014 г.,
в окончательном варианте — 29/XII 2014 г.*
