

О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН С ГОРЯЩЕЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ КОНДЕНСИРОВАННЫХ СИСТЕМ

С. С. Новиков, Ю. С. Рязанцев

(Москва)

Основным вопросом линейной теории акустической устойчивости горения конденсированных систем является вопрос о возможности усиления акустических волн давления при отражении от горячей поверхности. Исследование отражения акустических волн сводится к изучению перестройки физико-химических процессов в зоне горения, вызванной гармоническими возмущениями давления, и расчету акустического возмущения скорости оттока газа от горячей поверхности. Отражательная способность зоны горения характеризуется величиной акустической проводимости.

Решение задачи об акустической проводимости горячей поверхности в точной постановке провести не удается из-за сложности процессов в зоне горения конденсированной системы, которые даже в стационарном случае не поддаются достаточно строгому аналитическому описанию. При анализе используются упрощенные модели зоны горения, учитывающие лишь наиболее существенные особенности механизма горения конденсированных систем [1-7].

Подробное исследование вопроса об акустической проводимости горячей поверхности выполнено в работах [1, 2, 6]. В числе других предположений о зоне горения в работах [1, 2] содержится гипотеза о постоянстве температуры горения в нестационарных условиях. Можно показать, что это возможно лишь при условии, когда величина полного тепловыделения в зоне горения в нестационарных условиях не остается постоянной и в некоторые моменты времени превышает начальное теплосодержание твердого топлива, т. е. величину теплового эффекта реакции горения. Такое положение едва ли можно физически оправдать.

В работе [5] акустическая проводимость горячей поверхности была рассчитана на основе разработанной Я. Б. Зельдовичем теории горения конденсированных систем при переменном давлении [8].

При этом не принималась во внимание экзотермическая химическая реакция в конденсированной фазе (k -фаза) и ее влияние на скорость горения и не учитывалось изменение температуры поверхности k -фазы в нестационарных условиях.

Цель данной работы — получение формулы акустической проводимости горячей поверхности с учетом этих факторов. В отличие от [1, 2], ниже, так же как и в [5], принято, что в нестационарных условиях постоянно полное тепловыделение, а не температура горения. Это и некоторые другие различия в модели стационарного горения приводят к тому, что полученные результаты отличаются от выводов работ [1, 2].

Задача решается в предположении, что период акустических колебаний велик по сравнению с характерным временем процессов в газе и зоне химической реакции k -фазы (квазистационарное приближение). Такой подход оправдан до частот порядка 10^4 *гц*. Этот диапазон частот в основном включает частоты, характерные для вибрационных режимов горения порохов.

Исследование отражения от горячей поверхности акустических волн с частотой более 10^4 *гц* требует учета инерционности процессов в газе и реакционных зонах.

В рассматриваемом интервале частот размеры зоны горения в газе много меньше длины акустической волны, поэтому с большой точностью можно считать, что колебания давления в пределах зоны горения не зависят от пространственной координаты.

§ 1. Модель зоны горения. Приближенно представим зону горения конденсированной системы в виде нескольких областей: 1 — тепловой слой в k -фазе, где не происходит химических реакций, 2 — зона с химической реакцией в k -фазе, прилегающая к поверхности раздела фаз, 3 — область прогрева в газе, где не протекают химические реакции, 4 — реакционная зона в газе, 5 — газообразные продукты сгорания. Схема зоны горения показана на фиг. 1.

Для большинства конденсированных систем характерные времена протекания процессов в областях 1-4 таковы [1]: $\tau_1 \approx 0.3 \cdot 10^{-3}$ *сек*, $\tau_2 \approx 7 \cdot 10^{-6}$ *сек*, $\tau_3 \approx 2 \cdot 10^{-5}$ *сек*, $\tau_4 \approx 10^{-6}$ *сек*.

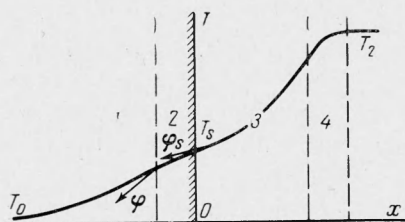
Наиболее медленными являются процессы в тепловом слое k -фазы. При частотах до $n \approx 10^4$ гц можно считать, что нестационарные процессы в зоне 2—4 зависят от времени параметрически через граничные условия.

Предполагается, что температурные зависимости скоростей химических реакций $\Phi_1(T)$ и $\Phi_2(T)$ в k -фазе и газе таковы, что реакции в основном протекают в узких интервалах температур вблизи температуры поверхности T_s и температуры горения T_2 . Это предположение справедливо при достаточно больших значениях энергий активации реакций в k -фазе E_s и газе E_2 , $E_s \gg RT_s$, $E_2 \gg RT_2$ (R — газовая постоянная). Принимается, что величины тепловыделения, т. е. полнота химической реакции, в реакционных зонах не изменяются под действием акустического поля и остаются равными Q_1 и Q_2 соответственно.

Установим далее уравнения, связывающие линейные возмущения параметров в областях 1—4 при гармонических колебаниях давления.

§ 2. Зона прогресса в k -фазе. Тепловые процессы в зоне прогресса k -фазы описываются нестационарным уравнением теплопроводности без тепловых источников. Стационарное распределение температуры есть так называемый профиль Михельсона

$$T(x) = T_0 + (T_s - T_0) \exp\left(\frac{U}{\kappa} x\right) \quad (2.1)$$



Фиг. 1

Здесь T_0 — начальная температура k -фазы, U — линейная скорость горения, κ — коэффициент теплопроводности, T_s — температура поверхности k -фазы. Протяженность зоны реакции в k -фазе и разность температур на ее границах малы, поэтому при выводе уравнений для теплового слоя k -фазы принято, что область 2 является поверхностью, совпадающей с поверхностью твердого топлива ($x = 0$).

Если давление и скорость горения испытывают малые гармонические возмущения с частотой ω , то распределение температуры в k -фазе отличается от стационарного профиля (2.1) на малую величину $\delta T(x) \exp(i\omega t)$.

Уравнение для амплитуды возмущения температуры имеет вид

$$\kappa \frac{d^2 \delta T}{dx^2} - U \frac{d \delta T}{dx} - i\omega \delta T = \frac{U}{\kappa} (T_s - T_0) \delta U \exp\left(\frac{U}{\kappa} x\right) \quad (2.2)$$

Здесь δU — амплитуда возмущения скорости горения.

Запишем решение уравнения (2.2), удовлетворяющее граничным условиям $\delta T(-\infty) = 0$, $\delta T(0) = \delta T_s$, где δT_s — амплитуда возмущения температуры поверхности k -фазы в нестационарных условиях

$$\delta T(x) = (\delta T_s - i \frac{\Phi}{\omega} \delta U) \exp\left(\frac{U}{2} \frac{\beta_1}{\kappa} x\right) + i \frac{\Phi}{\omega} \delta U \exp\left(\frac{U}{\kappa} x\right) \\ \beta_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1 + 4i\Omega}, \quad \Omega = \frac{\kappa\omega}{U^2}, \quad \Phi = \frac{U}{\kappa} (T_s - T_0) \quad (2.3)$$

Дифференцируя (2.3) и полагая $x = 0$, устанавливаем связь между амплитудами возмущений температуры δT_s , градиента температуры $\delta \varphi$ и массовой скорости горения δm на «горячей» границе теплового слоя в нестационарных условиях

$$\frac{\delta \varphi}{\varphi} - \frac{\beta_1}{2} \frac{\delta T_s}{T_s - T_0} + \frac{i\beta_2}{2\Omega} \frac{\delta m}{m} \quad (2.4)$$

($m = \rho_1 U$, $\delta m = \rho_1 \delta U$, $\rho_1 = \text{const}$ — плотность k -фазы).

§ 3. Реакционная зона в k -фазе. Примем, что вблизи поверхности k -фазы протекает химическая реакция нулевого порядка. В квазистационарном приближении тепловые процессы в реакционной зоне описываются стационарным уравнением теплопроводности. При получении связи между возмущениями в этой зоне воспользуемся соотношениями для скорости стационарного распространения фронта экзотермической химической реакции в k -фазе [9]. Приближенные уравнения для скорости фронта реакции могут быть записаны в виде

$$\lambda^2 \varphi^2 - \lambda^2 \varphi_s^2 = 2\lambda Q_1 \rho_1 \int_{T_0}^{T_s} \Phi_1(T) dT, \quad \lambda \varphi - \lambda \varphi_s = m Q_1 \quad (3.1)$$

Здесь φ, φ_s — градиенты температуры на границах реакционной зоны, λ — коэффициент теплопроводности, m — массовая скорость газификации. После линеаризации из (3.1) находим уравнение, связывающее возмущение скорости с возмущениями температуры и градиента температуры на поверхности k -фазы, c_1 — теплоемкость k -фазы.

$$(1 - \mu) \frac{\delta m}{m} - z_1 \frac{\delta T_s}{T_s - T_0} + \frac{\delta \varphi}{\varphi} = 0, \quad \mu = \frac{Q_1}{c_1 (T_s - T_0)}, \quad z_1 = \frac{\lambda \Phi_1(T_s)}{m^2 c_1} \quad (3.2)$$

§ 4. Тепловой слой в газе. В рассматриваемом квазистационарном приближении уравнение баланса энергии в области 2—4 имеет вид

$$m (c_1 T_s + Q_1 + Q_2) - \lambda \varphi = m c_2 T_2 \quad (4.1)$$

Здесь c_2 — теплоемкость газа, T_2 — температура пламени. Линеаризируя это уравнение, получаем

$$\frac{\delta m}{m} + \frac{\delta T_s}{T_s - T_0} - \frac{1}{\tau} \frac{\delta T_2}{T_2} - \frac{\delta \varphi}{\varphi} = 0, \quad \tau = \frac{c_1 (T_s - T_0)}{c_2 T_2} \quad (4.2)$$

§ 5. Зона химической реакции в газе. Соотношения между возмущениями в зоне 4 установим, считая известной стационарную зависимость массовой скорости распространения фронта пламени в газе $m = m(p, T_2)$, которая может быть определена из эксперимента или теоретически, например по формуле Я. Б. Зельдовича — Д. А. Франк-Каменецкого.

Для малых возмущений найдем

$$\frac{\delta m}{m} = v \frac{\delta p}{p} + \frac{\varepsilon}{\tau} \frac{\delta T_2}{T_2}, \quad \varepsilon = \left(\frac{\partial \ln U}{\partial T_0} \right)_p (T_s - T_0), \quad v = \left(\frac{\partial \ln U}{\partial \ln p} \right)_{T_0} \quad (5.1)$$

§ 6. Акустическая проводимость. В рассматриваемом интервале частот длина акустической волны много больше ширины зоны горения, поэтому при исследовании акустических свойств горячей поверхности k -фазы зону горения можно считать бесконечно тонкой, совпадающей с поверхностью k -фазы, и характеризовать ее акустические свойства величиной акустической проводимости.

$$\zeta = -\rho c \frac{\delta u}{\delta p} \quad (6.1)$$

Здесь δp — акустическое давление в зоне горения, c — скорость звука, ρ — плотность газа, δu — акустическое возмущение скорости газа на «горячей» границе зоны горения.

Для нахождения явного вида функции $\zeta(\omega)$ необходимо установить связь между величинами $\delta u, \delta p$, используя уравнения, описывающие перестройку зоны горения под действием гармонических колебаний давления.

Следует учитывать, что взаимодействие акустической волны с горячей поверхностью приводит к возникновению таких возмущений плотности и

температуры, которые не могут быть унесены только отраженной акустической волной. Отражение акустической волны сопровождается образованием энтропийной волны, распространяющейся со скоростью потока газа [7,10]. Формула, связывающая акустическое возмущение скорости газа с возмущениями термодинамических переменных на «горячей» границе зоны при наличии энтропийной волны, имеет вид [5]

$$\frac{\delta u}{u} - \frac{\delta m}{m} + \frac{\delta p}{p} - \frac{\delta T_2}{T_2} = 0 \quad (6.2)$$

Воспользовавшись уравнениями (2.4), (3.1) — (3.2), выразим величины δm и δT_2 через δp . Подставив найденные соотношения в уравнение (6.2), установим связь δu с δp .

Далее, после подстановки зависимости δm от δp в формулу (6.1), получим выражение для акустической проводимости поверхности горения

$$\zeta = \frac{u}{\gamma c} \left\{ 1 - v + v(\tau + \varepsilon) \frac{1 - Z + (2 - \beta_1)(2 - \mu) [2(z_1 - 1)]^{-1}}{(1 - Z)\varepsilon - 1 + (2 - \beta_1)(2\varepsilon - \varepsilon\mu - 1) [2(z_1 - 1)]^{-1}} \right\} \quad (6.3)$$

$$Z = \frac{\sqrt{1 + 4i\Omega}}{2i\Omega}, \quad \gamma = \frac{c_p}{c_v}$$

Здесь c_p , c_v — теплоемкости газообразных продуктов сгорания при постоянных давлении и температуре. Возникновение акустической неустойчивости горения конденсированных систем связано с возможностью усиления акустических волн при отражении от горячей поверхности. Критерием усиления является знак действительной части акустической проводимости, которая может быть представлена в виде

$$\operatorname{Re} \left(\frac{c}{\gamma u} \zeta \right) = R = \frac{-f_1(x, \varepsilon, v, \tau) + 2Bbx(x^2 - 1)(x - x_1)}{f_2(x, \varepsilon) + 2b^2x(x^2 - 1)(x - x_2)} \quad (6.4)$$

$$x_1 = \frac{(z_1 - 1) [(2 - \mu)(2\varepsilon - v\varepsilon + v\tau) - 2(2 - \mu)\varepsilon(\varepsilon + v\tau) - (1 - v)(2 - \varepsilon) + \varepsilon + v\tau]}{[(2 - \mu)(\varepsilon + v\tau) - (1 - v)][1 - \varepsilon(2 - \mu)]}$$

$$x_2 = \frac{2(\varepsilon - 1)(z_1 - 1)}{(2 - \mu)\varepsilon - 1}, \quad x = \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2}(1 + 16\Omega^2)^{1/2} \right]^{1/2}$$

$$f_1(x) = a_1x^2 + b_1x + c_1, \quad a_1 = (1 - \varepsilon)[v(1 + \tau) - (1 - \varepsilon)]$$

$$b_1 = v(1 + \varepsilon\tau) - (1 - \varepsilon^2), \quad c_1 = \varepsilon(v - 2) - v\tau$$

$$f_2(x) = (1 - \varepsilon)^2x^2 + (1 - \varepsilon^2)x + 2\varepsilon$$

$$B = \frac{(2 - \mu)(\varepsilon + v\tau) - (1 - v)}{2(z_1 - 1)}, \quad b = \frac{\varepsilon(2 - \mu) - 1}{2(z_1 - 1)}$$

Усиление акустических волн при отражении от горячей поверхности конденсированной системы имеет место, если

$$\operatorname{Re} \left(\frac{c}{\gamma u} \zeta \right) < 0$$

Подстановка в формулу (6.4) конкретных значений параметров ε , v , τ , μ , z_1 , характеризующих некоторый стационарный режим горения, и последующий анализ знака R при различных значениях x , а следовательно частоты колебаний, позволяют установить область частот, в которой поверхность горения усиливает акустические волны.

Отметим, что формула акустической проводимости горячей поверхности, установленная в работе [5], следует из (6.4) при $z_1 \rightarrow \infty$. Соответствующее выражение для действительной части акустической проводимости имеет вид

$$\operatorname{Re} \left(\frac{c}{\gamma u} \zeta \right)_{z_1 = \infty} = R_1 = - \frac{f_1(x, \varepsilon, v, \tau)}{f_2(x, \varepsilon)} \quad (6.5)$$

Таблица 1

Значение $R \cdot 10^3$ и $R_1 \cdot 10^3$

	n	0	10	50	100	200	300	500	800	1000	2000	5000	7000	10000
1	R_1	500	498	471	421	328	249	119	-33	-118	-439	-1000	-1242	-1514
	R	500	498	469	416	319	244	153	115	130	346	793	928	1045
2	R_1	500	498	471	423	328	249	119	-33	-118	-439	-1000	-1242	-1514
	R	500	498	471	420	325	246	121	-13	-077	-219	25	280	606
3	R_1	500	498	471	428	328	249	196	-33	-118	-439	-1000	-1242	-1514
	R	500	499	471	422	329	251	126	-14	-86	-308	-361	210	083
4	R_1	500	499	473	427	346	281	184	82	30	-137	-349	-420	-488
	R	500	499	474	431	356	299	219	145	113	40	77	149	271
5	R_1	500	499	472	422	327	246	112	-51	-145	-514	-1256	-1626	-2095
	R	500	498	470	417	313	222	68	-111	-203	-407	77	444	815
6	R_1	500	499	474	428	347	283	196	130	118	317	1843	2724	3548
	R	500	498	471	413	297	185	-32	-351	-551	-1010	444	863	1129
7	R_1	300	298	260	190	59	-51	-233	-446	-566	-1015	-1800	-2139	-2520
	R	300	298	259	189	56	-55	-230	-419	-508	-707	-365	-7	448
8	R_1	700	699	683	653	597	549	471	380	329	136	-200	-345	-508
	R	700	699	683	652	595	547	473	392	353	268	415	568	768
9	R_1	500	499	473	425	336	261	138	-8	-89	-394	-929	-1159	-1419
	R	500	499	473	426	337	263	144	12	-55	-230	79	529	1156
10	R_1	500	499	470	418	320	237	101	-59	-148	-484	-1072	-1325	-1610
	R	500	499	470	427	317	234	103	-37	-105	-254	2	270	610
11	R_1	500	498	469	414	312	225	83	-83	-177	-529	-1143	-1408	-1706
	R	500	498	468	413	309	222	85	-62	-132	-288	-201	260	615

В табл. 1 приводятся результаты расчета величин R_1 и R при некоторых значениях частоты n в интервале $0 \leq n \leq 10^4$ *гу*. Параметрам ε , ν , τ , μ , z_1 приданы значения, указанные в табл. 2. В одном случае расчет выполнен для $\mu < 0$. На фиг. 2 представлены графики зависимости действительной части акустической проводимости от частоты для случаев 6 и 10.

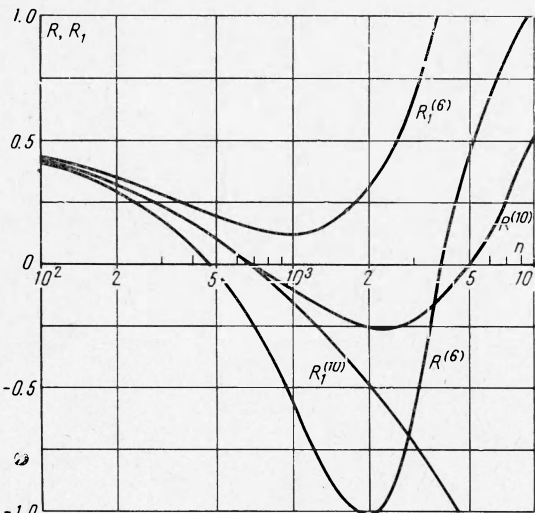
Из табл. 2 видно, что склонность конденсированной системы к акустической неустойчивости горения увеличивается с ростом ε , τ и ν .

Можно отметить также, что тепловыделение в k -фазе в одних случаях стабилизирует процесс горения, а в других может оказывать и обратное действие ($\varepsilon > 1$).

Сопоставление полученных расчетных данных с результатами выполненных на баллиститных порохах экспериментов [11] при достаточно высоких рабочих давлениях указывает на их качественное согласие.

В то же время при низких давлениях наблюдается резкое расхождение теории и эксперимента. Причина, по мнению авторов, заключена в принятой модели горения, в которой химические реакции и сопутствующие им тепловыделения сосредоточены в узких, фактически бесконечно тонких, зонах.

В действительности зона реакции в газе, особенно при низких давлениях, имеет значительную протяженность и тепловыделение носит существенно объемный характер [12]. Учет этого обстоятельства должен привести к более удовлетворительному совпадению теории с экспериментом.



Фиг. 2

