Здесь σ — декремент; t — время (в единицах d_2/χ, χ — коэффициент температуропроводности реагента); k_1 и k_2 — волновые числа, характеризующие периодизм возмущений по осям x и y.

Декременты $\sigma(\mathrm{Fk}, d_1, d_2, \lambda_1, \lambda_2, k)$ являются собственными числами амплитудной краевой задачи (6). При всех значениях параметров декременты оказываются вещественными, что свидетельствует о монотонности возмущений. Устойчивы состояния с $\sigma > 0$, неустойчивы с $\sigma < 0$, на границе устойчивости $\sigma = 0$. При $\mathrm{Fk} = 0$ уровни спектра декрементов σ_n определяются аналитически, в общем случае задача (6) решалась численно. Из результатов решения следует, что, несмотря на проникновение температурных возмущений в граничные массивы, картина устойчивости получается такой же, как и в задаче Франк-Каменецкого (идеально теплопроводные границы) [3]. Наиболее опасны плоскопараллельные возмущения с $k - 0$. Для таких возмущений при всех типах граничных условий высокотемпературный режим полностью неустойчив. С ростом волнового числа для этого режима появляется интервал значений Fk, в котором $\sigma = 0$ и соответствующие стационарные состояния устойчивы. Низкотемпературный теплопроводный режим устойчив всегда. В качестве иллюстрации на рис. 4 представлены нижние уровни спектра декрементов $\sigma(\mathrm{Fk})$ для подробно рассмотренных выше трех частных случаев (сплошные линии построены при $k = 0$, штриховые — при $k = 1{,}5$). На всех кривых верхние ветви относятся к низкотемпературному стационарному решению, верхние — к высокотемпературному.

Полученные результаты позволяют определить критические значения Fk в широком диапазоне изменения параметров массивов, ограничивающих зону реакции, и свидетельствуют о том, что относительные теплопроводности массивов и их размеры существенно влияют на критические условия теплового взрыва.

Поступила в редакцию 11/XI 1982,
после доработки — 28/II 1983

ЛИТЕРАТУРА

1. **Д. А. Франк-Каменецкий.** Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Наука, 1967.
2. **В. В. Барзыкин, А. Г. Мержанов.** Докл. АН СССР, 1958, 120, 6, 1271.
3. **Е. А. Еремин, А. К. Колесников.** ФГВ, 1978, 14, 5, 131.

ОСТАТОЧНЫЕ ДЕФОРМАЦИИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ ЛОКАЛЬНОМ ДЕЙСТВИИ ИМПУЛЬСА ВНУТРЕННЕГО ДАВЛЕНИЯ

А. А. Найда
(Москва)

1. Рассмотрим бесконечно длинную цилиндрическую оболочку радиусом R и толщиной δ, нагруженную равномерно на конечном участке длиной L идеальным удельным импульсом внутреннего давления $I_0 = mv_0$, где $m = \rho\delta$ — масса оболочки на единицу поверхности; ρ — плотность материала; v_0 — начальные скорости частиц оболочки. Кинетическая энергия, сообщаемая отсеку оболочки, находится из выражения

$$E_0 = \pi R L I_0^2/m. \quad (1)$$

Найдем зависимость между I_0 и остаточным максимальным прогибом W_0 оболочки из условия, что вся энергия E_0 рассеивается на пластических деформациях материала, считая его идеально жесткопластическим с пределом текучести σ_s. Как показывают эксперименты [1, 2], под действием изнутри локальной осесимметричной импульсной нагрузки оболочка на длине L претерпевает деформацию, при которой она приближенно превращается в два одинаковых усеченных конуса высотой $L/2$ и радиусом совпадающих больших оснований, равным $R + W_0$. Функция прогибов и выражения для мембранных деформаций вдоль образующей (ось x) и по окружности (ось y) будут иметь вид

$$W = 2W_0/L\cdot x, \quad 0 \leqslant x \leqslant L/2,$$
$$\varepsilon_x = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial W}{\partial x}\right)^2 = 2W_0^2/L^2, \quad \varepsilon_y = \frac{W}{R} = \frac{2W_0}{RL}x. \tag{2}$$

Допустим, что мембранные деформации распространены по всей поверхности оболочки, а изгибные сосредоточены вдоль некоторых линий — шарниров пластичности. В рассматриваемом случае таких шарниров образуется три — в центре и по концам участка L. Как и в [3], работу мембранных напряжений определяем по формуле

$$A_N = \frac{4\sigma_s\delta}{\sqrt{3}}\int_0^{L/2}\int_0^{2\pi R}(\varepsilon_x + \varepsilon_y)\,dxdy, \tag{3}$$

работу изгибных напряжений найдем по соотношению [4]

$$A_M = \frac{\sigma_s\delta^2}{2\sqrt{3}}\int_s \theta ds, \tag{4}$$

где θ — угол раскрытия шарнира пластичности; s — длина сосредоточенной линии. Для величины θ будем иметь: $\theta \approx 4W_0/L$ в центре и $\theta \approx 2W_0/L$ по концам участка длиной L. Полную энергию деформации оболочки A найдем, суммируя (3) и (4), и из условия $E_0 = A$ получаем искомую зависимость

$$I_0^2 = \frac{2\sigma_s m\delta}{\sqrt{3}}\left[(2W_0/L)^2 + W_0/R + 4\delta W_0/L^2\right]. \tag{5}$$

Введем обозначения

$$\nu = \rho v_0^2 L^2/4\sigma_s^2\delta^2, \quad \psi = 2W_0/\delta, \quad c^2 = L^2/2R\delta. \tag{6}$$

Тогда вместо (5) будем иметь

$$\nu = 1/2\sqrt{3}\cdot\left[\psi^2 + (c^2 + 2)\psi\right]. \tag{7}$$

2. Оценим справедливость формулы (7) по экспериментальным данным. В [1] получено, что при подрыве внутри трубы плоских зарядов ВВ в виде дисков высотой h, расположенных соосно с трубой и удовлетворяющих условию $h/\sqrt{R\delta} \leqslant 1$, длина деформированного участка трубы составляет $L \approx 5\sqrt{R\delta}$. Таким образом, при заданных геометрических и физико-механических параметрах трубы из эксперимента должны быть известны v_0 и W_0. Результаты сравнения для труб с $R = 75$ мм и $\delta/R = 2{,}8\%$ представлены в табл. 1, где $e_0 = W_0/R = \psi k/2$, $k = \delta/R$, а для параметров ρ и σ_s принято $\rho = 7{,}85\cdot 10^3$ кг/м^3, $\sigma_s = 3{,}35\cdot 10^8$ Н/м^2 — среднее между $\sigma_т$ и $\sigma_в$ (Ст. 20, ГОСТ 8734-75).

Таблица 1

v_0, м/с	e_0, %	ψ	$\nu_э$	$\nu_т$	$\frac{\lvert\nu_э-\nu_т\rvert}{\nu_э}\cdot 100\%$
93	10	7,15	45,23	44,80	0,95
85	8,50	6,07	37,80	36,00	4,8
67	4,17	2,98	23,50	15,10	35,7
60	3,95	2,82	18,80	14,10	25,0
53	4,46	3,19	14,70	16,30	10,9
33	1,33	0,95	5,69	4,25	27,3

Как видно, для развитых деформаций в диапазоне $e_0 = 4{,}5 \div 10\%$ сходимость теории и эксперимента удовлетворительная — максимальное рас-

Таблица 2

R, мм	σ/R,%	e_0, %	$v_0^э$, м/с	$v_0^т$, м/с	$\frac{\lvert v_0^э - v_0^т \rvert}{v_0^э} \cdot 100\%$
75	2,8	10	93	92	1,1
75	2,8	8,5	85	85	0
75	2,8	4,17	67	60	10,4
75	2,8	3,95	60	58	3,3
75	2,8	4,46	53	62	17,0
75	2,8	1,33	33	33	0
213	4,6	10,5	100	95	5,0
52	4,7	17,4	130	122	6,1
52	4,66	16,5	110	119	8,2
52	4,7	14,9	100	112	12,0

хождение не превышает 10%. С уменьшением e_0 расхождение растет, достигая в среднем 30%, что закономерно, так как при выводе (7) пренебрегалось энергией упругих деформаций. Другие данные работ [1, 2] не содержат одновременно величин e_0 и v_0. Если принять, что среднее сечение участка оболочки длиной L ведет себя в процессе деформации до величины W_0 как кольцо единичной длины, не стесненное в осевом направлении, то можно получить соотношение, связывающее e_0 и v_0:

$$v_0 = \sqrt{2\sigma_s e_0/\rho}. \tag{8}$$

С точностью до множителя, равного 0,8, этот же результат вытекает и из выражения (7), если положить в нем $L = 1$ и пренебречь членами с ψ^2 и 2ψ, отражающими влияние течения вдоль оси x и пластических шарниров. Соотношение (8) значительно улучшает сходимость теории и эксперимента. Это видно из табл. 2, где приведены данные, взятые из [1, 5] для оболочек из Ст. 20. Среднее значение погрешности по множеству из десяти точек табл. 2 составляет 6,3%, что для подобных задач вполне приемлемо.

3. Чтобы связать максимальные остаточные деформации оболочки с безразмерной величиной λ, введенной в [2] для плоского заряда ВВ, подрываемого внутри трубы, используем установленную в [1, 2] линейную зависимость между v_0 и λ

$$v_0 = n\lambda, \tag{9}$$

причем множитель n определим по экспериментальным данным [2], предварительно вычислив v_0 через e_0 по формуле (8). Для Ст. 3 и Ст. 35 значения σ_s брались равными $3{,}2 \cdot 10^8$ и $3{,}65 \cdot 10^8$ Н/м². Получено, что коэффициент n обнаруживает определенную стабильность от опыта к опыту как для каждого типа, так в общем и по всем типам труб, и его среднее значение равно 722 м/с. После подстановки (9) в (8) получим

$$e_0 = \rho n^2 \lambda^2/\sigma_s. \tag{10}$$

При $\rho = 7{,}85 \cdot 10^3$ кг/м³, $\sigma_s = 3{,}35 \cdot 10^8$ Н/м² и $n = 722$ м/с зависимость (10) приобретает вид: $e_0 = 610\ \lambda^2$, при этом $e_0 = 1{,}5$ (1,6), 6,1 (6,2) и 13,7 (13,2) при $\lambda = 5 \cdot 10^{-2}$, $10 \cdot 10^{-2}$ и $15 \cdot 10^{-2}$ соответственно. В скобках указаны соответствующие значения (ординаты), снятые с рис. 2 работы [2]. Таким образом, зависимости $e_0 = f(\lambda)$ в [2] и в данной работе практически совпадают.

Наконец, запишем условие, при котором остаточные деформации трубы при локальном действии импульса внутреннего давления отсутствуют:

$$\lambda \leqslant 1/n \cdot \sigma_s/\sqrt{E\rho}. \tag{11}$$

Это условие получено из равенства начальной кинетической энергии кольца единичной длины $\rho v_0^2/2$ потенциальной энергии упругих деформаций, которая не должна превышать $\sigma_s^2/2E$ (E — модуль упругости). Вычисленное по (11) значение λ при ρ, σ_s, n, указанных выше, и $E = 2{,}1 \cdot 10^{11}$ Н/м² составляет $1{,}15 \cdot 10^{-2}$, что хорошо согласуется с экспериментальными величинами λ, приведенными в [2] для $e_0 = 0$.

Таким образом, полученные в статье простые соотношения удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными [1, 2, 5] и могут быть использованы при оценке остаточных деформаций цилиндрических оболочек, вызванных локальным действием импульса внутреннего давления.

Поступила в редакцию 8/I 1982,
после доработки — 1/II 1983

ЛИТЕРАТУРА

1. **В. А. Могилев, А. Г. Иванов и др.** ФГВ, 1981, 17, 2.
2. **В. А. Могилев, А. Г. Иванов, Ю. А. Фатеев.** ФГВ, 1981, 17, 5.
3. **А. А. Найда.** Прикладная механика, 1982, 18, 1.
4. **А. Р. Ржаницын.** Расчет сооружений с учетом пластических свойств материалов. М.: Стройиздат, 1954.
5. **А. Г. Иванов и др.** ФГВ, 1974, 10, 4.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ И АНАЛИЗ КОЛЕБАНИЙ ТОНКОСТЕННОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ПРИ ИМПУЛЬСНОМ НАГРУЖЕНИИ

В. А. Мальцев, Ю. А. Конон, В. В. Адищев, В. М. Корнев

(Барнаул, Новосибирск)

Известно, что оценка напряжений, действующих в оболочках при импульсном нагружении, выполненная на основе решения задачи о колебаниях равномерно нагруженных идеально сферических и цилиндрических оболочек [1, 2], дает заниженные значения по сравнению с экспериментальными данными [3, 4]. В настоящее время имеются теоретические работы [3, 5, 6], из которых следует, что отмеченное различие расчетных и экспериментальных данных обусловлено суперпозицией ряда форм колебаний, возбуждаемых при импульсном нагружении, т. е. реальная оболочка должна рассматриваться как система со многими степенями свободы. Известны решения задач о поведении тонких оболочек при импульсном нагружении [7] в виде разложений в ряды по ортогональным функциям, что приводит к необходимости учета до шестисот членов рядов. Последнее обстоятельство снижает практическую ценность таких расчетных формул, поскольку малое изменение параметров нагрузки должно приводить к неконтролируемому изменению амплитудных коэффициентов.

Решения, полученные в виде разложений в ряды по собственным формам колебаний, менее громоздки и хорошо интерпретируемы [3, 8]. Однако и в данном случае для практических вычислений необходим критерий для корректного ограничения числа членов ряда (числа степеней свободы, каждой степени свободы соответствует своя собственная форма колебаний). Расчет напряжений, действующих в реальной оболочечной конструкции, можно значительно упростить, если будут известны наиболее вероятные формы возбуждаемых колебаний и интенсивность последних, а следовательно, необходимо проведение цикла целенаправленных экспериментов.

В настоящей работе приводятся данные экспериментального изучения процесса деформирования заполненной воздухом тонкостенной сферической оболочки под воздействием ударной волны центрально-расположенных сосредоточенных зарядов, частотный анализ возбуждаемых в оболочке форм колебаний, а также оценка уровня действующих в ней изгибных и мембранных напряжений.