

УДК 539.3

## СИЛОВЫЕ ЦЕПОЧКИ И ТЕЧЕНИЕ ГРАНУЛИРОВАННОЙ СРЕДЫ В ТРЕТЬЕМ ТЕЛЕ ПРИ СДВИГОВОЙ ДИЛАТАНСИИ

С. К. Хоу, В. Ван, З. Я. Ван, Ч. В. Ху, К. Лю

Институт трибологии Хэфейского технологического университета, 230009 Хэфей, Китай  
E-mails: houshuqing92@126.com, wangwe@gmail.com, wangzhiyong219@163.com,  
huzhaowen1971@163.com, liukun@mail.hf.ah.cn

Построена модель сдвигового течения между бесконечными параллельными пластинами. С использованием этой модели исследуются характеристики силовых цепочек при течении гранулированной среды. Процесс дилатансии при сдвиге включает три стадии: стадию пластического деформирования, стадию макроскопического разрушения и стадию рекомбинации гранул. Показано, что явление прерывистого скольжения в основном обусловлено эволюцией силовых цепочек в процессе сдвиговой дилатансии. С использованием кривых коэффициент нагрузки — коэффициент распределения силовых цепочек и траекторий силовых цепочек описаны несущая способность силовых цепочек и изменение их морфологии. Трём стадиям процесса дилатансии соответствуют силовые цепочки, имеющие форму диагональных сеток, каплевидную и перовидную форму.

**Ключевые слова:** течение гранулированной среды, силовые цепочки, сдвиговая дилатансия, коэффициент нагрузки, коэффициент распределения.

DOI: 10.15372/PMTF20180119

**Введение.** В работе [1] при построении гидродинамической теории смазки введено понятие третьего тела — совокупности межповерхностных связей, продуктов их разрушения и сильнодеформированных поверхностных слоев контактирующих тел. В работах [2, 3] с использованием численного моделирования исследовано влияние коэффициента восстановления и шероховатости поверхности на скорость, температуру и на распределение твердой фракции в сдвиговом течении Пуазейля. В [4] предложено изготавливать передаточные композитные пленки из порошков, обладающих свойствами смазки, и из порошков, обладающих как свойствами электропроводности, так и свойствами, препятствующими окислению. В [5] исследовано прерывистое движение круговой сдвиговой ячейки и выделены три стадии этого движения: стадия пластического деформирования, стадия макроскопического разрушения и стадия рекомбинации гранул. В работе [6] приведены результаты экспериментальных исследований ограниченного (стесненного) гранулированного потока в силосной башне с различными вставками и предложены некоторые конструкции этих вставок. В [7] выполнено моделирование контактной задачи Герца при наличии третьего тела на контактной границе и исследована коррозия (износ) поверхности при различных амплитудах смещения.

---

Работа выполнена при финансовой поддержке Фонда естественных наук Китая (гранты № 51475135, 11472096) и Научного фонда Китая для поддержки молодых докторов наук (грант № 2015T80647).

© Хоу С. К., Ван В., Ван З. Я., Ху Ч. В., Лю К., 2018

Авторы работ [8, 9] установили, что периодический характер скольжения обусловлен наличием упорядоченной соразмерной структуры поверхности самосборных монослоев и взаимодействием этих монослоев. В [8, 9] также проведен анализ сдвигового расстояния между верхним и нижним слоями и смещения столбца атомов между этими слоями. Обнаружено, что деформация сдвига является основной причиной возникновения трения скольжения.

В работе [10] для решения задачи о сдвиговом течении гранулированной среды между двумя параллельными пластинами предложен метод, в котором одновременно используются метод конечных элементов и метод дискретных элементов. Данный метод позволяет учесть взаимовлияние деформирования первого тела и реологии третьего тела.

Использование современных методов статистической механики и мощных компьютеров позволяет решать задачи для неупорядоченных систем, исследовать фазовые переходы, неустойчивость и прерывистое движение, моделировать движение дискретных частиц.

В работе [11] методом дискретных элементов выполнено моделирование сдвигового течения Тейлора — Куэтта в паре трения — системе, состоящей из двух элементов, соприкасающиеся поверхности которых в процессе работы перемещаются (скользят). Изучены механические свойства гранулированной среды и эволюция силовых цепочек при движении среды.

В работе [4] для моделирования сдвигового движения гранулированной среды использован физически обоснованный метод клеточных автоматов. Этот метод позволяет более полно изучить движение гранулированной среды, силовые цепочки и получить решения, справедливость которых подтверждается экспериментальными данными.

В работах [12, 13] с использованием дискретных элементов и численного кода метода гидродинамических частиц исследовано влияние коэффициента трения верхней пластины на макроскопическое движение гранул, распределение сил на мезоуровне, связь между напряжениями и деформациями на макроуровне, эволюцию сверхсильных силовых цепочек.

При контактном взаимодействии тел в третьем теле возникают такие явления, как вибрационная конвекция, сдвиговая дилатансия и др. Эти явления необходимо изучать, поскольку они встречаются во многих изделиях, в которых используется стесненное движение гранулированной среды. Механические свойства и кинематика третьего тела существенно зависят от сдвиговой дилатансии. Использование понятия силовых цепочек позволяет исследовать на мезоуровне сдвиговую дилатансию в третьем теле.

**1. Физическая модель.** Для построения двумерной численной модели Герца — Миндлина сдвигового течения Пуазейля, реализующегося в области контактного взаимодействия двух тел, используется метод дискретных элементов. Согласно данным работы [14], для того чтобы длина области контактного взаимодействия была достаточна для выполнения процедуры осреднения и результаты расчетов не зависели от размера области, длина этой области должна быть равна 50 диаметрам размещаемых в ней сферических гранул. В то же время число слоев гранул сравнительно невелико. Таким образом, размерность модели равна  $3 \times 50$ . Верхний слой состоит из гранул очень небольшого размера, способных передавать силы и движение в процессе сдвиговой дилатансии. Этот слой под действием давления движется в направлении оси  $y$ . Нижняя поверхность, передающая крутящий момент, равномерно движется в направлении оси  $x$ . В модели ставятся условия периодичности. Поэтому в данной работе исследуется процесс сдвиговой дилатансии в пределах одного периода.

Предполагается, что гранулы, верхняя и нижняя (движущая) поверхности изготовлены из карбофакса (кислотный огнеупорный цемент), меди и чугуна соответственно. Механические характеристики слоев и гранул имеют следующие значения: нагрузка, действующая на обрабатываемую поверхность, —  $6,4 \cdot 10^{-4}$  Н, плотность материала обраба-

тываемой поверхности — 8960 кг/м<sup>3</sup>, модуль сдвига материала обрабатываемой поверхности — 35 ГПа, коэффициент Пуассона материала обрабатываемой поверхности — 0,37, коэффициент трения обрабатываемой поверхности и гранул — 0,25, скорость движущей поверхности (привода) — 0,5 м/с, коэффициент трения привода и гранул — 0,7, плотность гранул — 3100 кг/м<sup>3</sup>, модуль сдвига гранул — 192 ГПа, коэффициент Пуассона гранул — 0,15, коэффициент трения гранул — 0,25.

**2. Численный метод.** Метод конечных элементов сложно использовать непосредственно для решения задач о движении гранулированных сред. В работе [15] для решения таких задач применялся метод дискретных элементов. Основная идея метода заключается в том, что гранулированная среда рассматривается как совокупность дискретных сфер. В начальный момент каждая гранула находится в состоянии равновесия. Затем под действием внешних сил и силы тяжести часть гранул получают ускорение и соответствующие смещения. С использованием зависимости сил от смещений, которая определяется моделью контактного взаимодействия, вычисляется новая система сил. Вследствие увеличения области действия сил в движение вовлекается все большее количество гранул. Величины составляющих нормальной контактной силы вычисляются по формуле

$$F_i^n = k_n U_i^n,$$

где  $k_n$  — нормальная жесткость на контакте;  $U_i^n$  — составляющие вектора перемещения в направлении нормали;  $i$  — индекс, соответствующий направлению координатных осей.

Новое значение сдвиговой контактной силы представляет собой сумму сдвиговой контактной силы, соответствующей предыдущей системе сил, и приращения этой силы:

$$\begin{aligned} F_i^s &\leftarrow F_i^s + \Delta F_i^s \leq \mu F_i^n, \\ \Delta F_i^s &= -k_s \Delta U_i^s. \end{aligned}$$

Здесь  $\Delta U_i^s$  — приращение контактного смещения;  $\Delta F_i^s$  — приращение сдвиговой силы;  $k_s$  — жесткость на сдвиг на контакте;  $\mu$  — коэффициент трения.

Модель контактного взаимодействия Герца — Миндлина является нелинейной моделью, в основе которой лежат теория Миндлина — Дерезивича и теория Гундала. Эта модель характеризуется модулем сдвига  $G$  и коэффициентом Пуассона  $\nu$  двух контактирующих тел. При контакте двух гранул в качестве упругих констант выбираются средние значения упругих констант этих гранул, при контакте гранулы с жесткой стенкой — упругие константы гранулы. Нормальная контактная жесткость вычисляется по формуле

$$k_n = \frac{2\tilde{G}\sqrt{2\tilde{R}}}{3(1-\tilde{\nu})} \sqrt{U_i^n},$$

контактная жесткость на сдвиг — по формуле

$$k_s = \frac{2(\tilde{G}^2 3(1-\tilde{\nu})\tilde{R})^{1/3}}{2-\tilde{\nu}} |F_i^n|^{1/3},$$

где  $\tilde{G}$  — эквивалентный модуль сдвига;  $\tilde{\nu}$  — эквивалентный коэффициент Пуассона;  $\tilde{R}$  — эквивалентный радиус.

Сила, действующая на частицу, находящуюся в неравновесном состоянии, рассматривается как неуравновешенная сила. Максимальная неуравновешенная сила равна максимальному значению всех неуравновешенных сил, действующих на каждую гранулу:

$$F_u = \max(|\sum \mathbf{F}_1^l|, \dots, |\sum \mathbf{F}_i^m|, \dots, |\sum \mathbf{F}_{150}^n|)$$

( $\sum \mathbf{F}_i^m$  — сумма  $m$  сил, действующих на  $i$ -ю гранулу). Чем больше сила  $F_u$ , тем интенсивнее локальное движение.

Величина отношения

$$Q_u = \frac{|\sum F_y| - |\sum F_x|}{|\sum F_y| + |\sum F_x|}$$

определяет направление движения гранул ( $F_x, F_y$  — составляющие неуравновешенных сил в направлениях осей  $x$  и  $y$  соответственно). Если отношение  $Q_u$  велико, то движение происходит в направлении оси  $y$ , в противном случае — в направлении оси  $x$ .

Отношение

$$Q_c = \frac{\sum |f_y| - \sum |f_x|}{\sum |f_y| + \sum |f_x|}$$

определяет направление движения цепочки сил ( $f_x, f_y$  — составляющие контактных сил в направлениях осей  $x$  и  $y$  соответственно). Если отношение  $Q_c$  большое, цепочка сил движется в направлении оси  $y$ , в противном случае — в направлении оси  $x$ .

Экструзия плотноупакованного гранулированного вещества происходит под действием силы тяжести и внешних сил. Последовательность сильнодеформированных гранул, контактирующих друг с другом вдоль практически прямой линии, по которой передается гравитационная или внешняя сила, называется сильной силовой цепочкой. В противном случае последовательность гранул называется слабой силовой цепочкой.

Коэффициент несущей нагрузки и коэффициент распределения силовых цепочек характеризуют несущую способность силовых цепочек и их распределение. Пусть  $f$  — контактная сила при взаимодействии гранул. В зависимости от среднего значения  $\langle f \rangle$  выделяются сильные и слабые силовые цепочки. Если  $f < \langle f \rangle$ , то силовая цепочка слабая, если  $f > \langle f \rangle$ , то силовая цепочка сильная. В слабой силовой цепочке коэффициент распределения  $P_{dis}$  и коэффициент несущей нагрузки  $P_{car}$  определяются по формулам

$$P_{dis}|_{f < \langle f \rangle} = \frac{\sum (f_i)^0}{\sum (f_j)^0}, \quad P_{car}|_{f < \langle f \rangle} = \frac{\sum (|f_i|)}{\sum (|f_j|)}, \quad (1)$$

где  $f_i, i, j$  — идентификаторы контактного взаимодействия; записи  $(f_i)^0$  и  $(f_j)^0$  означают наличие соответствующих силовых цепочек;  $\sum (f_i)^0$  — число слабых силовых цепочек;  $\sum (f_j)^0$  — число всех силовых цепочек;  $\sum (|f_i|)$  — сумма всех сил в слабых силовых цепочках;  $\sum (|f_j|)$  — сумма всех сил в силовых цепочках.

Коэффициенты распределения и несущей нагрузки в сильной силовой цепочке определяются по формуле

$$P|_{f \geq \langle f \rangle} = 1 - P|_{f < \langle f \rangle}.$$

По кривым коэффициент нагрузки — коэффициент распределения можно определить минимальные и максимальные значения несущей нагрузки и распределение силовых цепочек. Вычисления проводились по формулам (1), в которых полагалось  $f_i < m \langle f \rangle$ , при  $m = 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1,0; 2,0; 3,0; 4,0; 5,0; 6,0; 7,0; 8,0; 10,0$ . Для различных значений  $m$  вычислялись коэффициент распределения силовых цепочек  $P_{dis}^m$  и коэффициент несущей нагрузки  $P_{car}^m$ . Угол наклона кривых определяет распределение силовых цепочек. Малый угол наклона соответствует сгущению силовых цепочек и равномерной передаче сил в них.

**3. Результаты исследования и их обсуждение.** Ниже приведены результаты численного моделирования движения гранулированной среды.

3.1. *Сдвиговая дилатансия.* Для описания динамики сдвиговой дилатансии используется следующая модель. Схема движения гранул показана на рис. 1. Стрелками указаны направления движения гранул и контактирующей поверхности, передающей крутящий

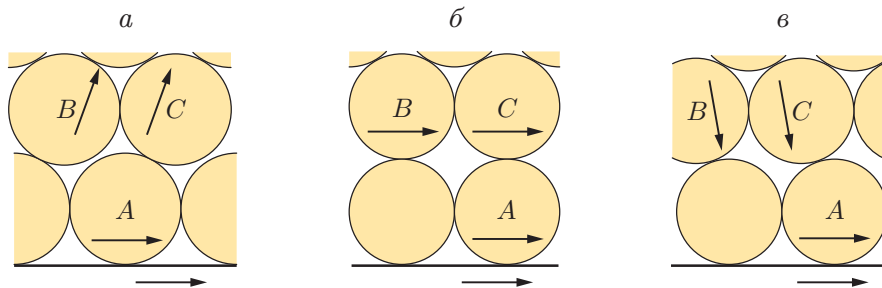


Рис. 1. Модель сдвиговой дилатансии:

*a* — стадия 1, *б* — стадия 2, *в* — стадия 3; стрелки — направления движения гранул и контактирующей поверхности

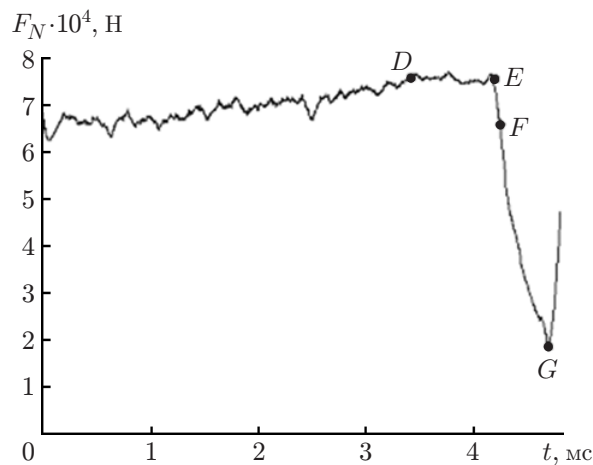


Рис. 2. Зависимость нормальной силы, действующей на движущую поверхность, от времени

момент (движущей поверхности). На стадии 1 гранула *A* движется в направлении оси  $x$  под действием нижней движущейся поверхности. Гранула *C* движется вправо вверх вследствие толчка со стороны гранулы *A*. На стадии 2 гранула *C* движется в горизонтальном направлении под действием сил, уравновешенных в направлении оси  $y$ . По мере движения гранулы *A* в горизонтальном направлении сила сопротивления, действующая на гранулу *C*, уменьшается и гранула *C* начинает двигаться вправо вниз. Далее процесс сдвига происходит периодически.

На рис. 2 приведена зависимость нормальной силы, действующей на движущей поверхности, от времени. Поскольку зависимость между тангенциальной и нормальной составляющими силы, действующей на движущей поверхности, описывается законом Кулона, зависимость тангенциальной составляющей от времени аналогична зависимости, приведенной на рис. 2. Нормальная составляющая силы, действующей на движущей поверхности, увеличивается до значения, соответствующего точке *D* (см. рис. 2), при этом увеличивается сила экструзии в гранулированной системе, что приводит к усилению силовых цепочек. В этой фазе движения (скольжения) при наличии сильных силовых цепочек происходит упругое изменение энергии, которая накапливается в гранулированной системе. Участок кривой *DE* (см. рис. 2) соответствует фазе движения, в которой нормальная сила остается постоянной. Затем эта сила быстро уменьшается (участок *EG*), и в этой фазе движения происходит высвобождение упругой энергии. Упругая энергия практически

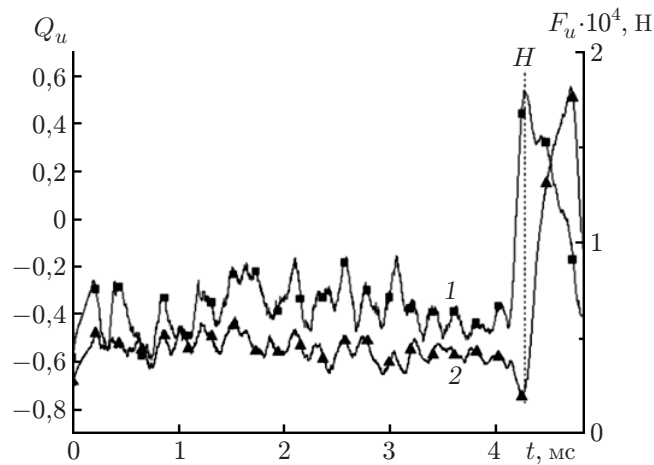


Рис. 3. Зависимости максимальной неуравновешенной силы (1) и отношения  $Q_u$  (2) от времени

полностью высвобождается в фазе движения, соответствующей участку кривой  $EF$ . Затем нормальная сила увеличивается (в фазе движения, соответствующей участку кривой за точкой  $G$ ). Это обусловлено сжатием гранул в этой фазе движения и их падением.

Сила трения, приложенная к системе гранул со стороны движущей поверхности, изменяет движение этой системы. Исследуя изменение неуравновешенной силы и ее относительного значения во времени (рис. 3), можно объяснить возникновение контактной силы и закономерности движения гранулированной системы. На начальной стадии движения максимальные значения неуравновешенной силы и ее относительного значения практически постоянны. На этой стадии неуравновешенная сила медленно уменьшается и движение гранулированной системы устойчиво. Пунктирная линия  $H$  на рис. 3 соответствует моменту времени, в который неуравновешенная сила меняет направление (стадия 2 на рис. 1) и достигает максимального значения. В этот момент гранула  $A$  практически не стеснена и имеет большую скорость. Поэтому гранулы в слое соударяются с большой силой, в результате чего максимальное значение неуравновешенной силы в локальной системе гранул увеличивается. Тем не менее максимальная несбалансированная сила все еще направлена вдоль оси  $x$ , направление результирующей неуравновешенных сил не меняется. Затем (после момента времени, которому соответствует линия  $H$ ) гранула  $C$  падает и неуравновешенная сила становится направленной вдоль оси  $y$ . Сила контакта гранул  $A$  и  $C$ , направленная вдоль оси  $y$ , постепенно увеличивается, в то время как результирующая неуравновешенная сила и максимальное значение неуравновешенной силы уменьшаются. В результате движение системы гранул становится устойчивым. Сила трения, действующая на систему гранул со стороны движущей поверхности, вызывает движение гранул относительно друг друга. В результате усилие передается с движущей поверхности на верхнюю (обрабатываемую) поверхность. Смещение верхней поверхности происходит в соответствии с дилатансией среды при сдвиге (рис. 4). Сначала смещение точек верхней поверхности увеличивается, затем (за точкой  $J$ ) гранулы возвращаются в начальное положение и смещение резко уменьшается. Максимальная неуравновешенная сила велика и направлена к оси  $y$ . Поэтому угол наклона ниспадающего участка кривой на рис. 4 больше угла наклона восходящего участка.

Следует отметить, что на стадии 1 (см. рис. 1) нормальная сила увеличивается, гранулы движутся плавно и в устойчивом режиме, смещение постепенно увеличивается, и относительное смещение гранул соответствует пластическому деформированию. При переходе от стадии 2 движения к стадии 3 направление нормальной силы меняется, про-

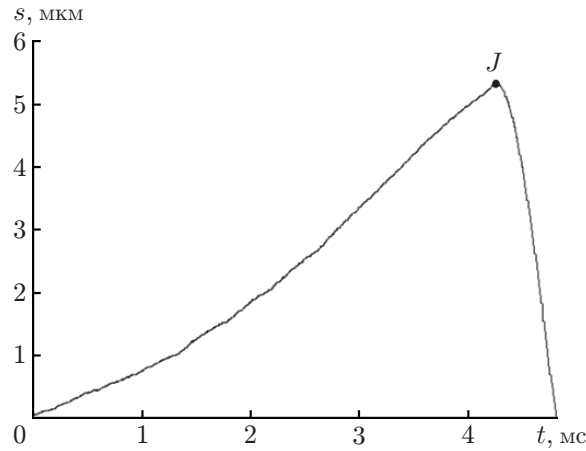


Рис. 4. Зависимость смещения  $s$  обрабатываемой поверхности от времени

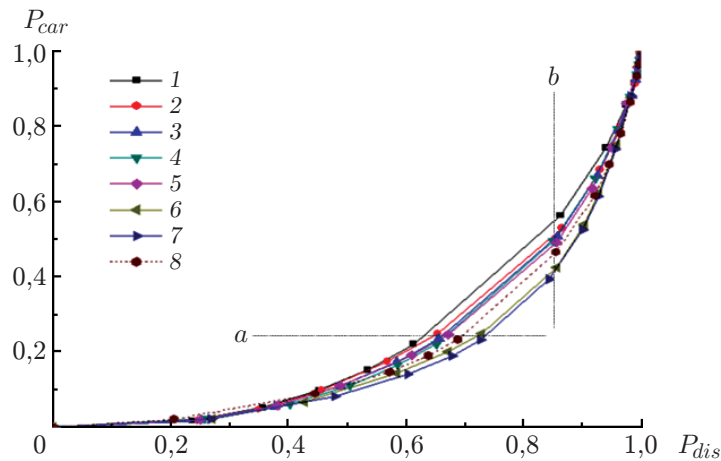


Рис. 5. Кривые  $P_{car}-P_{dis}$  на стадии пластического деформирования:  
 1 —  $t = 0,01$  мс, 2 —  $t = 1$  мс, 3 —  $t = 2$  мс, 4 —  $t = 3$  мс, 5 —  $t = 3,5$  мс, 6 —  $t = 4$  мс,  
 7 —  $t = 4,1$  мс, 8 —  $t = 4,17$  мс

исходит высвобождение упругой энергии гранулированной системы, движение гранул интенсифицируется и смещение достигает максимального значения. На стадии 3 движения нормальная сила становится такой же, как на стадии 1, и гранулы возвращаются в начальное положение. Из приведенных выше результатов, а также из результатов исследований прерывистого движения системы гранул [5] можно сделать вывод, что в процессе дилатансии при сдвиге можно выделить три стадии: стадию пластического деформирования, стадию макроскопического разрушения и стадию рекомбинации гранул.

3.2. Кривые  $P_{car}-P_{dis}$  и виды силовых цепочек. На различных стадиях движения гранулированной среды были построены кривые  $P_{car}-P_{dis}$ . На стадии пластического деформирования угол наклона кривой  $P_{car}-P_{dis}$  постепенно увеличивается (рис. 5). При  $m < 1$  и неизменном значении  $P$  ( $f < m\langle f \rangle$ ) коэффициент распределения слабых силовых цепочек увеличивается. При  $m > 1$  и неизменном значении  $P$  ( $f \geq m\langle f \rangle$ ) относительное распределение сильных силовых цепочек уменьшается. Точки, соответствующие значению  $m = 1$ , расположены на линии  $a$ , вдоль которой коэффициент несущей нагрузки меняется незначительно. Точки, соответствующие значению  $m = 2$ , расположены на линии  $b$ , вдоль которой практически не меняется коэффициент распределения.

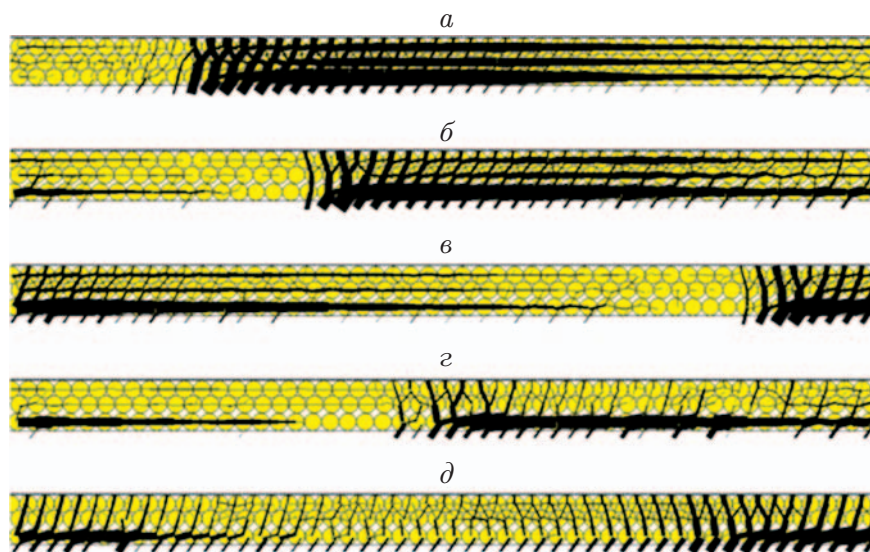


Рис. 6. Силовые цепочки на стадии пластического деформирования:  
 $a$  —  $t = 0,01$  мс,  $б$  —  $t = 3$  мс,  $в$  —  $t = 3,5$  мс,  $г$  —  $t = 4$  мс,  $д$  —  $t = 4,17$  мс

На начальной стадии пластического деформирования силовые цепочки расположены близко друг к другу, их поляризация происходит позднее. На этой стадии силы в слабых силовых цепочках малы, а коэффициент распределения увеличивается. Для сильных силовых цепочек имеют место обратные закономерности. При этом силовые цепочки поляризуются. При  $t = 4,1$  мс поляризация сильных и слабых силовых цепочек весьма существенна. Однако в целом на стадии пластического деформирования силовые цепочки сгущаются. При  $t = 4,17$  мс угол наклона кривых уменьшается и непрерывное распределение силовых цепочек становится прерывистым. Эта стадия определяется как переходная стадия.

На рис. 6 показаны силовые цепочки на стадии пластического деформирования в различные моменты времени. Силовые цепочки показаны черным цветом. Более широкие линии соответствуют большим силам в силовых цепочках. В начальный момент времени силовые цепочки сгущены. На всей стадии пластического деформирования распределение силовых цепочек имеет форму сетки. Сильные силовые цепочки концентрируются вблизи оси  $x$ . Со временем их относительный размер существенно уменьшается. При  $t = 4$  мс характер распределения силовых цепочек меняется, наблюдаются только слабые силовые цепочки, редко расположенные вблизи верхнего слоя. На переходной стадии силовые цепочки вновь начинают сгущаться, форма их распределения меняется. Приведенные на рис. 6 силовые цепочки непрерывно распределены в направлении от движущей поверхности к обрабатываемой. Поскольку на данной стадии движения силовые цепочки распределены в виде сетки, они называются диагональными сетками.

На стадии макроскопического разрушения (рис. 7) при  $t > 4,17$  мс кривые коэффициент нагрузки — коэффициент распределения подобны. При  $P_{dis} < 0,95$  угол наклона кривых мал и силовые цепочки сгущаются. Однако при  $P_{dis} > 0,95$  угол наклона кривых резко увеличивается. Большинство сильных силовых цепочек составляют цепочки со значением коэффициента нагрузки  $P_{car} = 0,05$ . Наблюдаются изменения силовых цепочек.

На рис. 8 показаны силовые цепочки на стадии макроскопического разрушения. Видно, что со временем слабые силовые цепочки исчезают. Силовые цепочки находятся между движущей и обрабатываемой поверхностями, их распределение является прерывистым. Наличие сильных силовых цепочек между гранулами нижнего слоя обусловлено не только



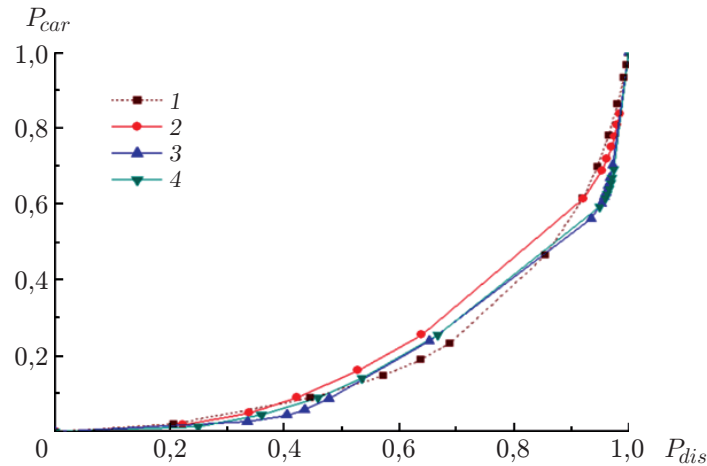


Рис. 7. Кривые  $P_{car}-P_{dis}$  на стадии макроскопического разрушения: 1 —  $t = 4,17$  мс, 2 —  $t = 4,2$  мс, 3 —  $t = 4,25$  мс, 4 —  $t = 4,27$  мс

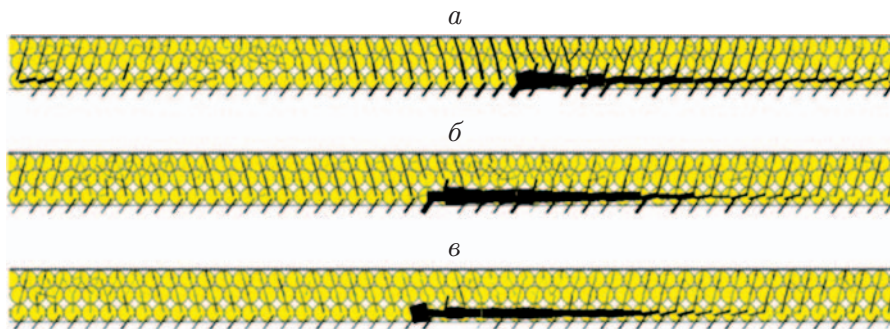


Рис. 8. Силовые цепочки на стадии макроскопического разрушения: а —  $t = 4,2$  мс, б —  $t = 4,25$  мс, в —  $t = 4,27$  мс

взаимодействием движущей и обрабатываемой поверхностей, но и инерционными столкновениями гранул. На этой стадии силовые цепочки разрезаны и их воздействие на обрабатываемую поверхность незначительно. Сильные силовые цепочки не управляются движущей силой, действие которой на обрабатываемую поверхность на этой стадии неэффективно. Силовые цепочки подобны плавающим каплям, поэтому на данной стадии движения они называются каплевидными силовыми цепочками.

На стадии рекомбинации гранул кривые коэффициент нагрузки — коэффициент распределения практически совпадают на некотором интервале (рис. 9). Пусть  $f_a$  — сила сцепления. При  $m\langle f \rangle < f_a$  и неизменном значении коэффициента нагрузки  $P$  ( $f < m\langle f \rangle$ ) коэффициент распределения силовых цепочек постепенно увеличивается. При  $m\langle f \rangle > f_a$  и неизменном значении  $P$  ( $f \geq m\langle f \rangle$ ) коэффициент распределения силовых цепочек также увеличивается (в отличие от стадии пластического деформирования). При  $t = 4,8$  мс кривые коэффициент нагрузки — коэффициент распределения силовых цепочек подобны кривым на стадии пластического деформирования.

Силовые цепочки на стадии рекомбинации гранул приведены на рис. 10. Цепочки, расположенные вдоль оси  $y$  в правой части “капли”, со временем усиливаются, а цепочки, находящиеся в левой части “капли”, постепенно ослабевают. Поэтому гранулы, находящиеся в нижнем слое, движутся слева направо и передают давление в направлении оси  $y$ . При  $t = 4,8$  мс силовая цепочка расщепляется на две, причем силовые цепочки, расположенные

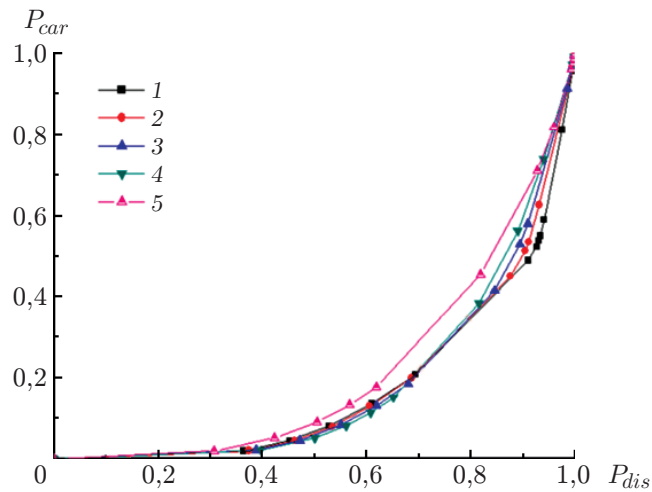


Рис. 9. Кривые  $P_{car}-P_{dis}$  на стадии рекомбинации гранул:  
 1 —  $t = 4,4$  мс, 2 —  $t = 4,5$  мс, 3 —  $t = 4,6$  мс, 4 —  $t = 4,7$  мс, 5 —  $t = 4,8$  мс

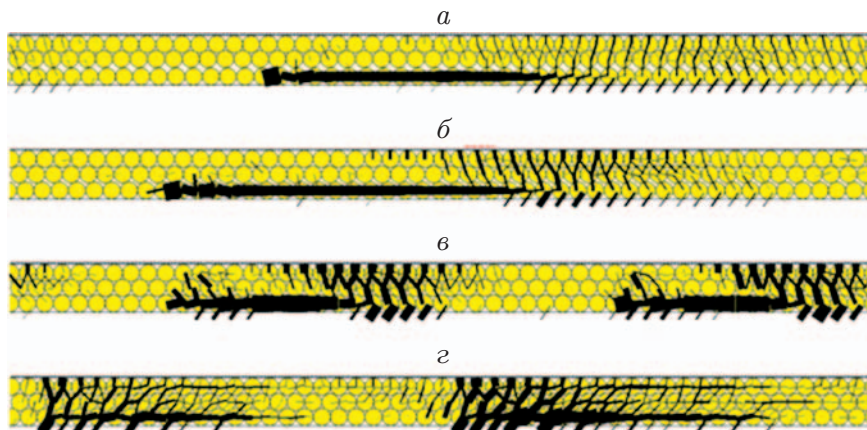


Рис. 10. Силловые цепочки на стадии рекомбинации гранул:  
 а —  $t = 4,4$  мс, б —  $t = 4,6$  мс, в —  $t = 4,8$  мс, г —  $t = 4,81$  мс

вдоль оси  $y$ , продолжают усиливаться. До момента времени  $t = 4,81$  мс силловые цепочки имеют вид сетки. При  $t = 4,81$  мс образуется сетка с треугольными контактными ячейками и процесс дилатансии при сдвиге заканчивается. В этот момент времени силловые цепочки имеют перовидную форму, поэтому называются перовидными силловыми цепочками. На данной стадии движения силловые цепочки разрезаны и в основном передают нагрузку в направлении оси  $y$ . Силловые цепочки направлены от обрабатываемой поверхности к движущей, происходит существенное изменение их структуры; силы, действующие на обрабатываемую поверхность, нестабильны и не могут обеспечить прецизионную обработку поверхности.

**Заклучение.** С использованием метода дискретных элементов выполнено моделирование процесса дилатансии в третьем теле. Процесс дилатансии при сдвиге включает три стадии: стадию пластического деформирования, стадию макроскопического разрушения и стадию рекомбинации гранул. Из полученных результатов следует, что характер кривых зависимости коэффициент нагрузки — коэффициент распределения различается на всех трех стадиях. Характер распределения силловых цепочек изменяется от сгущенного до разрезанного, а затем — от разрезанного до сгущенного. Форма силловых цепочек изменяется

от диагональной до каплевидной, а затем (после завершения процесса) становится перовидной. На стадии пластического деформирования силовые цепочки сгущаются. Среди трех форм силовых цепочек наилучшей для шлифования является сетчатая. Полученные результаты позволяют лучше изучить механические процессы, происходящие в третьем теле, в частности механизм трения, механизм передачи усилий при трении и явление прерывистого скольжения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Godet M.** The third-body approach: a mechanical view of wear // *Wear*. 1984. V. 100, N 2. P. 437–452.
2. **Marinack M. C., Higgs C. F.** Three-dimensional physics-based cellular automata model for granular shear flow // *Powder Technol.* 2015. V. 277. P. 287–302.
3. **Higgs C. F., Tichy J.** Effect of particle and surface properties on granular lubrication flow // *Proc. Inst. Mech. Engrs. Pt J: J. Engng Tribol.* 2008. V. 222, N 6. P. 703–713.
4. **Dougherty P. S., Marinack M. C., Sunday C. M., Higgs C. F.** Shear-induced particle size segregation in composite powder transfer films // *Powder Technol.* 2014. V. 264. P. 133–139.
5. **Cain R. G., Page N. W., Biggs S.** Microscopic and macroscopic aspects of stick-slip motion in granular shear // *Phys. Rev. E*. 2001. V. 64, N 1. P. 953–961.
6. **Wójcik M., Tejchman J., Enstad G. G.** Confined granular flow in silos with inserts — full-scale experiments // *Powder Technol.* 2012. V. 222. P. 15–36.
7. **Ghosh A., Wang W., Sadeghi F.** An elastic-plastic investigation of third body effects on fretting contact in partial slip // *Intern. J. Solids Structures*. 2016. V. 81. P. 95–109.
8. **Zhang T., Wang H., Hu Y. Z.** Atomic stick-slip friction between commensurate self-assembled monolayers // *Tribol. Lett.* 2003. V. 14, N 2. P. 69–76.
9. **Zhu P. Z., Hu Y. Z., Wang H.** Molecular dynamics simulations of atomic-scale friction in diamond-silver sliding system // *Chinese Sci. Bull.* 2009. V. 54, N 24. P. 4555–4559.
10. **Wang W., Liu Y., Zhu G., Liu K.** Using FEM–DEM coupling method to study three-body friction behavior // *Wear*. 2014. V. 318, N 1. P. 114–123.
11. **Wang W., Gu W., Liu K.** Force chain evolution and force characteristics of shearing granular media in Taylor — Couette geometry by DEM // *Tribol. Trans.* 2014. V. 58, N 2. P. 197–206.
12. **Meng F., Liu K., Tang Z., et al.** Multiscale mechanical research in a dense granular system between sheared parallel plates // *Phys. Scripta*. 2014. V. 89, N 10. 105702.
13. **Meng F., Liu K., Wang W.** The force chains and dynamic states of granular flow lubrication // *Tribol. Trans.* 2015. V. 58, N 1. P. 70–78.
14. **Iordanoff I., Khonsari M. M.** Granular lubrication: toward an understanding of the transition between kinetic and quasi-fluid regime // *J. Tribol.* 2004. V. 126, N 1. P. 137–145.
15. **Cundall P. A., Strack O. D.** A discrete numerical model for granular assemblies // *Geotechnique*. 1979. V. 29, N 1. P. 47–65.

*Поступила в редакцию 15/XI 2016 г.*