время релаксации прогретого слоя пороха $t_2 = 10^{-1} - 10^{-2}$ *сек*, то размерная критическая частота $\omega = \frac{\gamma}{t_2} \sim (1-200)$ *гц*.

Выводы. Теоретически показано, что учет зависимости скорости горения от эрозии приводит к расширению области устойчивости по параметру δ. Обнаруженный факт еще не означает физического расширения области устойчивости.

Учет зависимости температуры поверхности от эрозии оказывает на устойчивость дестабилизирующее влияние.

Поступила в редакцию
17/V 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Б. Зельдович. ПМТФ, 1964, 3.
2. Б. В. Новожилов. ПМТФ, 1965, 4.
3. Б. В. Новожилов. ПМТФ, 1965, 6.
4. Б. В. Новожилов. ПМТФ, 1970, 4.
5. Р. Н. Уимпресс. Внутренняя баллистика пороховых ракет. М., ИЛ., 1952.
6. В. Н. Вилюнов. Докл. АН СССР, 1961, **136**, 2.
7. В. Н. Вилюнов, А. А. Дворяшин. ФГВ, 1971, **7**, 1.
8. Я. Б. Зельдович. ЖЭТФ, 1942, вып. 11—12.
9. Я. Б. Зельдович. ПМТФ, 1963, 1.
10. Б. В. Новожилов. ФГВ, 1967, **3**, 1.

УДК 536.46+662.215.2

ОБ ИЗМЕНЕНИИ ДАВЛЕНИЯ В НАЧАЛЬНЫЙ ПЕРИОД ГОРЕНИЯ К-СИСТЕМЫ В ПОЛУЗАМКНУТОМ ОБЪЕМЕ

Б. Т. Ерохин, Б. А. Райзберг
(Москва)

В работах Ю. А. Победоносцева и Я. Б. Зельдовича было установлено, что уменьшение проходного сечения канала конденсированной системы вызывает резкое увеличение давления и приводит к неустойчивым процессам в полузамкнутом объеме. В некоторых случаях происходило гашение к-системы с повторным самовоспламенением («чихание»); диаграмма давления в этом случае имеет прерывистый характер. Появилась необходимость в критерии, который обеспечивал бы возможность такого выбора начальных условий, при которых взмыв давления и неустойчивость процесса не повторяются.

Наиболее жизнеспособным оказался предложенный профессором Ю. А. Победоносцевым критерий $\varkappa$, равный отношению горящей поверхности канала к-системы к площади проходного сечения. В то же время было замечено, что этот критерий далеко не полностью характеризует процесс и в этом смысле лишен общности. На величину взмыва давления оказывают влияние турбулентное горение, гидродинамические потери, скорость потока, геометрические характеристики и др.

Естественно, что указанный критерий должен отражать эти явления. Для получения критерия, характеризующего взмыв давления, в качестве исходной примем систему уравнений движения продуктов горения в канале к-системы с распределенным по длине газоприходом, обусловленным горением к-системы. Используя принцип квазистационарности (суть которого состоит в том, что в общей системе уравнений пренебрегаем членами, отражающими нестационарность процесса) для одномерной модели течения вещества и полагая газ идеальной нетеплопроводной жидкостью, получим следующую систему, состоящую из уравнений сплошности потока, импульса и энергии:

$$\frac{\partial}{\partial x}\rho F w = \rho_{\text{т}} h u,$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\rho F w^2 = -F\frac{\partial p}{\partial x},$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\rho F w\left(C_v T + A\frac{w^2}{2}\right) = \rho_{\text{т}} h u Q_{\text{т}} - A\frac{\partial}{\partial x} p F w. \tag{1}$$

Здесь $h=\pi d$ — смоченный периметр канала; ρ — плотность газа; p — давление; T — температура; F — площадь поперечного сечения канала к-системы; $\rho_{\text{т}}$ — плотность к-системы; u — скорость горения; $Q_{\text{т}}$ — теплота, выделяющаяся при сгорании единицы массы к-системы; A — термический эквивалент работы.

Для замкнутости системы уравнений (1) к ней необходимо присовокупить уравнение состояния:

$$p/\rho = gRT \tag{2}$$

и закон горения

$$u = u(\rho w). \tag{3}$$

Скорость горения к-системы в турбулентном потоке при прочих равных условиях в основном определяется скоростью и степенью турбулентности потока. Степень турбулентности потока в передней части канала зависит в основном от развитости горящей поверхности в передней части канала, т. е. от наличия или отсутствия горящего компенсатора. Выражение для скорости горения в турбулентном потоке имеет вид:

$$u = u_1 p^{\nu}\left[1 + K_w\sqrt{w - w_{\text{п}}}\ \delta\right]; \tag{4}$$

$$\delta = \begin{cases} 0, & \text{если } w < w_{\text{п}} \\ 1, & \text{если } w \geqslant w_{\text{п}}, \end{cases}$$

где u_1 — единичная скорость горения; ν — показатель давления в степенном законе горения; K_w — коэффициент турбулентного горения; $w_{\text{п}}$ — пороговая скорость потока, соответствующая критическому безразмерному числу

$$\overline{Y}_{\text{кр}} = \frac{wY_{11}}{\nu}. \tag{5}$$

(Под критическим числом $\overline{Y}_{\text{кр}}$ понимается такое число, при котором турбулентные вихри проникают в дымо-парогазовую зону.)

Здесь Y_{11} — ширина зоны пламени; ν — коэффициент кинематической вязкости продуктов горения. Количественное значение пороговой скорости будет определяться прежде всего степенью турбулентности и скоростью потока во входной части канала. В этом смысле говорить о величине пороговой скорости для фиксированной марки к-системы в отрыве от условий горения (наличие или отсутствие компенсатора в передней части) вообще не имеет смысла, ибо в каждом конкретном случае оно будет иметь свое значение. Сделаем еще одно допущение относительно принятия в системе уравнений (1) постоянства площади поперечного сечения канала по его длине, т. е. $\partial F/\partial x=0$. Такое допущение не может оказать существенного влияния на количественное и качественное изменение взмыва давления, ибо приращение площади по длине канала мало по сравнению с самой площадью, т. е. $\Delta F/F\ll 1$.

Из второго и третьего уравнений системы (1) найдем давление и плотность через скорость

$$p=\Pi_0\frac{i_0-\frac{w^2}{2}}{i_0+\frac{k+1}{2(k-1)}w^2}, \tag{6}$$

$$\rho_0=\Pi_0\frac{\frac{k}{k-1}}{i_0+\frac{k+1}{2(k-1)}w}. \tag{7}$$

Здесь

$$\Pi_0=p_0+\rho_0 w_0^2;$$

$$i_0=\frac{k}{k-1}\frac{p_0}{\rho_0}+\frac{w_0^2}{2}. \tag{8}$$

Из совместного решения уравнения сплошности потока и уравнения (7) получим:

$$\frac{d}{dx}\left[\Pi_0\frac{\frac{k}{k-1}w}{i+\frac{k+1}{2(k-1)}w_2}\right]=\frac{\rho_т hu}{F} \tag{9}$$

или после дифференцирования

$$\Pi_0\frac{k}{k-1}\frac{i_0-\frac{k+1}{2(k-1)}w^2}{\left[i_0+\frac{k+1}{2(k-1)}w^2\right]^2}\frac{dw}{dx}=\frac{\rho_т hu}{F}. \tag{10}$$

Комбинируя соотношения (4) или (5) в зависимости от формы канала к-системы (6) и (10), получим:

$$i_0=\frac{\frac{k+1}{2(k-1)}\frac{w^2}{2}}{i_0+\frac{k+1}{2(k-1)}}\frac{dw}{dx}=\frac{\rho_т hu_1}{F\Pi_0^{1-\nu}}\frac{k-1}{k}\left[\frac{i-\frac{w^2}{2}}{i_0+\frac{k+1}{2(k-1)}w^2}\right]^{\nu}\times$$
$$\times\left(1-K_w\sqrt{w-w_п}\,\delta\right). \tag{11}$$

Уравнение (11) является исходным для определения закона изменения скорости потока по длине канала на участке турбулентного горения. При выводе последнего уравнения предполагалось, что скорость горения зависит от статического давления в газовом потоке: возрастает по длине канала за счет эффекта турбулентного горения и убывает вследствие понижения статического давления. Последний эффект особенно сильно проявляется при скоростях потока газа, соизмеримых со скоростью звука.

Перейдем в уравнении (11) к относительной скорости потока λ

$$\lambda=\frac{w}{\sqrt{\frac{2(k-1)}{k+1}i_0}},$$

тогда получим:

$$\frac{1-\lambda^2}{1+\lambda^2}\frac{d\lambda}{dx}=\frac{k-1}{k}\frac{\rho_{\text{т}}\,hu}{F\Pi_0^{1-\nu}}\sqrt{\frac{k+1}{2(k-1)}i_0}\left(\frac{1-\frac{k-1}{k+1}\lambda^2}{1+\lambda^2}\right)^{\nu}\times$$

$$\times\left[1+K_w\sqrt{\sqrt{\frac{2(k-1)}{k+1}i_0}\,(\lambda-\lambda_{\text{п}})\,\delta}\,\right], \tag{12}$$

где

$$\lambda_{\text{п}}=\frac{w_{\text{п}}}{\sqrt{\frac{2(k-1)}{k+1}i_0}}. \tag{13}$$

После разделения переменных и интегрирования (12), получим:

$$\int\limits_{\lambda_0}^{\lambda}\frac{(1-\lambda^2)\,d\lambda}{(1+\lambda^2)\left(1-\frac{k-1}{k+1}\lambda^2\right)^{\nu}\left[1+K_w\sqrt{\sqrt{\frac{2(k-1)}{k+1}i_0}\,(\lambda-\lambda_{\text{п}})\,\delta}\right]}=$$

$$=\frac{k-1}{k}\frac{\rho_{\text{т}}\,hu_1 i_0}{F\Pi_0^{1-\nu}}\sqrt{\frac{k+1}{2(k-1)i_0}}\,x. \tag{14}$$

Заметим, что если $\lambda<\lambda_{\text{п}}$, при вычислении квадратуры в левой части уравнения (14) следует полагать $K_w=0$. В целях упрощения выкладок обозначим:

$$\int\limits_{\lambda_0}^{\lambda}\frac{(1+\lambda^2)\,d\lambda}{(1+\lambda^2)^{2-\nu}\left(1-\frac{k-1}{k+1}\lambda^2\right)^{\nu}\left[1+K_w\sqrt{\sqrt{\frac{2(k-1)}{k+1}i_0}\,(\lambda-\lambda_{\text{п}})\,\delta}\right]}=\Phi(\lambda), \tag{15}$$

где Φ — первообразная функция.

Легко видеть, что при известных значениях λ_0 и Π_0 уравнение (14) определяет зависимость $\lambda=\lambda(x)$, т. е. закон изменения относительной скорости по длине канала. Из (14), (15) и соотношения для стационарного давления можно определить взмыв давлений:

а) для к-системы с компенсатором в передней части

$$\bar{p}_0=\frac{p_0}{p_{\text{ст}}}=\left[\frac{\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}}\frac{hl}{S}\frac{F_{\text{кр}}}{F_l}}{\Phi(\lambda_l)-\Phi(\lambda_0)}\right]^{\frac{1}{1-\nu}}; \tag{16}$$

б) для канальной к-системы с нулевой скоростью потока на входе в канал

$$\bar{p}_0=\frac{p_0}{p_{\text{ст}}}\left[\frac{\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}}\frac{hl}{S}\frac{F_{\text{кр}}}{F_l}}{\Phi(\lambda_l)}\right]^{\frac{1}{1-\nu}}, \tag{17}$$

де l — длина канала; S — поверхность горения. При определении поинома $\Phi(\lambda)$ для выходной части канала необходимо предварительно найти коэффициент относительной скорости λ_l. С учетом гидродинамических потерь эта скорость может быть определена из трансцендентного уравнения

$$q(\lambda_l)=\frac{F_{\text{кр}}}{F_l}\left[\Pi(\lambda_l,\ \xi)-\Pi(\lambda_l,\ \xi)\frac{S_{\text{т}}}{S_{\Sigma}}\right],$$

где

$$\Pi(\lambda_l, \xi) = \frac{p_{0\text{кр}}}{p_{0l}} = 1 - \frac{\xi k}{k-1} \frac{\pi(\lambda_l)\lambda^2 l}{\tau(\lambda_l)};$$

ξ — коэффициент гидродинамических потерь на участке выходное сечение канала — критическое сечение; $S_{\text{т}}$ — торцовая (со стороны переднего торца) поверхность горения; S_{Σ} — суммарная поверхность горения; $q(\lambda)$, $\pi(\lambda)$, $\tau(x)$ — газодинамические функции; p_{0l}, $p_{0\text{кр}}$ — полное давление на выходе из канала и в критическом сечении. По известному значению коэффициента относительно скорости можно определить количественное значение полимеров $\Phi(\lambda_l)$ и $\Phi(\lambda_0)$. Отличительная особенность функции $\Phi(\lambda)$ для каналов с компенсатором и без компенсатора в передней части будет состоять (в соответствии с зависимостями для скорости горения в турбулентном потоке (4)) в различии пороговых скоростей турбулентного горения.

По соотношениям (16) и (17) можно определить величину взмыва давления, обусловленную турбулентным горением и гидродинамическими потерями, и выбрать исходя из этого оптимальные размеры канала к-системы.

Поступила в редакцию
3/VI 1971

УДК 662.612.3

О СКОРОСТИ ПАДЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ ПРИ ВВОДЕ В ПОЛУЗАМКНУТЫЙ ОБЪЕМ ОХЛАЖДАЮЩЕГО ВЕЩЕСТВА

Б. Т. Ерохин, Ю. И. Федоров

(Москва)

В настоящее время одной из актуальных и вместе с тем сложных задач является изучение закономерностей гашения конденсированных систем.

Известно, что устойчивое гашение конденсированных систем достигается при определенных критических значениях скорости падения давления в полузамкнутом объеме. Для вывода критического значения скорости сброса давления воспользуемся выражением для нестационарной скорости горения [1]

$$u = u_1 p^{\nu}\left[1 + \frac{2a\nu}{u_1^2} p^{-(2\nu+1)} \frac{dp}{dt}\right]. \tag{1}$$

Условием гашения к-системы можно считать $u \leqslant 0$, тогда

$$0 \geqslant u_1 p^{\nu}\left[1 + \frac{2a\nu}{u_1^2} p^{-(2\nu+1)} \frac{dp}{dt}\right]$$

или

$$-1 \geqslant \frac{2a\nu}{u_1^2} p^{-(2\nu+1)} \frac{dp}{dt}, \quad -\frac{dp}{pdt} \leqslant \frac{u_1 p^{\nu}}{2a\nu},$$