

УДК 51-74

## **О численном моделировании аэродинамики городских застроек на неструктурированных расчетных сетках\***

**С.А. Вальгер**

*Институт теоретической и прикладной механики  
им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск*

E-mail: valger@itam.nsc.ru

Рассматривается вопрос применимости неструктурированных расчетных сеток в задачах численного моделирования аэродинамики городских застроек. На тестовой задаче обтекания внешним потоком призмы квадратного сечения, для которой имеются экспериментальные данные в литературе, выполнен анализ производительности вычислений и ошибок дискретизации на неструктурированных сетках с полиэдральной и тетраэдральной формами сеточного элемента. Выполнено сравнение результатов численного моделирования, полученных на различных типах сетки, с данными эксперимента по профилям скорости и турбулентной кинетической энергии в характерных вертикальных и горизонтальных сечениях в окрестности призмы, а также по характерным размерам отрывных зон на крышке призмы и за ней. Показано, что при использовании полиэдральной расчетной сетки время вычислений существенно меньше по сравнению с расчетами на сетках, построенных на основе тетраэдров, при этом результаты расчета качественно и количественно воспроизводят данные эксперимента. Также в работе проведено нестационарное моделирование на полиэдральной расчетной сетке с применением вихреразрешающей модели турбулентности. Расчеты с применением вихреразрешающего подхода позволили уточнить параметры рециркуляционной зоны за призмой. Вычисления проведены в решателе Fluent 2020R1.

**Ключевые слова:** неструктурированные сетки, полиэдральные сетки, аэродинамика городских застроек, отрывные течения, программные комплексы, ANSYS Fluent.

### **Введение**

Последние несколько десятилетий численные методы успешно используются в задачах строительной аэродинамики. Численное моделирование, основанное на физико-математических моделях механики сплошных сред, используется для оценки аэродинамических характеристик конструкций мостов [1–5], уникальных зданий и сооружений [6–10], городских застроек [11–16]. В отличие от физического эксперимента, виртуальный эксперимент позволяет выполнить моделирование аэродинамики строительного объекта в реальном масштабе. Кроме того, численное моделирование позволяет проводить параметрические исследования в широком диапазоне входных параметров набегающего потока, таких как скорость и температура, направление ветра, а также гибко перестраивать расчетную область, что формирует перспективы для работ по оптимизации формы строительного объекта или целого фрагмента застройки. Перспективным выглядит

---

\* Исследование выполнено за счет гранта РФФИ (проект № 20-79-00151).

использование виртуальных экспериментов и в задачах, требующих изучения более сложных явлений, для которых проведение масштабного физического эксперимента в аэродинамической трубе представляется затруднительным. Например, численные методы могут быть использованы для прогнозирования качества воздуха в городских застройках и оценки процессов переноса вредных примесей и пыли [17–21], описания параметров микроклимата и явлений и процессов, связанных с эффектом городского острова тепла [22–25], и т.д.

Несмотря на широкие возможности методов численного моделирования механики сплошных сред, их практическое применение в аэродинамике городской застройки должно быть аккуратным. Следует учитывать такие факторы, как существенная неопределенность исходных данных, большое количество параметров численной модели, влияющих на результат расчета, необходимость работы со сложными геометрическими областями и их большими масштабами, что, в свою очередь, требует колоссальных затрат вычислительного времени. Именно поэтому большое количество работ последних двадцати лет направлено на разработку методик численного моделирования аэродинамики зданий и застроек, физико-математических моделей, адекватно описывающих течения атмосферного воздуха в окрестности систем плохообтекаемых тел, валидации и верификации численных методов. В работах [26–31] проводились тестирования существующих подходов к моделированию турбулентных эффектов в атмосферном пограничном слое, позволяющих корректно предсказывать структуру течения в окрестности плохообтекаемых тел и их систем, форму и размеры отрывных зон, средние и пульсационные характеристики ветрового потока. В работах [32, 33] приводились рекомендации и методологии расчета аэродинамики зданий и застроек, разработанные по результатам валидации методов вычислительной аэрогидродинамики (CFD, Computational Fluid Dynamics) на экспериментальных данных, полученных в аэродинамических трубах, и верификации различных расчетных кодов. Были предложены методики задания входных граничных условий, описывающих особенности приземного пограничного слоя, и приведены общие рекомендации по выбору характерных размеров расчетной области.

Одним из важных вопросов эффективного применения метода конечных объемов в задачах строительной аэродинамики остается выбор метода дискретизации расчетной области. В рамках численного моделирования аэродинамики зданий или их комплексов требуется выполнять построение математической модели, описывающей геометрическую область со сложными границами. Как правило, в случае расчета реальных строительных объектов геометрическая область воспроизводится на основе трехмерных геометрических моделей объектов, построенных в системах автоматизированного проектирования (CAD, Computer-Aided Design). На рис. 1*a*, 1*b* представлены примеры трехмерных геометрических моделей, используемых для построения трехмерной расчетной области.

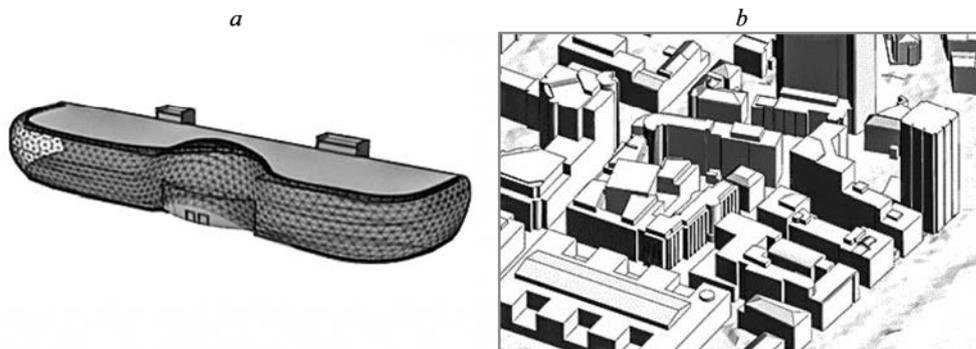


Рис. 1. Примеры трёхмерных геометрических моделей здания (а) и застройки (б).

Построение расчетной сетки конечных объемов для геометрически сложных областей является трудоемкой задачей и требует высокой степени автоматизации процесса. Сетка, построенная для таких областей, должна иметь высокое качество, подробное разрешение в окрестности твердых стенок и в зонах высоких градиентов, отвечать требованиям сходимости решения и минимизировать численные ошибки дискретизации в расчетах сложных эффектов, таких как турбулентность.

Метод конечных объемов не накладывает строгих ограничений на форму используемого сеточного элемента. Применение двумерных четырехугольных элементов и трехмерных элементов, близких к правильному гексаэдру, существенно расширяет выбор малодиссипативных схем дискретизации конвективных потоков, обеспечивает устойчивость счета и сокращает время расчета из-за относительно малого количества элементов сетки по сравнению с неструктурированными сетками на основе тетраэдров [32]. В качестве основного недостатка структурированных расчетных сеток с точки зрения инженерной практики следует отметить возможность их построения, в большинстве случаев, только для задач с простой геометрией (призма прямоугольного сечения, цилиндр, конус). Однако для геометрически сложных и криволинейных расчетных областей, например, городского микрорайона, построение блочно-структурированной сетки и сетки на основе гексаэдров высокого качества является трудно реализуемой на практике задачей. Тем не менее, несмотря на эту сложность, большинство существующих валидационных расчетных тестов для задач строительной аэродинамики [26 – 30] проводились для плохообтекаемых тел и их систем с использованием блочно-структурированных, гексаэдральных сеток высокого качества. С другой стороны, применение неструктурированных расчетных сеток для задач аэродинамики городских территорий позволяет существенно автоматизировать и сократить по времени процесс подготовки расчетных моделей. Вопросы использования неструктурированных тетраэдральных расчетных сеток с выделением призматических слоев вдоль стенок модели для расчетов течений в окрестности сооружений поднимались в работах [3, 4, 10]. В исследовании [34] были приведены некоторые рекомендации по построению гибридных расчетных сеток в задачах внешней аэродинамики застроек.

В последние годы CFD-коды реализуют алгоритмы счета на неструктурированных сетках с многоугольной формой элемента, в частности, на полиэдральных сетках [35]. Преимуществом таких сеток является возможность описания геометрически сложных областей меньшим количеством сеточных элементов по сравнению с тетраэдральными сетками и, предположительно, с меньшими затратами вычислительных ресурсов для счета. В работах [36 – 38] приведено сравнение расчетов течений различных сред, полученных на тетраэдральных и полиэдральных сетках. Авторами [36] рассматривалась возможность применения полиэдральных сеток для описания турбулентных течений жидкостей в задачах биомедицины в пакете Fluent. Было показано, что полиэдральные сетки дают возможность описывать каналы сложной формы и позволяют сократить время счета без существенной потери точности решения. В работе [38] на задаче о турбулентном течении за обратным уступом с использованием вихреразрешающей модели турбулентности DES (пакет ЛОГОС) проводился анализ различных схем дискретизации конвективных потоков на сетках, состоящих из гексаэдров, тетраэдров и полиэдральных элементов. Однако вопросы применения полиэдральных расчетных сеток для задач экологии и строительной аэродинамики остаются недостаточно изученными.

В настоящей работе исследуются возможности применения полиэдральных расчетных сеток для численного моделирования турбулентных течений воздуха в окрестности плохообтекаемых тел, имитирующих здания и сооружения. В качестве тестовой выбрана задача обтекания призмы квадратного сечения, для которой имеются экспериментальные данные [39, 40]. Проводится сравнение результатов расчетов, полученных на неструктурированных расчетных сетках различных конфигураций, с данными эксперимента.

Исследуются вопросы сходимости и производительности вычислений с использованием сеток с тетраэдральной и полиэдральной формой элемента. Также в работе выполняется нестационарное моделирование с применением вихреразрешающей модели турбулентности DDES на полиэдральной сетке. Проводится сравнение результатов счета с данными эксперимента по профилям скорости и турбулентной кинетической энергии (ТКЭ) в характерных вертикальных сечениях в зонах рециркуляции в окрестности плохообтекаемого тела. Для генерации неструктурированных расчетных сеток используется сеточный генератор Fluent Meshing 2020R1. Для выполнения расчетов применяется функционал расчетного кода Fluent 2020R1.

## 1. Описание тестовой задачи

Для исследования применимости и эффективности использования неструктурированных полиэдральных сеток в расчетах внешней аэродинамики зданий и сооружений была выбрана тестовая задача об обтекании потоком воздуха призмы квадратного сечения, закрепленной на плоской подложке. В работах [39, 40] проводилось экспериментальное исследование аналогичной конфигурации в аэродинамической трубе, и сегодня оно используется многими авторами для валидации численных методик [26, 27, 30].

Ключевой особенностью эксперимента [39, 40] является наличие пограничного слоя толщиной  $\delta$ , значительно превышающего высоту плохообтекаемого тела  $h = 0,16$  м, что соответствует толщине атмосферного пограничного слоя. На рис. 2 схематично показана исследуемая конфигурация. Призма высотой  $h$  с поперечным размером  $b = h/2$  закреплена на плоской подложке. На призму набегающий поток воздуха, скорость в ядре потока  $U_\infty = 6,751$  м/с, толщина пограничного слоя на входе в расчетную область  $\delta = 7,5b$ . Число Рейнольдса, вычисленное по скорости набегающего потока  $U_h = 4,491$  м/с на высоте  $h$  и характерному размеру плохообтекаемого тела  $h$ , составляет  $Re_h \approx 4,9 \cdot 10^4$ . В соответствии с экспериментальными данными в качестве среды рассматривается воздух с физическими свойствами, соответствующими нормальным температурным условиям:  $T \approx 15$  °С.

Для исследуемой конфигурации в работах [39, 40] были экспериментально получены данные о распределении скоростей  $U_x$ ,  $U_y$ ,  $U_z$  и турбулентной кинетической энергии  $k$  в характерных вертикальных и горизонтальных сечениях. В настоящей работе для оценки результатов численного моделирования и сравнения с данными эксперимента выбраны горизонтальное сечение  $XY$  ( $z = 0,125b$ ) и вертикальное сечение  $XZ$  ( $y = 0$ ).

## 2. Математическая модель и методы численного моделирования

### 2.1. Моделирование турбулентных эффектов

Выбор модели турбулентности при численном моделировании атмосферных течений в окрестности зданий и сооружений является одним из наиболее важных вопросов. В инженерной практике сегодня продолжают активно использовать модели, основанные на решении осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса, замыкание которых

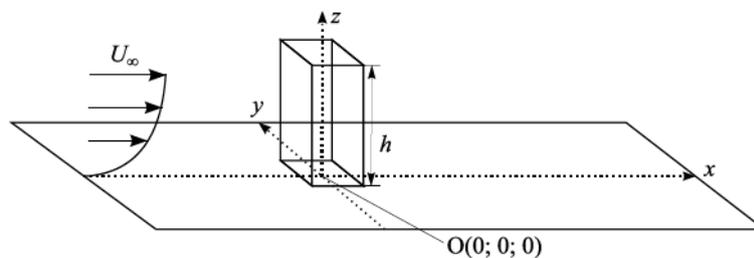


Рис. 2. Схема расчетной конфигурации, соответствующей эксперименту [39, 40].

осуществляется с помощью одно- или многопараметрических моделей вихревой вязкости. Тестированию моделей данного класса для задач внешнего обтекания плохообтекаемых тел посвящены работы [26–28, 31, 32]. В работе [26] было выполнено численное моделирование задачи [39, 40] с применением стандартной  $k$ - $\varepsilon$  модели турбулентности [41] на структурированной гексаэдральной расчетной сетке и с использованием пристеночных функций. Показано, что стандартная модель турбулентности  $k$ - $\varepsilon$  и рассмотренные в работе ее модификации в выбранной численной реализации не позволяют корректно предсказать возвратное течение на крышке призмы, а также отрывную зону за призмой. Все рассмотренные авторами [26] модели дали существенное завышение размеров отрывной зоны за призмой. В работе [27] на задаче [39, 40] было показано, что стандартные  $k$ - $\varepsilon$  и  $k$ - $\omega$  [42] модели турбулентности в несколько раз завышают уровень турбулентности в области взаимодействия пограничного слоя с неблагоприятными градиентами давления. В исследовании [28] приводились данные расчетов предложенной авторами [43] задачи обтекания вентилируемого плохообтекаемого тела. Было проведено масштабное тестирование стационарных моделей RANS:  $k$ - $\varepsilon$  [41],  $k$ - $\varepsilon$  Realizable [44],  $k$ - $\varepsilon$  RNG [45],  $k$ - $\omega$  [42],  $k$ - $\omega$  SST [46] и модели Рейнольдсовых напряжений RSM [47]. Также здесь изучалось влияние на точность решения таких параметров, как размер расчетной области, разрешение расчетной сетки, профили входных граничных условий, порядок аппроксимации и тип схемы и др. Лучшее согласование с данными эксперимента было получено при использовании модели  $k$ - $\omega$  SST, за которой следовала модель  $k$ - $\varepsilon$  RNG. Другие модели не воспроизвели рециркуляционные зоны перед фронтальной стороной тела. В работе [31] авторы пришли к выводу, что модель  $k$ - $\varepsilon$  RNG показывает лучшую точность в предсказании отрывной структуры течения по сравнению со стандартной  $k$ - $\varepsilon$  моделью и моделью  $k$ - $\varepsilon$  Realizable. Резюмируя результаты приведенных работ, следует констатировать тот факт, что существующие модели RANS не способны правильно воспроизвести распределение средней скорости и ТКЭ в окрестности плохообтекаемого тела и, как следствие, неверно предсказывают размеры областей рециркуляции. Для сложных трехмерных отрывных течений RANS подход позволяет лишь качественно оценить отрывную картину течения.

В работе [30] на задаче [39, 40] проводилось сравнение данных эксперимента с результатами расчетов, полученных с использованием модели  $k$ - $\varepsilon$  RNG, а также вихререзающих подходов LES и DDES S-A [48]. Расчеты выполнялись на структурированных гексаэдральных сетках высокого качества, и была исследована сходимость решения на расчетных сетках такого типа. Было показано, что все три подхода позволяют корректно воспроизвести структуру потока с наветренной стороны призмы. Однако LES и DES подходы позволяют также получать близкие к экспериментальным размеры отрывной зоны за призмой. Отмечалось влияние на воспроизведение параметров потока вблизи боковых граней призмы алгоритма сшивки зон LES и RANS в DES подходе.

В настоящей работе для тестирования неструктурированных расчетных сеток применительно к задачам аэродинамики зданий и сооружений используются два подхода. На первом этапе решение строится на основе трехмерных стационарных уравнений Навье–Стокса, осредненных по Рейнольдсу и дополненных уравнениями модели турбулентности  $k$ - $\varepsilon$  RNG [45]. Для разрешения параметров потока у стенки применяется низко-рейнольдсовая коррекция Ментера–Лехнера [49].

На втором этапе полученные данные используются в качестве начального приближения в нестационарных расчетах с вихререзающим гибридным подходом DDES, комбинирующим подход LES в области крупных вихрей и модель  $k$ - $\varepsilon$  Realizable в пристеночной зоне. В рамках этого подхода для областей применения RANS и LES используется одна базовая модель турбулентности, которая работает как RANS-модель внутри пристеночного пограничного слоя и как ее подсеточный аналог вдали от стенок модели. Для реализации подхода DDES член диссипации в уравнении для переноса ТКЭ рассчитывается как

$$Y_k = \rho k^{3/2} / l_{des}, \quad (1)$$

где

$$l_{des} = l_{rke} - f_d \max(0, l_{rke} - C_{des} \Delta_{max}), \quad l_{rke} = \frac{k^{3/2}}{\varepsilon}. \quad (2)$$

Здесь  $C_{des} = 0,61$ ,  $\Delta_{max}$  — локальный шаг сетки, а величина  $f_d$  определяется в соответствии с реализацией, предложенной в [50] и разработанной на основе [48]:

$$f_d = 1 - \tanh\left((20r_d)^3\right), \quad r_d = \frac{v_t + \nu}{\sqrt{U_{i,j}U_{ij}} \kappa^2 d^2}, \quad (3)$$

где  $v_t$  — кинематическая турбулентная вязкость,  $\nu$  — молекулярная вязкость,  $U_{ij}$  — градиенты скорости,  $\kappa = 0,41$  — постоянная Кармана,  $d$  — расстояние до стенки.

### 2.2. Расчетная область и пространственная дискретизация

Расчетная область для тестовой конфигурации выбрана в соответствии с рекомендациями [32]. На рис. 3а и 3б соответственно показаны сечения расчетной области  $y = 0$  и  $z = 0,125b$ . Область представляет собой полуоткрытое пространство, ограниченное снизу плоской подложкой. Расстояние от входа в расчетную область до исследуемого тела и от тела до боковых границ составляет  $5b$ , расстояние от исследуемого тела до выхода из расчетной области —  $15b$ . Высота расчетной области составляет  $7b$ . На рис. 3 штриховыми линиями показано расположение сечений  $x = \text{const}$ , для которых в работе проводится сравнение с данными эксперимента [39, 40]. Следует отметить, что в расчетах рассматривается полная трехмерная расчетная область без допущения условия симметрии относительно центральной плоскости  $y = 0$ . Выбор полной постановки обусловлен проведением расчетов с использованием вихреразрешающего подхода DDES на втором этапе исследования.

Решение задачи выполнено с использованием метода конечных объемов на неструктурированных расчетных сетках в пакете ANSYS Fluent 2020R1. На рис. 4 приведены варианты расчетных сеток на основе полиэдральных элементов (далее — сетка 1) и тетраэдральных элементов (далее — сетка 2), рассматриваемые в настоящем исследовании. Все приведенные сетки являются неструктурированными и однородными по размеру сеточного элемента вблизи призмы. Для всех расчетных конфигураций в окрестности твердых стенок обтекаемого тела и на подложке вблизи него построено 25 призматических слоев с соотношением высоты соседних слоев  $\approx 1,2$ . Толщина первого слоя призматических элементов вблизи стенок выбрана таким образом, чтобы безразмерное расстояние от первого узла до стенки удовлетворяло условию  $y^+ \leq 1$ .

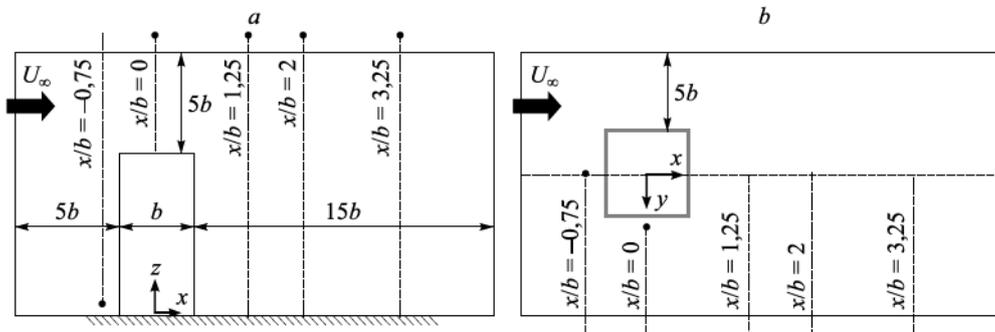


Рис. 3. Схема расчетной области в сечениях  $y = 0$  (а) и  $z = 0,125$  (б).

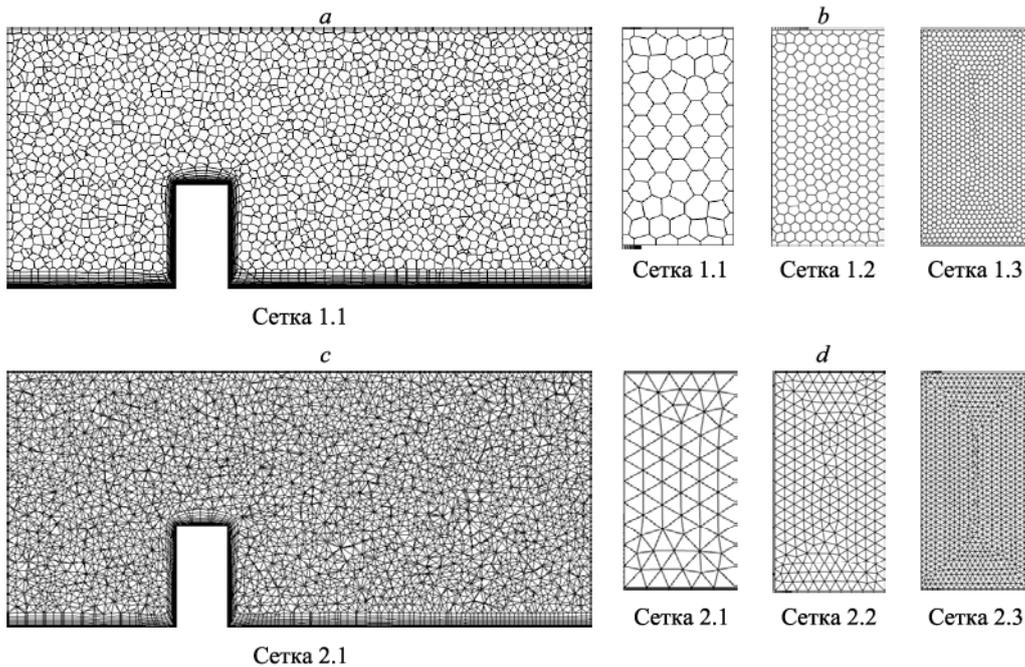


Рис. 4. Схемы расчетных сеток с полиэдральной (a, b) и тетраэдральной (c, d) формами сеточного элемента

в центральном сечении  $y = 0$  (a, c) и на фронтальной стенке призмы  $x = -0,5b$  (b, d).

Для каждого типа сетки рассматривается три варианта, которые отличаются характерным размером  $\Delta$  сеточного элемента вблизи призмы. Данные о вариантах представлены в табл. 1. Шаг по пространству выбирался таким образом, чтобы на высоту призмы  $h$  приходилось 10 (сетка 1.1 и сетка 2.1), 20 (сетка 1.2 и сетка 2.2) и 40 (сетки 1.3, 2.3) ячеек соответственно.

В табл. 1 приведены данные о качестве расчетных сеток, времени генерации сетки в ANSYS Fluent Meshing 2020R1, а также о времени счета одной итерации стационарного расчета тестовой задачи. Время генерации сеток  $t_g$  представлено в безразмерном виде  $t_g/t_0$ , где  $t_0 = 0,52$  мин — время генерации полиэдральной сетки с наиболее грубым шагом (сетка 1.1). Время счета одной итерации стационарного расчета тестовой задачи  $t_{iter}$  представлено в безразмерном виде  $t_{iter}/t_{iter0}$ , где  $t_{iter0} = 0,651$  сек — время счета одной итерации тестовой задачи на полиэдральной сетке с наиболее грубым шагом (сетка 1.1).

Для оценки качества расчетной сетки в работе используется нормированный критерий ортогональности  $Q$ :

Таблица 1

Параметры рассматриваемых расчетных сеток и времена счета тестовой задачи

№ сетки		Количество элементов на высоту призмы $h/\Delta$	Количество элементов в расчетной области	$Q_{\min}$	Время построения сетки $t_g/t_0$	Время счета одной итерации в стационарном расчете, $t_{iter}/t_{iter0}$
Сетка 1 с полиэдральной формой элемента	Сетка 1.1	10	221774	0,07	1	1
	Сетка 1.2	20	1095051	0,08	6,96	4,69
	Сетка 1.3	40	6544770	0,15	107,02	42,24
Сетка 2 с тетраэдральной формой элемента	Сетка 2.1	10	890453	0,05	0,29	2,98
	Сетка 2.2	20	5187738	0,06	2,88	20,45
	Сетка 2.3	40	35467844	0,14	27,26	114,04

$$Q = \frac{\vec{A}_i \cdot \vec{f}_i}{|\vec{A}_i| |\vec{f}_i|}, \quad (4)$$

где  $\vec{A}_i$  — вектор внешней нормали к площади  $i$ -ой грани ячейки,  $\vec{f}_i$  — вектор, проведенный от центра масс ячейки к центру масс  $i$ -ой грани ячейки. Минимальные значения критерия по расчетной области  $Q_{\min}$  для рассматриваемых сеток находятся в рекомендованном в [35] диапазоне  $0,01 \leq Q_{\min} \leq 1$ . При этом минимальное качество ортогональности элементов для полиэдральных сеток ( $Q_{\min} = 0,07, 0,08$  и  $0,15$  для сеток 1.1, 1.2 и 1.3) немного выше по сравнению с тетраэдральными сетками ( $Q_{\min} = 0,05, 0,06$  и  $0,14$  для сеток 2.1, 2.2 и 2.3).

Расчеты с гибридным подходом DES/DDES требуют более детальной сетки по сравнению с той, что используется в расчетах на основе RANS [51]. Для нестационарного расчета с применением вихреразрешающего подхода DDES  $k-\varepsilon$  Realizable в работе использована наиболее подробная сетка 1.3 с полиэдральной формой сеточного элемента. Выбранное сеточное разрешение обусловлено ограничениями вычислительных ресурсов. Вопросы сеточной сходимости решения при использовании вихреразрешающих моделей на неструктурированной полиэдральной расчетной сетке не рассматриваются в данной работе и, безусловно, требуют дополнительного исследования.

### 2.3. Граничные и начальные условия

На входе в расчетную область задавалось граничное условие для скорости, ТКЭ и диссипации ТКЭ. Профили средней скорости и ТКЭ получены из экспериментальных данных с помощью интерполяции значений кубическим сплайном. На рис. 5а и 5б соответственно показаны безразмерные профили скорости  $U/U_h$  и ТКЭ  $k/U_h^2$ , полученные в расчетах (1) и в эксперименте (2). Для расчета профиля диссипации ТКЭ использовалось соотношение [32]

$$\varepsilon(z) \cong C_\mu^{1/2} k(z) \frac{dU(z)}{dz}, \quad (5)$$

где  $C_\mu = 0,09$ .

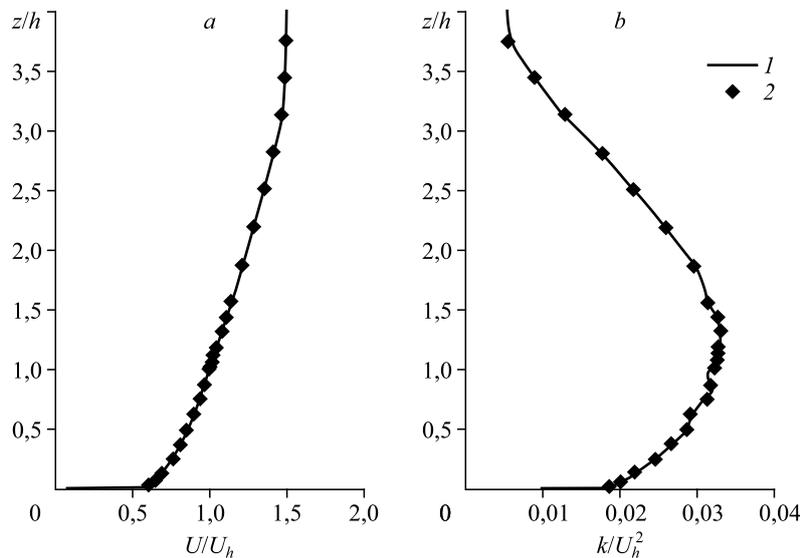


Рис. 5. Профили скорости  $U/U_h$  (а) и ТКЭ  $k/U_h^2$  (б), полученные в расчетах (1) и в эксперименте (2), на входе в расчетную область.

Для нестационарных расчетов с использованием подхода DDES вектор турбулентных пульсаций на входе в расчетную область задавался в виде суперпозиции амплитудно-модулированных мод Фурье с использованием генератора синтетической турбулентности, предложенного в работе [52]. Начальное распределение параметров в области для DDES расчета определялось из результатов моделирования с использованием RANS-модели  $k$ - $\varepsilon$  RNG.

На подложке и стенках тела задавалось условие прилипания для гладкой стенки —  $U_x = U_y = U_z = 0$  и условие затухания турбулентности —  $k = 0$ . Внешние границы расчетной области располагались таким образом, чтобы было обеспечено отсутствие их влияния на поле течения в окрестности плохообтекаемого тела. Для расчетов с использованием RANS-модели на верхней и боковых границах расчетной области задавалось условие симметрии, что соответствует нулевой скорости по нормали к границе и нулевым градиентам всех переменных по нормали к границе. На выходной границе расчетной области задавалось условие постоянства статического давления —  $\Delta P = P_{\text{ст}} - P_0 = 0$  атм. Для DDES расчетов на верхней, боковых и выходной границах расчетной области задавалось условие постоянства статического давления —  $\Delta P = P_{\text{ст}} - P_0 = 0$  атм.

#### 2.4. Методы решения

Для решения системы уравнений использовался метод коррекции давления, реализованный в пакете Fluent 2020R1. На первом этапе расчетов с использованием RANS модели турбулентности для согласования полей давления и скорости применялся алгоритм совместного расчета скорости и давления на основе неявной связи уравнений сохранения импульса и уравнения неразрывности (Coupled pressure-based method) [50]. Аппроксимация конвективных членов уравнений выполнялась с использованием противопотоковой схемы со вторым теоретическим порядком точности [53], аппроксимация градиента давления — с использованием центрально-разностной схемы второго порядка. Градиенты скорости и характеристик турбулентности вычислялись с применением теоремы Грина–Гаусса, записанной относительно центров граней ячеек со вторым порядком точности. Сходимость решения в расчетах определялась выполнением условия достижения абсолютных значений невязок по всем искомым переменным  $10^{-5}$ . В нестационарных расчетах с применением модели турбулентности DDES аппроксимация уравнений по временной переменной осуществлялась с использованием неявной схемы второго порядка точности с шагом  $\tau U_h / h \approx 2,81 \cdot 10^{-3}$ , где  $U_h = 4,491$  м/с — средняя скорость набегающего потока на высоте  $h = 0,16$  м. Период осреднения полей искомых величин  $\Delta T$  был выбран в соответствии с рекомендациями [30]. Безразмерное время осреднения составило  $\Delta T \cdot U_h / h \approx 169$ . Период  $\Delta t \cdot U_h / h \approx 56$ , необходимый для перестроения картины течения от начальных данных, полученных из расчета по модели  $k$ - $\varepsilon$  RNG, к нестационарной картине, предписываемой DDES-аппроксимацией, выбирался также в соответствии с положениями [30].

### 3. Обсуждение результатов

#### 3.1. Производительность вычислений и сеточная сходимость решения

Проведение анализа эффективности расчетов на неструктурированных сетках является непростой задачей. При генерации расчетных сеток такого типа сложно обеспечить соблюдение условия однородности размера сеточного элемента в расчетной области и соответствие размеров сеточных элементов с различной формой. Также результаты расчетов, полученные на различных типах сетки, существенно зависят от программной реализации алгоритмов решения в конкретном расчетном пакете. Следует отметить, что на сегодняшний день в инженерной практике не существует единой верифицированной методики для оценки качества неструктурированных расчетных сеток применительно к решению

широкого класса аэро- и гидродинамических задач. В настоящей работе выполнено сравнение эффективности расчетов на неструктурированных расчетных сетках по нескольким критериям.

Первым критерием является оценка времени выполнения одной итерации стационарного расчета тестовой задачи. В табл. 1 приведены данные о времени расчета тестовой задачи на различных вариантах сетки. Генерация сетки и расчеты проводились с использованием функционала Fluent 2020R1 (Meshing и Solver) с применением алгоритмов распараллеливания на 16 ядер центрального процессора CPU, реализованных в данном пакете программ. Все расчеты выполнялись на процессоре AMD Ryzen 9 3950X 16C/32T.

Из табл. 1 видно, что расчет на сетке с полиэдральной формой элемента осуществляется существенно быстрее по сравнению с расчетом на сетке с тетраэдральной формой элемента. Различие в скорости счета составляет  $\approx 2,7$  раза для сеток с характерным размером сеточного элемента на призме  $\Delta = h/40$  и  $\approx 4,3$  раза для сеток с  $\Delta = h/20$  в пользу расчетов на сетке 1. Ускорение расчетов на сетке 1 достигается за счет сокращения общего количества сеточных элементов модели по сравнению с сеткой второго типа.

В качестве второго критерия оценки используется сеточная сходимость решения и наблюдаемый порядок точности при расчетах на последовательности вложенных сеток. На рис. 6 показаны безразмерные профили модуля скорости  $U/U_h$ , построенные вдоль вертикальных линий  $x/b = -0,75$  (рис. 6a, 6d) и  $x/b = 2$  (рис. 6b, 6e) в центральном сечении расчетной области ( $y = 0$ ), а также профили избыточного давления  $P$ , обезразмеренные на скоростной напор на высоте  $h$  и построенные на фронтальной поверхности призмы вдоль вертикальной линии  $z/b = -0,5$ ,  $y = 0$  (рис. 6c, 6f). Данные приведены для расчетов на полиэдральных сетках 1.1, 1.2, 1.3 (рис. 6a – 6c) и тетраэдральных сетках 2.1, 2.2, 2.3 (рис. 6d – 6f).

Как видно из рис. 6, профили, полученные в расчетах на сетках 1.2 и 1.3, близки друг к другу, в то время как разрешение сетки 1.1 является недостаточным и дает существенное отклонение по профилю давления в окрестности фронтальной верхней кромки призмы. Аналогичный характер сходимости наблюдается на последовательности сеток второго

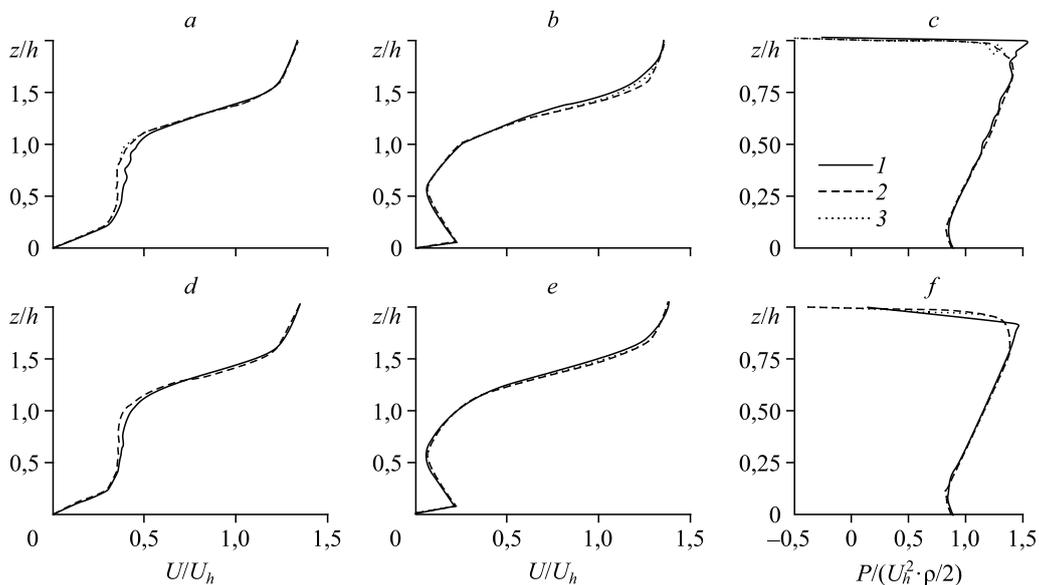


Рис. 6. Профили модуля скорости  $U/U_h$  в сечениях  $x/b = -0,75$  (a, d) и  $x/b = 2$  (b, e), а также обезразмеренные на скоростной напор на высоте  $h$  профили избыточного давления  $P$  вдоль центральной линии на фронтальной поверхности призмы (c, f), полученные в расчетах на полиэдральных расчетных сетках 1.1 (1), 1.2 (2), 1.3 (3) (a–c) и тетраэдральных расчетных сетках 2.1 (1), 2.2 (2), 2.3 (3) (d–f).

типа 2.1, 2.2, 2.3. Кроме того, для расчетов на сетке 1.2 для профиля избыточного давления  $P$  наблюдается небольшая осцилляция давления, что может быть связано с наличием локальных призматических элементов невысокого качества вдоль стенки на верхней кромке модели в этой сетке.

Для анализа ошибок дискретизации проведем оценку основанную на обобщенной теории экстраполяции Ричардсона индекса сходимости сетки GCI, методика вычисления которого описана в работе [54]. Индекс оценивает полосу погрешности того, насколько решение далеко от асимптотического значения, и показывает, насколько изменится решение при дальнейшем измельчении сетки. Имея набор величин  $f_1, f_2, f_3$ , полученных на расчетных сетках с шагами  $h_1, h_2$  и  $h_3$  соответственно, где  $h_1 < h_2 < h_3$ , можно рассчитать индекс GCI на наиболее подробной расчетной сетке как

$$r_{21} = \frac{h_2}{h_1}, \quad r_{32} = \frac{h_3}{h_2}, \quad (6)$$

$$p = \left[ 1 / \ln(r_{21}) \right] \left[ \ln \left| \frac{\varepsilon_{32}}{\varepsilon_{21}} \right| + q(p) \right], \quad q(p) = \ln \left( \frac{r_{21}^p - s}{r_{32}^p - s} \right), \quad s = 1 \cdot \text{sign} \left( \frac{\varepsilon_{32}}{\varepsilon_{21}} \right), \quad (7)$$

$$\varepsilon_{32} = f_3 - f_2, \quad \varepsilon_{21} = f_2 - f_1, \quad \varepsilon_a^{21} = \left| \frac{f_1 - f_2}{f_1} \right|, \quad (8)$$

$$\text{GCI}_{\text{fine}} = \frac{F_s \cdot \varepsilon_a^{21}}{(r_{21}^p - 1)}, \quad f_{\text{ext}} = \frac{(r_{21}^p f_1 - f_2)}{|r_{21}^p - 1|}, \quad (9)$$

где  $F_s = 1,25$  — коэффициент надежности для анализа расчетов на трёх уточненных сетках,  $p$  — наблюдаемый порядок сходимости на сетке,  $f_{\text{ext}}$  — экстраполированное значение переменной для  $\Delta = 0$ .

Для расчета индекса GCI используются длины отрывных зон на крышке призмы ( $x_r$ ) и за призмой ( $x_l$ ) (рис. 7), полученные на основе анализа поля продольной компоненты скорости в центральном сечении модели  $y = 0$ . В табл. 2 приведены полученные в расчетах на различных сетках безразмерные длины отрывных зон  $x_r/b$  и  $x_l/b$  в сечении  $y = 0$ , их экстраполированные значения, наблюдаемый порядок сходимости решения  $p$  и значения индекса GCI. Как видно из таблицы, для расчетов на призматической сетке наблюдаемый порядок точности близок ко второму, что выше полученного в расчетах на тетраэдральной сетке.

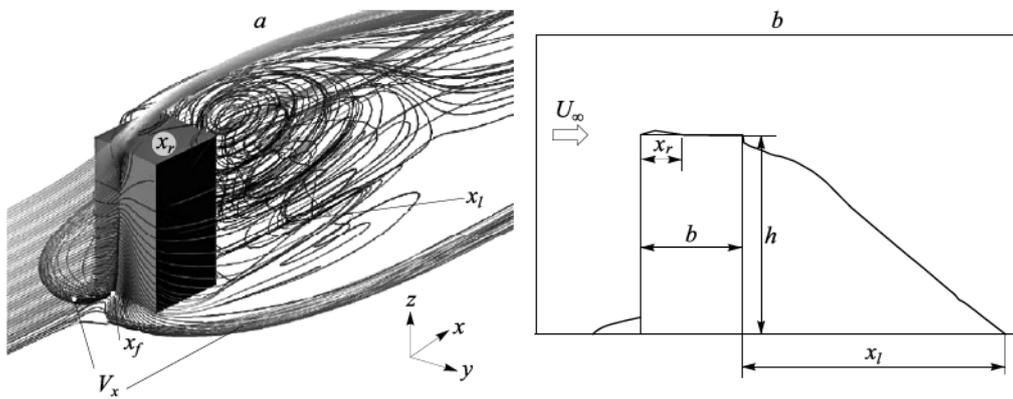


Рис. 7. Структура течения в окрестности призмы [27] (a) и схема расположения отрывных зон в центральном сечении  $y = 0$  (b).

Таблица 2

Индекс сходимости сетки GCI для различных типов сетки

Тип сетки	$f$	$f_3$ (сетки 1.1 и 2.1)	$f_2$ (сетки 1.2 и 2.2)	$f_1$ (сетки 1.3 и 2.3)	$p$	$f_{ext}$	GCI <sub>12</sub> , %	GCI <sub>23</sub> , %
Сетка с полиэдральной формой элемента	$x_r/b$	0,3625	0,4125	0,4250	1,99	0,4292	1,23	5,05
	$x_l/b$	2,6963	2,6588	2,6488	1,9	2,6451	0,17	0,64
Сетка с тетраэдральной формой элемента	$x_r/b$	0,3500	0,3875	0,4000	1,58	0,4062	1,95	6,05
	$x_l/b$	2,6750	2,6375	2,6250	1,58	2,6187	0,30	0,89

Наблюдаемый индекс GCI при расчетах на полиэдральных сетках находится в пределах 1,3 % для расчетов на сетке 1.3 и в пределах 5 % для расчетов на сетке 1.2. В расчетах на сетке с тетраэдральной формой элемента индекс GCI находится в пределах 2 % для сетки 2.3 и 6 % для сетки 2.2. Следует отметить, что характеристики сходимости на двух типах сетки близки между собой, а более высокий наблюдаемый порядок сходимости на полиэдральной сетке, вероятно, обусловлен более высоким качеством сеточных элементов сетки такого типа. Таким образом, полученные результаты позволяют сделать вывод о минимальном необходимом для рассматриваемой задачи сеточном разрешении с размером элемента не более  $h/20$  (GCI = 5 % и GCI = 6 % для полиэдральной и тетраэдральной сеток соответственно) и рекомендуемом разрешении с размером элемента не более  $h/40$  (GCI = 1,3 % и GCI = 2 % для полиэдральной и тетраэдральной сеток соответственно). Дальнейшие результаты представлены для расчетов на сетках 1.3 и 2.3.

### 3.2. Результаты расчетов

Структура течения в окрестности тестовой конфигурации хорошо изучена и описана ранее на основе данных эксперимента [39, 40] и численных расчетов [26, 27, 30]. На рис. 7 показаны трехмерные линии тока из работы [27], описывающие основные особенности течения в окрестности призмы: отрывные зоны перед телом и на его крышке, обширную рециркуляционную зону за телом и симметричную пару подковообразных вихрей ( $V_x$ ), формирующихся перед призмой. На рис. 7b показано, каким образом вычисляется размер отрывных зон в центральном сечении  $y = 0$ .

Результаты расчетов стационарного течения, полученные с использованием модели RANS  $k-\varepsilon$  RNG на неструктурированных сетках различного типа с одинаковым шагом по пространству, не имеют существенных отличий. Так, длины отрывных зон на крышке призмы  $x_r/b$  составляют 0,4292 и 0,4062 для сеток 1.3 и 2.3 соответственно. Длины отрывных зон за призмой  $x_l/b$  составляют 2,6451 и 2,6187 для сеток 1.3 и 2.3 соответственно (табл. 2). Сравнение расчетных профилей скорости и ТКЭ в характерных вертикальных и горизонтальных сечениях также показало, что отличия между результатами, полученными на полиэдральной и тетраэдральной сетках с идентичным шагом по пространству, пренебрежимо малы. Однако время счета на сетке первого типа существенно меньше, что является важным фактором при выборе метода дискретизации расчетной области. Исходя из предварительного сравнения решений на сетках двух типов, обсуждаемые далее результаты, а также их сравнение с данными эксперимента, будут приведены только для расчетов, выполненных на полиэдральной сетке (1.3).

На рис. 8 приведены безразмерные профили скорости  $U_x/U_h$  (рис. 8a – 8c) и безразмерные профили ТКЭ  $k/U_h^2$  (рис. 8d – 8f) вдоль вертикальных линий  $x/b = -0,75$  (a, d), 0 (b, e), 2 (c, f) в центральном сечении  $y = 0$ , полученные в расчетах с моделями турбулентности  $k-\varepsilon$  RNG и DDES  $k-\varepsilon$  Realizable, а также в эксперименте [39, 40]. На рис. 9a и 9b показаны поля

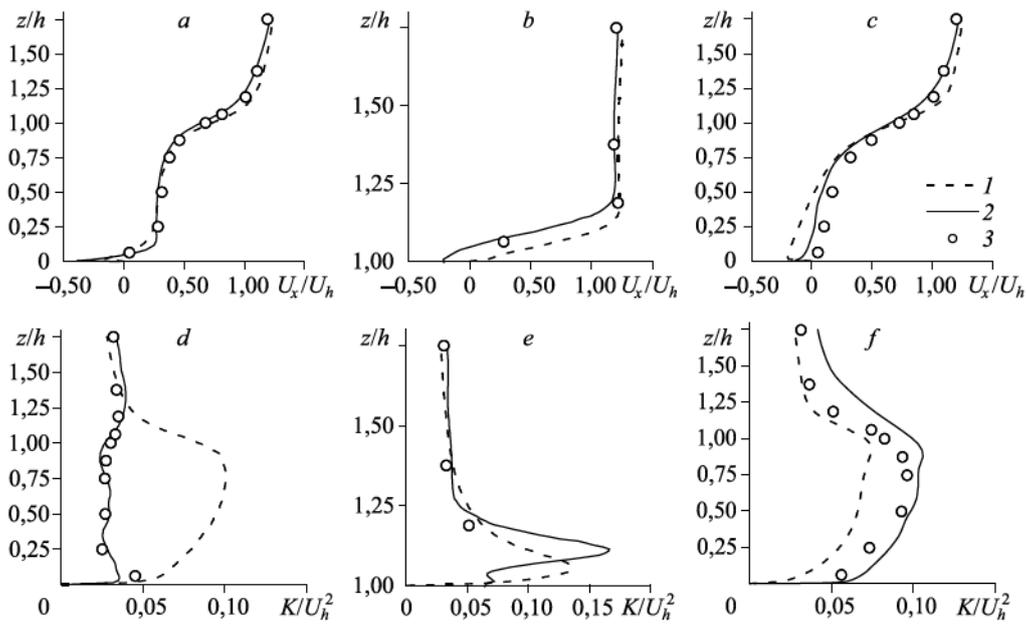


Рис. 8. Безразмерные профили скорости  $U_x/U_h$  (a–c) и безразмерные профили ТКЭ  $k/U_h^2$  (d–f) вдоль вертикальных линий  $x/b = -0,75$  (a, d), 0 (b, e), 2 (c, f) в центральном сечении  $y = 0$ , полученные на сетке 1.3 при расчете по моделям турбулентности  $k$ - $\varepsilon$  RNG (1) и DDES  $k$ - $\varepsilon$  Realizable (2), а также в эксперименте [39, 40] (3).

безразмерной компоненты скорости  $U_x/U_h$  в центральном сечении расчетной области  $y = 0$ . Профили скорости, полученные в расчетах с  $k$ - $\varepsilon$  RNG моделью турбулентности, качественно описывают данные эксперимента. Однако в сечении  $x/b = 2$  (рис. 8c) в расчете наблюдаются отрицательные значения продольной компоненты скорости, что свидетельствует о наличии протяженной в продольном направлении рециркуляционной зоны. Как видно из рис. 8d, модель  $k$ - $\varepsilon$  RNG дает существенное завышение уровня ТКЭ в зоне перед призмой. В зоне за призмой модель  $k$ - $\varepsilon$  RNG, напротив, предсказывает уровень ТКЭ ниже экспериментальных значений, что приводит к смещению линии присоединения вниз по потоку и формированию более вытянутой в продольном направлении рециркуляционной зоны за призмой по сравнению с данными натурных замеров. Так, в расчетах длина

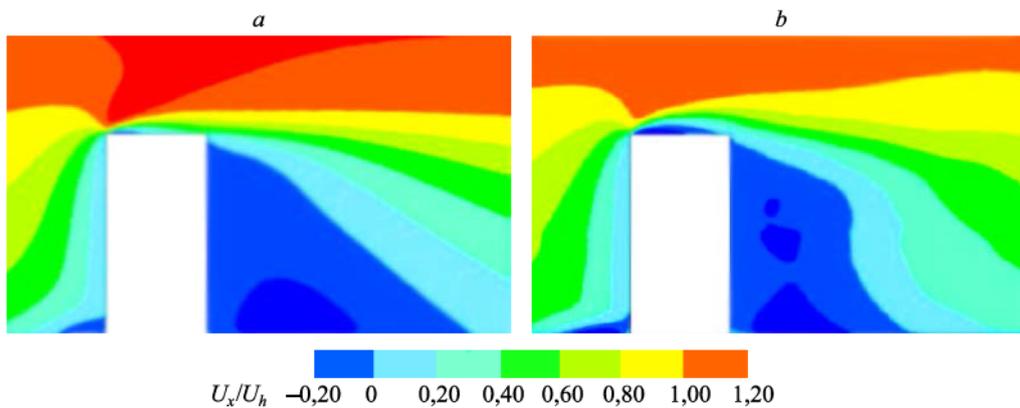


Рис. 9. Поле скорости  $U_x/U_h$  (для нестационарного расчета приводится поле величины, осредненной по времени) в центральном сечении ( $y = 0$ ), полученное в расчетах на сетке 1.3 с моделью турбулентности RANS  $k$ - $\varepsilon$  RNG (a) и в рамках подхода DDES  $k$ - $\varepsilon$  Realizable (b).

Таблица 3

Длины отрывных зон в центральном сечении,  
полученные в расчетах и эксперименте [39, 40]

Источник данных	$x_r/b$	$x_l/b$
Расчет $k-\varepsilon$ RNG на сетке 1.3	0,43	2,65
Расчет DDES $k-\varepsilon$ Realizable на сетке 1.3	0,91	1,76
Эксперимент [39, 40]	0,52	1,42

рециркуляционной зоны за призмой составляет  $x_l/b \approx 2,65$ , в то время как в эксперименте  $x_l/b \approx 1,4$  (табл. 3). Полученные результаты хорошо согласуются с результатами других авторов [28, 30], полученными на структурированных гексаэдральных сетках.

Применение подхода DDES  $k-\varepsilon$  Realizable позволяет уточнить профили скорости и ТКЭ в зонах перед и за призмой. В сечениях  $x/b = -0,75$  и 2 данный подход позволяет получить качественное и количественное соответствие результатам эксперимента. Длина отрывной зоны за призмой, полученная в расчетах с использованием подхода DDES, составляет  $x_l/b \approx 1,76$ . Однако следует отметить, что в расчете некорректно воспроизводится зона присоединения потока на крышке призмы: длина отрывной зоны на крышке призмы в центральном сечении  $y = 0$  составляет  $x_r/b \approx 0,91$ , в то время как в эксперименте  $x_r/b \approx 0,52$ . Из рис. 8е видно, что в расчете с DDES максимум ТКЭ сместился во внешнее течение над отрывной зоной, а вблизи крышки призмы получены низкие значения ТКЭ, что приводит к формированию узкой, но протяженной отрывной зоны. Такие результаты могут быть связаны как с неточной идентификацией размеров отрывных зон в эксперименте, так и с недостаточным разрешением пристеночной области над крышкой призмы в DDES расчете и расположением отрывной зоны в области действия RANS  $k-\varepsilon$  Realizable модели.

### Заключение

В настоящей работе проведено исследование применимости неструктурированных расчетных сеток на основе тетраэдральных и полиэдральных элементов к расчету турбулентного течения в окрестности призмы квадратного сечения, имитирующей здание простой формы, для которой в литературе имеются экспериментальные данные.

На первом этапе выполнено стационарное моделирование задачи с использованием модели вихревой вязкости  $k-\varepsilon$  RNG. Показано, что при соблюдении идентичного шага по пространству полиэдральные и тетраэдральные расчетные сетки дают одинаковые результаты по профилям скорости и ТКЭ в окрестности призмы, а также по размерам отрывных зон на крышке призмы и за ней. Получено качественное соответствие расчетов экспериментальным данным по профилям средней скорости и ТКЭ, однако наблюдается существенное завышение размеров отрывной зоны за призмой, в то время как отрывная зона на крышке призмы оказывается заниженной. Полученные результаты коррелируют с исследованиями других авторов. В работе также показано, что при расчетах на полиэдральной сетке наблюдаемый порядок точности немного выше по сравнению с тем, что получен в расчетах на тетраэдральной сетке при использовании идентичных схем аппроксимации, что можно объяснить более высоким качеством сеточных элементов полиэдральной сетки. Наблюдаемый индекс сходимости GCI для размеров зон рециркуляции находится в пределах 1,3 % (полиэдральная сетка) и 2 % (тетраэдральная сетка) для расчетов с шагом сетки  $h/40$  и в пределах 5 % (полиэдральная сетка) и 6 % (тетраэдральная сетка) для расчетов с шагом сетки  $h/20$ . При этом полиэдральные сетки существенно менее затратны с точки зрения вычислительных ресурсов, т.к. позволяют сократить общее количество элементов модели.

На втором этапе с целью уточнения результатов счета выполнялось нестационарное моделирование с применением вихреразрешающей модели турбулентности DDES  $k-\varepsilon$  Realizable на полиэдральной сетке с шагом  $h/40$  в окрестности призмы. Гибридный вихреразрешающий подход к моделированию сложного пространственного отрывного течения

за плохообтекаемым телом позволил уточнить размеры рециркуляционной зоны за телом и получить хорошее согласование с данными эксперимента по профилям скорости и ТКЭ в сечениях, расположенных перед и за призмой. При этом DDES расчет занижает ТКЭ в малой области рециркуляции над крышкой призмы и завышает длину этой области. Такие результаты могут быть связаны как с неточной идентификацией размеров отрывных зон в эксперименте, так и с недостаточным разрешением пристеночной области над крышкой призмы в DDES расчете и расположением отрывной зоны в области действия RANS  $k-\varepsilon$  Realizable модели, и требуют отдельного исследования.

### Список литературы

1. Гостеев Ю.А., Обуховский А.Д., Саленко С.Д. Численное моделирование поперечного обтекания пролетных стропильных балочных мостов // Вестн. Донского гос-го техн. ун-та. 2018. Т. 18, № 4. С. 362–378.
2. Stardahl J.W., Sørensen N.N., Nielsen S.R.K. Aeroelastic stability of suspension bridges using CFD // Proceedings of International Symposium of the International Association for Shell and Spatial Structures: Structural architecture — towards the future looking to the past. M. Majowiecki (Ed.), Venice, Italy, 3–6 December 2007, University Luav of Venice. 2008. 10 p.
3. Liu M., Huang S.H., Yan B.W., Li Q.S. Modelling of turbulent dispersion for numerical simulation of wind-driven rain on bridges // Environ Fluid Mech. 2018. Vol. 18. P. 1463–1489.
4. Xin D., Ou J. Numerical simulation of aerodynamic derivatives and critical wind speed for long-span bridges based on simplified steady wind field // Earthq. Engin. Engin. Vib. 2007. Vol. 6. P. 197–203.
5. Nariman N.A. Influence of fluid-structure interaction on vortex induced vibration and lock-in phenomena in long span bridges // Frontiers Structural Civil. Engng. 2016. Vol. 10. P. 363–384.
6. Zhang X., Weerasuriya A.U., Zhang X., Tse K.T., Lu B., Li C.Yu., Liu C. Pedestrian wind comfort near a super-tall building with various configurations in an urban-like setting // Build. Simul. 2020. Vol. 13. P. 1385–1408.
7. Singh J., Roy A.K. CFD simulation of the wind field around pyramidal roofed single-story buildings // SN Appl. Sci. 2019. Art. 1425.
8. Liu C., Leung D.Y.C., Man A.C.S., Chan P.W. Computational fluid dynamics simulation of the wind flow over an airport terminal building // J. Zhejiang Univ. Sci. A. 2010. Vol. 11. P. 389–401.
9. Rajasekarababu K.B., Vinayagamurthy G., Rajan S.S. Experimental and computational investigation of outdoor wind flow around a setback building // Build. Simul. 2019. Vol. 12. P. 891–904.
10. Вальгер С.А., Федорова Н.Н., Федоров А.В. Численное исследование интерференционных эффектов, возникающих в воздушном потоке при обтекании комплекса зданий сложной формы // Теплофизика и аэромеханика. 2017. Т. 24, № 1. С. 35–44.
11. Tominaga Y. Visualization of city breathability based on CFD technique: case study for urban blocks in Niigata City // J. Visualization. 2012. Vol. 15. P. 269–276.
12. Shirzadi M., Mirzaei P.A., Tominaga Y. CFD analysis of cross-ventilation flow in a group of generic buildings: comparison between steady RANS, LES and wind tunnel experiments // Building Simulation. 2020. Vol. 13. P. 1353–1372.
13. Blocken B. LES over RANS in building simulation for outdoor and indoor applications: a foregone conclusion // Building Simulation. 2018. Vol. 11. P. 821–870.
14. Blocken B., Stathopoulos T., Van Beeck J.P.A.J. Pedestrian-level wind conditions around buildings: review of wind-tunnel and CFD techniques and their accuracy for wind comfort assessment // Building and Environment. 2016. Vol. 100. P. 50–81.
15. Miao Y., Liu S., Chen B., Zhang B., Wang S., Li S. Simulating urban flow and dispersion in Beijing by coupling a CFD model with the WRF mode // Adv. Atmos. Sci. 2013. Vol. 30. P. 1663–1678.
16. Valger S., Fedorova N. CFD methods in architecture and city planning // J. Phys.: Conf. Ser. 2019. Vol. 1425. P. 012124-1–012124-8.
17. Tominaga Y., Stathopoulos T. CFD simulation of near-field pollutant dispersion in the urban environment: a review of current modeling techniques // Atmospheric Environment. 2013. Vol. 79. P. 716–730.
18. Gousseau P., Blocken B., Van Heijst G.J.F. CFD simulation of pollutant dispersion around isolated buildings: on the role of convective and turbulent mass fluxes in the prediction accuracy // J. of Hazardous Materials. 2011. Vol. 194. P. 422–434.
19. Furlan J., Martins J., Romao E., Claro E. Dispersion of toxic gases (CO and CO<sub>2</sub>) by 2D numerical simulation // Ain Shams Engng J. 2019. Vol. 10, Iss. 1. P. 151–159.
20. Yang B., Gu J., Zhang T., Zhang K. Near-source air quality impact of a distributed natural gas combined heat and power facility // Environmental Pollution. 2019. Vol. 246. P. 650–657.
21. Cui D., Li X., Du Y., Mak Ch.M., Kwok K. Effects of envelope features on wind flow and pollutant exposure in street canyons // Building and Environment. 2020. Vol. 176. P. 106862-1–106862-13.
22. Murakami S. Environmental design of outdoor climate based on CFD // Fluid Dyn. Res. 2006. Vol. 38. P. 108–126.
23. Gagliano A., Nocera F., Aneli S. Computational fluid dynamics analysis for evaluating the urban heat island effects // Energy Procedia. 2017. Vol. 134. P. 508–517.
24. Курбацкий А.Ф., Курбацкая Л.И. Турбулентная циркуляция над поверхностным источником тепла в устойчиво стратифицированной окружающей среде // Теплофизика и аэромеханика. 2016. Т. 23, № 5. С. 703–719.

25. Toparlar Y., Blocken B., Vos P., Van Heijst G.J.F., Janssen W.D., Van Hooff T., Montazeri H., Timmermans H.J.P. CFD simulation and validation of urban microclimate: a case study for Bergpolder Zuid, Rotterdam // Building and Environment. 2015. Vol. 83. P. 79–90.
26. Mochida A., Tominaga Y., Murakami S., Yoshie R., Ishihara T., Ooka R. Comparison of various  $k-\varepsilon$  models and DSM to flow around a high rise building — report of AIJ cooperative project for CFD prediction of wind environment // Wind and Structures. 2002. Vol. 5, No. 2–4. P. 227–244.
27. Вальгер С.А., Федорова Н.Н., Федоров А.В. Структура турбулентного отрывного течения в окрестности установленной на пластине призмы с квадратным сечением // Теплофизика и аэромеханика. 2015. Т. 22, № 1. С. 29–41.
28. Ramponi R., Blocken B. CFD simulation of cross-ventilation for a generic isolated building: Impact of computational parameters // Building and Environment. 2012. Vol. 53. P. 34–48.
29. Hertwig D., Patnaik G., Leitl B. LES validation of urban flow, part I: flow statistics and frequency distributions // Environ Fluid Mech. 2017. Vol. 17. P. 521–550.
30. Liu J., Niu J. CFD simulation of the wind environment around an isolated high-rise building: an evaluation of SRANS, LES and DES models // Building and Environment. 2016. Vol. 96. P. 91–106.
31. Tominaga Y., Stathopoulos T. Numerical simulation of dispersion around an isolated cubic building: comparison of various types of  $k-\varepsilon$  models // Atmos. Environ. 2009. Vol. 43. P. 3200–3210.
32. Franke J., Hellsten A., Schlünzen H., Carissimo B. The COST 732 best practice guideline for CFD simulation of flows in the urban environment — a summary // Intern. J. of Environmental Pollution. 2011. Vol. 44, No. 1–4. P. 419–427.
33. Blocken B., Janssen W.D., Van Hooff T. CFD simulation for pedestrian wind comfort and wind safety in urban areas: general decision framework and case study for the Eindhoven University campus // Environmental Modelling and Software. 2012. Vol. 30. P. 15–34.
34. Van Hooff T., Blocken B. Coupled urban wind flow and indoor natural ventilation modelling on a high-resolution grid: a case study for the Amsterdam ArenA stadium // Environmental Modelling and Software. 2010. Vol. 25, Iss. 1. P. 51–65.
35. ANSYS Fluent User's Guide: Release 2021 R1. Chapter 18: Generating Polyhedral Meshes. P. 617–621.
36. Spiegel M., Redel T., Zhang Y.J., Struffert T., Hornegger J., Grossman R.G., Doerfler A., Karmonik Ch. Tetrahedral vs. polyhedral mesh size evaluation on flow velocity and wall shear stress for cerebral hemodynamic simulation // Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engng. 2011. Vol. 14, No. 1. P. 9–22.
37. Sosnowski M., Krzywanski J., Grabowska K., Gnatowska R. Polyhedral meshing in numerical analysis of conjugate heat transfer // EPJ Web of Conferences. 2018. Vol. 180. P. 02096–1–02096-6.
38. Козелков А.С., Курулин В.В., Тягوشкина Е.С., Пучкова О.И. Моделирование турбулентных течений вязкой несжимаемой жидкости на неструктурированных сетках с использованием модели отсоединенных вихрей // Математическое моделирование. 2014. Т. 26, № 8. С. 81–96.
39. Tominaga Y., Kikumoto H., Iizuka S. et al. Guidebook for CFD predictions of urban wind environment. [https://www.aij.or.jp/jpn/publish/cfdguide/index\\_e.htm](https://www.aij.or.jp/jpn/publish/cfdguide/index_e.htm).
40. Meng Y., Hibi K. Turbulent measurements of the flow field around a high-rise building // J. of Wind Engng. Japan Association for Wind Engng. 1998. Vol. 76. P. 55–64.
41. Launder B.E., Spalding D.B. Lectures in mathematical models of turbulence. London, England: Academic Press, 1972. 771 p.
42. Wilcox D.C. Turbulence modeling for CFD. La Canada, California: DCW Industries, Inc., 1998. 540 p.
43. Karava P., Stathopoulos T., Athienitis A.K. Airflow assessment in cross-ventilated buildings with operable façade elements // Building and Environment. 2011. Vol. 46, No. 1. P. 266–279.
44. Shih T.-H., Liou W.W., Shabbir A., Yang Z., Zhu J.A. New  $k-\varepsilon$  eddy viscosity model for high Reynolds number turbulent flows — model development and validation // Computers and Fluids. 1995. Vol. 24, No. 3. P. 227–238.
45. Yakhot V., Orszag S.A. Renormalization group analysis of turbulence. I. Basic theory // J. of Sci. Computing. 1986. Vol. 1, No. 1. P. 3–51.
46. Menter F.R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications // AIAA J. 1994. Vol. 32, No. 8. P. 1598–605.
47. Launder B.E., Reece G.J., Rodi W. Progress in the development of a Reynolds-stress turbulence closure // J. Fluid Mech. 1975. Vol. 68. P. 537–66.
48. Spalart P.R., Deck S., Shur M., Squires K., Strelets M.K., Travin A. A new version of detached-eddy simulation, resistant to ambiguous grid densities // Theor. Comput. Fluid Dyn. 2006. Vol. 20. P. 181–195.
49. Luo H., Zhang Ch., Zhu J. Development of a numerical model for the hydrodynamics simulation of liquid-solid circulating fluidized beds // Powder Technology. 2019. Vol. 348. P. 93–104.
50. ANSYS Fluent Theory Guide: Release 2021 R1. 1028 p.
51. Pope S.B. Turbulent flows. Cambridge University Press, 2000. 771 p.
52. Shur M.L., Spalart Ph.R., Strelets M.K., Travin A.K. Synthetic turbulence generators for RANS-LES Interfaces in zonal simulations of aerodynamic and aeroacoustic problems // Flow Turbulence Combust. 2014. Vol. 93. P. 63–92.
53. Barth T.J., Jespersen D. The design and application of upwind schemes on unstructured meshes // Technical Report AIAA-89-0366. AIAA 27th Aerospace Sciences Meeting, Reno, Nevada. 1989. P. 1–12.
54. Roache P.J., Ghia K., White F. Editorial policy statement on the control of numerical accuracy // ASME J. of Fluids Engng. 1986. Vol. 108, No. 1. P. 2.

*Статья поступила в редакцию 4 февраля 2021 г.,  
после доработки — 19 марта 2021 г.,  
принята к публикации 23 марта 2021 г.*